Elektromagnetika

Još je u antičkoj Grčkoj bilo poznato da komadi gvozdene rude magnetita (Fe_3O_4) privlače sitnije komade gvožđa. Pored prirodnih magneta (uobličenih komada rude magnetita), rano su otkriveni načini za pravljenje veštačkih magneta. Stotinu godina pre naše ere, u Kini su znali da nenamagnećena gvozdena šipka, prilikom dodira sa stalnim magnetom, i sama stiče i zadržava magnetna svojstva. Slobodno obešena namagnećena šipka se postavlja u pravcu sever – jug.

Ozbiljnija proučavanja i otkrića vezana za magnetiku i magnetne pojave počela su tek u XIX veku. Tada je zapravo uočena fundamentalna i neraskidiva veza između električne struje i magnetnih pojava. 1819. god. Ersted je otkrio da na magnetnu iglu, koja se nalazi u blizini provodnika sa strujom, deluje sila. 1820. god. Amper je otkrio da sila deluje i između dva provodnika kroz koje protiču električne struje. Vršeći eksperimente, Amper otkriva zavisnosti između električne struje, elektromagnetne sile i elektromagnetnih polja. Tako npr., pokazao je da je solenoidni namotaj sa stalnom strujom, u pogledu magnetnih osobina, vrlo sličan cilindričnom magnetnom štapu istih dimenzija. Dva solenoidna namotaja sa stacionarnim strujama, međusobno deluju mehaničkim silama kao dva magnetna štapa sličnih dimenzija. Jedan tanak kružni provodnik sa strujom, slobodno obešen, postavlja se tako da njegova osa ima isti pravac kao i magnetna igla koja bi bila postavljena na istom mestu.

Namagnećenost materije

U opštem slučaju, sve materije se mogu, u većoj ili manjoj meri, namagnetisati. Namagnećenost u većini materija nestaje sa uklanjanjem stranog magnetnog polja. To je slučaj kod materijala koji spadaju u grupu dijamagnetika i kod materijala koji spadaju u grupu paramagnetika. Kod određene grupe materijala, namagnećenost se delimično zadržava i posle nestanka pobudnog magnetnog polja. Ovakvi materijali se nazivaju feromagnetici. Može se zaključiti da se na osnovu magnetskih osobina, materijali mogu podeliti na:
- dijamagnetike,
- paramagnetike,
- feromagnetike.

Svaka sredina ima odgovarajuću konstantu koja se naziva magnetna permeabilnost. Magnetska permeabilnost vakuuma je $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$H/m. S obzirom da je permeabilnost vazduha približno jednaka permeabilnosti vakuuma, obično se uzima ista vrednost i za permeabilnost vazduha.

Magnetna permeabilnost neke druge sredine označava se slovom μ. Ona je jednaka proizvodu relativne magnetne permeabilnosti te sredine μ_r i magnetne permeabilnosti vakuuma $\mu=\mu_r\mu_0$. Praktično, relativna magnetna permeabilnost vakuuma je jedan. Relativna magnetna permeabilnost neke sredine μ_r je neimenovan broj koji govori koliko puta je permeabilnost neke sredine μ veća od magnetne permeabilnosti vakuuma μ_0.

Kod dijamagnetika je $\mu_r<1$, kod paramagnetika $\mu_r>1$ dok je kod feromagnetika $\mu_r>>1$. Pri konstantnoj temperaturi i uobičajenim vrednostima elektromagnetnih polja, relativne permeabilnosti dijamagnetika i paramagnetika su konstantne, i bliske jedinici. Takve sredine su linearne i izotropne u magnetnom pogledu. Kod feromagnetika je μ_r znatno veće od jedan i zavisi od polja (nije konstantno, funkcija je polja odnosno menja se sa promenom polja). Takve sredine su nelinearne i anizotropne u magnetnom pogledu.

dijamagnetici	μ_r je nešto manje od 1 i konstantno	linearni i izotropni
paramagnetici	μ_r je nešto veće od 1 i konstantno	linearni i izotropni
feromagnetici	μ_r je znatno veće od 1 i nije konstantno	nelinearni i anizotropni

Tabela 1. Podela materijala na osnovu magnetnih osobina

Treba imati u vidu da namagnetisana materija, svojim prisustvom, stvara svoje magnetno polje. Ukoliko se u strano magnetno polje unese nenamagnećena materija koja se u njemu namagnetiše, rezultanatno magnetno polje biće jednako zbiru stranog magnetnog polja i magnetnog polja koje stvara namagnećene materija.

Šta je uzrok namagnećenosti materije?

Amper je postavio izuzetno značajnu, i za ono vreme veoma smelu hipotezu, da je svaki molekul sedište stalnog strujnog vrtloga i da je sveukupnost ovih strujnih vrtloga uzrok magnetnih osobina stalnih magneta. Mi danas znamo da su elemnetarni strujni vrtlozi zapravo elementarne struje koje stvaraju elektroni kružeći oko jezgra (frekvencijom f=10^{14}obrta/s do 10^{15}obrta/s) i rotiranjem oko sopstvenih osa (spin). Kretanje elektrona po orbitama je ekvivalentno elementarnoj zatvorenoj strujnoj konturi, čiji je oblik jednak obliku orbite, a intenzitet struje je:

$$I = Q_e \cdot f \qquad (3.\ 1.)$$

U poslednjoj relaciji Q_e je naelektrisanje elektrona. I je mikrostruja koja se naziva Amperova mikrostruja.

U odsustvu stranog magnetnog polja, i kada materija nije prethodno namagnećena (osim prirodnih magneta koji su uvek namagnećeni), magnetna mikropolja koja potiču od mikrostruja su haotično orjentisana u svim pravcima tako da je rezultantno magnetno polje nula. Kada se materija unese u strano magnetno polje, usled dejstva elektromagnetnih sila, elementarne strujne konture imaju tendenciju da se orjentišu tako da se njihova magnetna mikropolja poklope sa stranim spoljašnjim makropoljem. To znači da elementarne strujne konture teže da se orjetišu na istu stranu. Ovoj težnji se suprotstavlja termičko kretanje atoma i molekula, tako da dolazi samo do delimične orjentacije mikrokontura. Rezultujuće elektromagnetno makro polje mikrokontura postaje različito od nule. Jedini uzrok postojanja magnetnog polja jeste kretanje elektrona odnosno naelektrisanja.

Po teoriji koja se danas prihvata, jedini uzrok postojanja magnetnih pojava je kretanje naelektrisanja odnosno proticanje električne struje na mikro ili na makro nivou.

Elektromagnetna sila

Provodnik kroz koji protiče električna struja deluje silom na:
- iglu kompasa,
- stalni (permanentni) magnet,
- neki drugi provodnik sa strujom,

ukoliko se ovi nađu u njegovoj blizini.

Sila o kojoj je reč jeste elektromagnetna sila. Dejstvo elektromagnetne sile predstavlja jednu od prvih i najalakše uočljivih elektromagnetnih pojava koja je primećena.

Određivanje elektromagnetne sile, kojom provodnik 1 kroz koji protiče struja I_1, deluje na provodnik 2 kroz koji protiče struja I_2, u opštem slučaju je složeno. Međutim, razmatranje se može početi postavljanjem izraza za silu kojom najmanji delić provodnika 1 sa strujom I_1, deluje na najmanji delić provodnika 2 sa strujom I_2. Najmanji delić nekog provodnika, čija je dužina dl, i kroz koji protiče struja I, naziva se strujni element. Strujni element $Id\vec{l}$ je vektor čiji je intenzitet jednak proizvodu Idl, pravac je definisan pravcem provodnika a smer određuje tok struje.

Strujni element u elektromagnetici je pandan tačkastom naelektrisanjau u elektrostatici. Osnovne početne relacije se postavljaju za strujni element, a zatim se uopštavanjem – analizom i proračunom, dolazi do izraza koji važi za provodnik kroz koje protiče struja.

Elementarna elektromagnetna sila d$\boldsymbol{F}_{12}$, kojom strujni element $I_1 d\boldsymbol{l}_1$ deluje strujni element $I_2 d\boldsymbol{l}_2$, koji se nalaze u vakuumu, je:

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_2 d\vec{l}_2 \times \left(I_1 d\vec{l}_1 \times ort\vec{r}_{12}\right)}{r_{12}^{\;2}} \qquad (3.\ 2.)$$

U prethodnom izrazu je:
- μ_0 magnetna permeabilnost vakuuma;
- ort$\boldsymbol{r}_{12}$ jedinični vektor koji je orjentisan od strujnog elementa $I_1 d\boldsymbol{l}_1$ ka strujnom elementu $I_2 d\boldsymbol{l}_2$;
- r_{12} je rastojanje od strujnog $I_1 d\boldsymbol{l}_1$ elementa do strujnog elementa $I_2 d\boldsymbol{l}_2$.

Može se oučiti sličnost između izraza za silu kojom se opisuje uzajmno dejstvo tačkastih naelektrisanja (Kulonov zakon) i izraza za silu kojom se opisuje uzajamno dejstvo strujnih elemenata (prethodni izraz). Nime, Kulonova sila je direktno srazmerna vrednosti (količini) tačkastih naelektrisanja a obrnuto srazmerna kvadratu rastojanja između njih. Elementarna elektromagnetna sila je srazmerna vrednosti strujnih elemenata a obrnuto srazmerna kvadratu rastojanja između njih. U oba slučaja koeficijent srazmernosti zavisi od sredine u kojoj deluje sila.

Izraz za elementarnu silu međusobnog dejstva strujnih elemenata se ne može direktno proveriti eksperimentom, s obzirom da nije moguće fizički realizovati strujni element kao zasebnu celinu. Međutim, prethodno pomenuti izraz se može proveriti tako što se polazeći od njega, odredi sila koja deluje između nekih provodnika sa strujama.

Ukoliko se isti rezultat dobije i merenjem sile koja deluje između dva pomenuta provodnika, znači da je i pretpostavka od koje se pošlo u analitičkom razmatranju ispravna.

Elementarna elektromagnetna sila u linearnoj, homogenoj, izotropnoj magnetnoj sredini, magnetne permeabilnosti $\mu = \mu_r \mu_0$, je:

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{4\pi} \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times \left(I_1 d\vec{l}_1 \times ort\vec{r}_{12} \right)}{r_{12}{}^2} \tag{3. 3.}$$

odnosno:

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times \left(I_1 d\vec{l}_1 \times ort\vec{r}_{12} \right)}{r_{12}{}^2} \tag{3. 4.}$$

Ukupna sila kojom provodnik dužine l_1, sa strujom I_1, deluje na provodnik dužine l_2, sa strujom I_2, može se odrediti sabiranjem elementarnih sila:

$$\vec{F}_{12} = \int_{l_1} \int_{l_2} d\vec{F}_{12} \tag{3. 5.}$$

Elektromagnetna sila može biti privlačna ili odbojna. Reč je o mehaničkoj sili. Jedinica je njutn. Oznaka je N.

Ukoliko posmatramo izraz (3. 4.) za elementarnu elektromagnetnu silu kojom strujni element $I_1 d\mathbf{l}_1$ deluje strujni element $I_2 d\mathbf{l}_2$, možemo zaključiti da je sve osim strujnog elementa $I_2 d\mathbf{l}_2$, koji trpi dejstvo sile, karakteristika elektromagnetnog polja u kome se strujni element $I_2 d\mathbf{l}_2$ nalazi. Ta karakteristika, odnosno fizička veličina, koja opisuje elektromagnetno polje koje potiče od strujnog elementa $I_1 d\mathbf{l}_1$ jeste elementarni vektor magnetne indukcije u oznaci $d\mathbf{B}_1$. Izraz za elementarnu elektromagnetnu silu $d\mathbf{F}_{12}$, koja deluje na strujni element $I_2 d\mathbf{l}_2$, koji se nalazi na mestu gde je magnetna indukcija dB_1, je:

$$d\vec{F}_{12} = I_2 d\vec{l}_2 \times d\vec{B}_1 \tag{3. 6.}$$

U opštem slučaju, elementarna elektromagnetna sila $d\mathbf{F}$, koja deluje na strujni element $I d\mathbf{l}$, koji se nalazi na mestu gde je magnetna indukcija dB, je:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times d\vec{B} \tag{3. 7.}$$

Ukupna elektromagnetna sila $\mathbf{F}$ koja deluje na provodnik dužine l, sa strujom I, može se odrediti sabiranjem elementarnih elektromagnetnih sila koje deluju na pojedine strujne elemente ovog provodnika:

$$\vec{F} = \int_{l} d\vec{F} \tag{3. 8.}$$

Ukoliko je duž celog provodnika, čija je dužina l i kroz koji protiče struja I, vektor magnetne indukcije $\boldsymbol{B}$ konstantan, onda se elektromagnetna sila $\boldsymbol{F}$ koja deluje na takav provodnik može odrediti iz:

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} \qquad (3.\ 9.)$$

Elektromagnetno polje

Elektromagnetno polje je prostor u kome se oseća uticaj elektromagnetne sile.

Elektromagnetno polje se opisuje:
- vektorom magnetne indukcije $\boldsymbol{B}$;
- vektorom jačine magnetnog polja $\boldsymbol{H}$.

Za opisivanje linearnih magnetnih materijala dovoljno je poznavati samo jedan od ova dva vektora ($\boldsymbol{B}$ ili $\boldsymbol{H}$). S obzirom na jednostavnu linearnu zavisnost koja među njima važi u linearnim sredinama, lako je odrediti drugi vektor. Kod ostalih magnetnih materijala neophodno je poznavati i vektor magnetne indukcije i vektor jačine magnetnog polja.

Imajući u vidu razmatranja iz prethodne tačke u kojima je istaknuto da u izrazu (3. 2.) za elementarnu elektromagnetnu silu $\mathrm{d}\boldsymbol{F}_{12}$, sve osim strujnog elementa $I_2 d\boldsymbol{l}_2$, koji trpi dejstvo sile, predstavlja karakteristiku elektromagnetnog polja u kome se strujni element $I_2 d\boldsymbol{l}_2$ nalazi, odnosno poređenjem izraza (3. 2.) i (3. 6.), može se napisati izraz za vektor elementarne magnetne indukcije $\mathrm{d}\boldsymbol{B}_1$ u vakuumu:

$$d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times ort\vec{r}}{r^2} \qquad (3.\ 10.)$$

U opštem slučaju, elementarna magnetna indukcija $d\boldsymbol{B}$, u nekoj tački elektromagnetnog polja, koja potiče od strujnog elementa $Id\boldsymbol{l}$, u vakuumu, je:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times ort\vec{r}}{r^2} \qquad (3.\ 11.)$$

U prethodnom izrazu je:
- ort$\boldsymbol{r}$ jedinični vektor koji je orjentisan od strujnog elementa koje stvara elektromagnetno polje ka tački u kojoj se određuje to polje;
- r rastojanje od strujnog elementa $Id\boldsymbol{l}$ do tačke u kojoj se polje određuje.

Magnetna indukcija u nekoj, u magnetnom pogledu lineranoj, homogenoj, izotropnoj sredini, je:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times ort\vec{r}}{r^2} \qquad (3.\ 12.)$$

odnosno:

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times ort\vec{r}}{r^2} \qquad (3.\ 13.)$$

Prethodni izrazi za elementarnu magnetnu indukciju predstavljaju analitički zapis Bio-Savarovog zakona. Po Bio-Savarovom zakonu intenzitet magnetne indukcije d***B***, koja potiče od strujnog elementa *I*d***l***, srazmeran je vrednosti proizvoda *I*d*l*, a obrnuto srazmeran kvadratu rastojanja od strujnog elementa do tačke u kojoj se određuje magnetna indukcija. Koeficijent srazmernosti μ/4π zavisi od sredine. Pravac magnetne indukcije d***B*** je normalan na ravan koju obrazuju vektori *I*d***l*** i ort***r***, a smer je određen po pravilu desne zavojnice u odnosu na tok struje.

Ukupna magnetna indukcija koja potiče od nekog provodnika dužine *l* sa strujom *I* može se odrediti sabiranjem elementarnih magnetnih indukcija koje potiču od svih strujnih elemenata posmatranog provodnika:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \int_l \frac{Id\vec{l} \times ort\vec{r}}{r^2} \qquad (3.\ 14.)$$

Vektor magnetne indukcije koji potiče od proizvoljne strujne konture *c* sa strujom *I*, je:

$$\vec{B} = \oint_c d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \oint_c \frac{Id\vec{l} \times ort\vec{r}}{r^2} \qquad (3.\ 15.)$$

Jedinica za magnetnu indukciju je tesla. Oznaka je T.

Pravac i smer vektora magnetne indukcije ***B***, vezani su sa tokom struje koja ovo polje pravi, po pravilu desne zavojnice.

Kvantitativna karakteristika, koja u makroskali opisuje stanje namagnećenosti materije, jeste vektor zapreminske gustine magnetnog momenta – vektor magnetizacije ***M***. U nenamagnećim materijama i sredinama, vektor magnetizacije je nula *M*=0. Međutim, ukoliko postoji i namagnećena materija, pored vektora magnetne indukcije ***B*** treba uzeti u obzir i vektor magnetizacije ***M***. Zato se za opisivanje magnetnog polja uvodi novi vektor jačine magnetnog polja ***H***. U opštem slučaju, vektor jačine magnetnog polja ***H*** je definisan sledećim izrazom:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \qquad (3.\ 16.)$$

U linearnim, homogenim i izotropnim sredinama, veza između vektora ***B*** i ***H*** je linearna:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \qquad (3.\ 17.)$$

Kombinovanjem izraza (3. 13.) i (3. 17.), lako se određuje izraz za elementarni vektor jačine magnetnog polja d***H*** koji potiče od strujnog elementa *I*d***l***. Na rastojanju *r* od strujnog elementa, elementarna jačina magnetnog polja d***H*** je:

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times ort\vec{r}}{r^2} \qquad (3.\ 18.)$$

Ukupna jačina magnetnog polja koje potiče od nekog provodnika dužine *l* sa strujom *I* može se odrediti sabiranjem elementarnih jačina magnetnih polja koja potiču od svih strujnih elemenata posmatranog provodnika:

$$\vec{H} = \int_l d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int_l \frac{Id\vec{l} \times ort\vec{r}}{r^2} \qquad (3.\ 19.)$$

Vektor jačine magnetnog polja koje potiče od proizvoljne strujne konture *c* sa strujom *I*, je:

$$\vec{H} = \oint_c d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \oint_c \frac{Id\vec{l} \times ort\vec{r}}{r^2} \qquad (3.\ 20.)$$

Jedinica za jačinu magnetnog polja je amper po metru. Oznaka je A/m.

Pravac i smer vektora magnetne indukcije ***H***, vezani su sa tokom struje koja ovo polje pravi, po pravilu desne zavojnice.

- Zadatak

Polazeći od Bio-Savarovog zakona, odrediti vektor jačine magnetne indukcije i vektor jačine magnetnog polja koji potiču od beskonačno dugačkog pravolinijskog provodnika zanemarljivih dimenzija poprečnog preseka, sa strujom *I*, koji se nalazi u vakuumu.

Rešenje je dato na predavanjima.

- Zadatak

Polazeći od Bio-Savarovog zakona, odrediti vektor jačine magnetne indukcije i vektor jačine magnetnog polja u tačkama na osi tankog kružnog provodnika zanemarljivih dimenzija poprečnog preseka, sa strujom *I*, koji se nalazi u vakuumu. Odrediti i vektor jačine magnetne indukcije i vektor jačine magnetnog polja u centru opisanog kružnog provodnika.

Rešenje je dato na predavanjima.

Amperov zakon o cirkulaciji vektora magnetne indukcije – Amperov zakon u lokalnom obliku

Elektromagnetno polje stacionarnih električnih struja zavisi od geometrije strujnih provodnika i jačina struja u njima kao i od magnetnih karakteristika sredine u kojoj se provodnici nalaze. U opštem slučaju, magnetna polja mogu biti složena. Međutim, ona podležu jednostavnom integralnom zakonu. To je Amperov zakon o cirkulaciji vektora magnetne indukcije koji važi u homogenim, linearnim i izotropnim sredinama u magnetnom pogledu. Ovaj zakon predstavlja baziču integralnu vezu između stacionarne električne struje i magnetnog polja koje pomenuta struja stvara.

Korišćenjem Amperovog zakona o cirkulaciji vektora magnetne indukcije može se odrediti vektor magnetne indukcije koja potiče od provodnika sa strujama.

Amperov zakon o cirkulaciji vektora magnetne indukcije u vakuumu

Iskaz: Cirkulacija vektora magnetne indukcije ***B***, po proizvoljnoj zamišljenoj zatvorenoj konturi *c*, jednaka je proizvodu magnetne permeabilnosti vakuuma μ_0 i algebarskog zbira jačina svih struja koje protiču kroz zamišljenu površinu koja se oslanja na konturu *c*. Sredina je vakuum.

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum_c \pm I \qquad (3.\ 21.)$$

Struje u sumu ulaze sa predznakom plus ukoliko su tok struje i smer obilaženja po konturi vezani po pravilu desne zavojnice. U suprotnom, struja ulazi u sumu sa predznakom minus.

Amperov zakon o cirkulaciji vektora magnetne indukcije u linearnim, homogenim, i izotropnim sredinama u magnetnom pogledu

Iskaz: Cirkulacija vektora magnetne indukcije ***B***, po proizvoljnoj zamišljenoj zatvorenoj konturi *c*, jednaka je proizvodu magnetne permeabilnosti sredine μ i algebarskog zbira jačina svih struja koje protiču kroz zamišljenu površinu koja se oslanja na konturu *c*.

U linearnim, homogenim, izotropnim sredinama u magnetnom pogledu, analitički zapis Amperovog zakona je:

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \sum_c \pm I \qquad (3.\ 22.)$$

odnosno:

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \cdot \sum_c \pm I \qquad (3.\ 23.)$$

Amperov zakon o cirkulaciji vektora jačine magnetnog polja – Amperov zakon u generalisanom obliku

Iskaz: Cirkulacija vektora magnetne indukcije ***H***, po proizvoljnoj zamišljenoj zatvorenoj konturi *c*, jednaka je algebarskom zbiru jačina svih struja koje protiču kroz zamišljenu površinu koja se oslanja na konturu *c*.

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_c \pm I \qquad (3.\ 24.)$$

Struje u sumu ulaze sa predznakom plus ukoliko su tok struje i smer obilaženja po konturi vezani po pravilu desne zavojnice. U suprotnom, struja ulazi u sumu sa predznakom minus.

Amperov zakon o cirkulaciji vektora jačine magnetnog polja ima opštu važnost, primenljiv je i na homogene i na nehomogene, i na linearne i na nelinearne, i na izotropne i na anizotropne sredine u magnetnom pogledu.

Ukoliko je sredina linearna, homogena i izotropna, ***H***=***B***/μ, tako da se iz Amperovog zakona u generalisanom obliku lako može dobiti forma Amperovog zakona u lokalnom obliku:

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_c \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = \sum_c \pm I \qquad (3.\ 25.)$$

odnosno:

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \cdot \sum_c \pm I \qquad (3.\ 25.\ a)$$

❖ Zadatak

Polazeći od Amperovog zakona, odrediti vektor jačine magnetne indukcije i vektor jačine magnetnog polja koji potiču od beskonačno dugačkog pravolinijskog provodnika zanemarljivih dimenzija poprečnog preseka, sa strujom *I*, koji se nalazi u vakuumu.

Rešenje je dato na predavanjima.

Fluks vektora magnetne indukcije

Fluks vektora magnetne indukcije ***B***, kroz neku površinu *S*, jednak je površinskom integralu skalarnog proizvoda vektora magnetne indukcije ***B*** i elementarnog vektora površine d***S***:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \qquad (3.\ 26.)$$

Vektor površine ima intenzitet koji je jednak veličini same površine, pravac je upravan na površinu a smer od površine. Elementarna površina dS, u prethodnom izrazu, je ona površina u čijim svim tačkama vektor magnetske indukcije ***B*** ima isti intenzitet, isti pravac i isti smer. Ukoliko vektor magnetne indukcije ima isti intenzitet, pravac i smer u svim tačkama površine S, onda se fluks vektora ***B*** kroz površinu S može odrediti iz:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \qquad (3.\ 27.)$$

Jedinica za fluks je veber. Oznaka je Wb.

Zakon o konzervaciji magnetnog fluksa

Zakon o konzervaciji magnetnog fluksa je jedan od osnovnih zakona teorije elektromagnetnih polja.

Iskaz zakona: Izlazni fluks vektora magnetne indukcije, kroz bilo koju zatvorenu površinu, jednak je nuli.

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad (3.\ 28.)$$

Kao direktna posledica zakona o konzervaciji magnetnog fluksa, proizlazi činjenica da je fluks vektora magnetne indukcije kroz sve površine koje se oslanjaju na jednu određenu konturu, isti. Drugim rečima, fluks vektora magnetne indukcije ne zavisi od oblika površine koja se oslanja na datu konturu, već samo od date konture.

Zakon o konzervaciji magnetnog fluksa je matematički iskaz neprekidnosti linija vektora magnetne indukcije ***B***, koje nemaju ni početka ni kraja, već se zatvaraju same u sebe. Za razliku od elektrostatičkog polja ***E*** i pomeraja ***D***, čije linije imaju izvore i ponore (počinju na pozitivnom a završavaju se na negativnom naelektrisanju), magnetno polje ***B*** je bezizvorno.

Polja za koja važi zakon o konzervaciji fluksa su solenoidska polja. Magnetno polje je solenoidsko polje.

- Zadatak

Beskonačno dugačak pravolinijski provodnik zanemarljivih dimenzija poprečnog preseka, sa strujom I, i pravougaoni ram stranica a i b, nalaze se u istoj ravni u vakuumu. Duže stranice rama, dužine b, paralelne su beskonačno dugačkom pravolinijskom provodniku i udaljene su od njega za rasojanja c odnosno $c+a$. Odrediti fluks vektora magnetne indukcije kroz površinu koja se oslanja na pravougaoni ram.

Rešenje je dato na predavanjima.

❖ Zadatak

Beskonačno dugačak pravolinijski provodnik zanemarljivih dimenzija poprečnog preseka, sa strujom I, i pravougaoni ram stranica a i b, nalaze se u istoj ravni u vakuumu. Duže stranice rama, dužine b, paralelne su beskonačno dugačkom pravolinijskom provodniku i u trenutku t=0 udaljene su od njega za rasojanja c odnosno $c+a$. Pravougaoni ram u trenutku t=0 počne da se kreće translatorno (upravno na pravac beskonačno dugačkog pravolinijskog provodnika), konstantnom brzinom $\boldsymbol{v}$. Odrediti fluks vektora magnetne indukcije, u proizvoljnom trenutku vremena t, kroz površinu koja se oslanja na pravougaoni ram.

Rešenje je dato na predavanjima.

Promenljiva elektromagnetna polja

Do sada su razmatrana električna i magnetna polja koja se ne menjaju u vremenu. Proučavana su kao posebna, međusobno nezavisna polja. Samo je konstatovano da je magnetno polje obavezni pratilac električne struje.

U vremenski promenljivim poljima, konstatuje se čvrsta, neraskidiva veza električnog i magnetnog polja. Svako vremenski promenljivo magnetno polje obavezno je praćeno, u prostoru i vremenu promenljivim električnim poljem i obrnuto. Zato zapravo postoji jedinstveno elektromagnetno polje, a elektrostatičko i magnetno polje su samo posebni slučajevi elektromagnetnog polja.

Faradejev zakon predstavlja prvi i odlučujući korak. Ovim zakonom su postavljeni osnovni principi pretvaranja električne energije u mehaničku, i obrnuto, mehaničke energije u električnu. Maksvel je izvršio uopštavanje Faradejevog zakona. Faradej i Maksvel su postavili temelje savremene elektromagnetike.

Indukovana elektromotorna sila – Faradejev zakon elektromagnetne indukcije

Iskaz: Elektromotorna sila indukovana u nekoj konturi srazmerna je brzini promene fluksa vektora magnetne indukcije kroz površinu koja se oslanja na tu konturu:

$$e=-\frac{d\Phi}{dt} \qquad (3.\ 29.)$$

Ukoliko se fluks vektora magnetne indukcije kroz površinu koja se oslanja na neku konturu ne menja u vremenu, onda se u toj konturi ne indukuje elektromotorna sila odnosno indukovana elektromotorna sila u toj konturi je nula.

Da bi postojala promena fluksa vektora magnetne indukcije u vremenu, vektor magnetne indukcije se mora menjati u vremenu ili se kontura mora kretati tako da prolazeći kroz tačke sa različitim magnetnim indukcijama obezbediti promenu fluksa. Jasno je da će do promene fluksa vektora magnetne indukcije u vremenu doći i

ukoliko se provodna kontura kreće u magnetnom polju koje se menja u vremenu. U tom smislu, elektromagnetna indukcija može biti:
- statička,
- dinamička,
- kombinovana.

- Statička indukcija

Kontura miruje u vremenski promenljivom magnetnom polju.

S obzirom da je uzrok nastanka magnetnog polja struja, vremenski promenljivo magnetno polje stvara vremenski promenljiva struja. Znači, struja koja se menja u vremenu pravi elektromagnetno polje koje se menja u vremenu a ovo opet stvara fluks koji se menja u vremenu.

$$i(t) \rightarrow \vec{B}(t) \rightarrow \Phi(t)$$

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \qquad (3.\ 30.)$$

- Dinamička indukcija

Provodna kontura se kreće u vremenski konstantnom magnetnom polju.

Ukoliko se provodnik dužine l kreće brzinom $\boldsymbol{v}$ u stranom magnetnom polju indukcije $\boldsymbol{B}$, u njemu će se indukovati elektromotorna sila e:

$$e = \int_l \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l} \qquad (3.\ 31.)$$

- Kombinovana indukcija

Provodna kontura (ili provodnik) se kreće u vremenski promenljivom magnetnom polju. Koristi se npr. kod asinhronog motora.

Indukovana elektromotorna sila ima uvek takav smer da u zatvorenoj provodnoj konturi generiše struju koja se svojim poljem suprotstavlja promeni fluksa.

Faradejev zakon elektromagnetne indukcije ima:
- teorijski značaj,
- praktičan značaj.

U teorijskoj fizici, Faradejev zakon elektromagnetne indukcije ima rang jednog od četiri osnovna postulata teorije makroskopskih elektromagnetnih polja. U praktičnim primenama, definisani su osnovni principi i stvoreni preduslovi za pretvaranje mehaničkog rada u električni i obrnuto.

Induktivnost

Posmatrajmo izolovanu provodnu konturu sa strujom I. Magnetno polje koje potiče od struje u konturi stvara magnetni fluks kroz površinu koja se oslanja na posmatranu konturu. Ovaj fluks se naziva sopstveni fluks. Ukoliko je sredina linearna, homogena i izotropna (ne sadrži feromagnetike), veza između sopstvenog fluksa i jačine struje je linearna:

$$\Phi_S = L \cdot I \qquad (3.\ 32.)$$

Koeficijent srazmernosti u prethodnoj relaciji, naziva se keficijent samoindukcije, sopstvena induktivnost ili induktivnost.

Definicioni izraz za induktivnost:

$$L = \frac{\Phi_S}{I} \qquad (3.\ 33.)$$

Induktivnost neke konture jednaka je količniku fluksa vektora magnetske indukcije koji potiče od struje koja protiče kroz tu konturu i same struje iste konture.

Induktivnost predstavlja karakteristiku konture i postoji uvek (bez obzira da li kroz konturu protiče struja ili ne). Da bi se induktivnost odredila (ukoliko nije poznata), pretpostavi se da kroz konturu protiče struja, zatim se određuje magnetna indukcija, njen fluks i konačno induktivnost.

Jedinica za induktivnost je henri. Oznaka je H.

Isto je i u slučaju vremenski promenljivih struja:

$$L = \frac{\Phi_S}{i} \qquad (3.\ 34.)$$

Posmatrajmo dve bliske provodne konture sa strujama I_1 i I_2. Prva kontura sa strujom u svojoj okolini pravi polje indukcije B_1, a druga polje B_2. Polje $\mathbf{B_1}$ "pravi" fluks kroz površinu koja se oslanja na prvu konturu – sopstveni fluks Φ_{11}, ali i fluks kroz površinu koja se oslanja na drugu konturu – međusobni fluks Φ_{12}. Slično, i Polje $\mathbf{B_2}$ "pravi" fluks kroz površinu koja se oslanja na drugu konturu – sopstveni fluks Φ_{22}, ali i fluks kroz površinu koja se oslanja na prvu konturu – međusobni fluks Φ_{21}. Količnik sopstvenog fluksa i struje koja ga, preko polija, stvara je sopstvena induktivnost. Količnik međusobnog fluksa i struje koja ga, preko polja, stvara je međusobna induktivnost:

$$L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1} \quad \text{i} \quad L_{21} = \frac{\Phi_{21}}{I_2} \qquad (3.\ 35.)$$

Ukupan fluks kroz prvu konturu je:

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} = L_{11} \cdot I_1 + L_{12} I_2 \tag{3. 36.}$$

dok je ukupan fluks kroz drugu konturu:

$$\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21} = L_{22} \cdot I_2 + L_{21} I_1 \tag{3. 37.}$$

Ovako spregnuti kalemovi nazivaju se induktivno spregnuti kalemovi.

Ukoliko se struja menja u vremenu, međusobna induktivnost prve i druge, odnosno druge i prve konture, je:

$$L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{i_1} \quad \text{i} \quad L_{21} = \frac{\Phi_{21}}{i_2} \tag{3. 38.}$$

Međutim, ukoliko se struja menja u vremenu, onda se i polje pa i fluks polja menja u vremenu, tako da se u provodnoj konturi indukuje elektromotorna sila. Tada je:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(L \cdot i) = -L \cdot \frac{di}{dt} \tag{3. 39.}$$

Dobijena relacija je veoma značajna, s obzirom da vezuje struju i indukovanu elektromotornu silu konture:

$$\boxed{e = -L \cdot \frac{di}{dt}} \tag{3. 40.}$$

Kod induktivno spregnutih kalemova je:

- indukovana elektromotorna sila u prvoj konturi:

$$e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_{11} \cdot \frac{di_1}{dt} - L_{12} \cdot \frac{di_2}{dt} \tag{3. 41.}$$

- indukovana elektromotorna sila u drugoj konturi:

$$e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_{22} \cdot \frac{di_2}{dt} - L_{21} \cdot \frac{di_1}{dt} \tag{3. 42.}$$