



Mašinski elementi 2

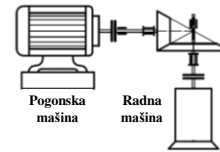
Predavanje br. 6: Konusni i pužni zupčasti parovi

prof. dr Mileta Ristivojević

Katedra za Opšte mašinske konstrukcije

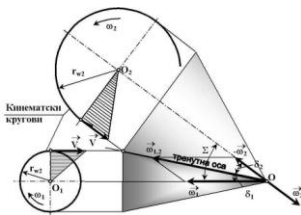
Konusni zupčasti parovi

Kada se primenjuju?



Konusni zupčasti parovi

Osnovne karakteristike i podela



Kinematske površine su u obliku konusa.
Linija dodira kinematskih konusa – kinematska osa
 δ_1 i δ_2 – uglovi kinematskih konusa
 Σ – osni ugao

$$\tan \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{u + \cos \Sigma}$$

$$\tan \delta_2 = \frac{u \cdot \sin \Sigma}{1 + u \cdot \cos \Sigma}$$

Specijalni slučaj: $\Sigma = 90^\circ$

$$\tan \delta_1 = \frac{1}{u}$$

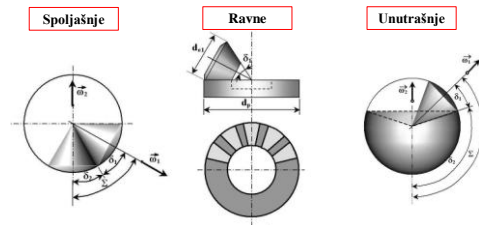
$$\tan \delta_2 = u$$

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Konusni zupčasti parovi

Osnovne karakteristike i podela

U zavisnosti od Σ dele se na:

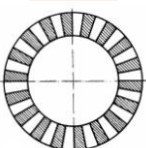


Konusni zupčasti parovi

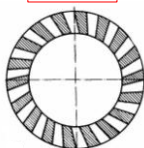
Osnovne karakteristike i podela

U zavisnosti od oblika bočne linije zubaca dele se na:

Sa pravim zupcima



Sa kosim zupcima

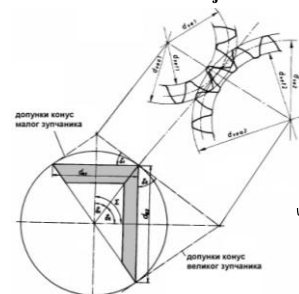


Sa lučnim zupcima



Konusni zupčasti parovi

Geometrijske i kinematske veličine



$$d_{v1} = \frac{d_{e1}}{\cos \delta_1}$$

$$d_{v2} = \frac{d_{e2}}{\cos \delta_2}$$

$$d_{e1} = m \cdot z_1 \quad d_{e2} = m \cdot z_2$$

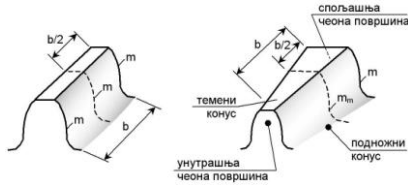
$$d_{v1} = m \cdot z_{n1} \quad d_{v2} = m \cdot z_{n2}$$

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}$$

Konusni zupčasti parovi

Geometrijske i kinematske veličine

Zubac cilindričnog i konusnog zupčanika

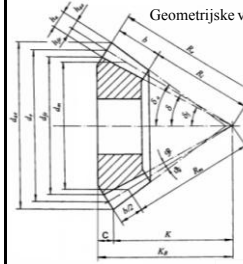


Za proračun geometrijskih i kinematskih veličina konusnih zupčastih parova merodavan je profil zubaca na spoljašnjoj čenoj površini

Konusni zupčasti parovi

Geometrijske i kinematske veličine

Geometrijske veličine konusnog zupčanika



Spoljašnje konusno odstojanje:

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_{e2}}{2 \sin \delta_2}$$

Visina glave i noge zupca:

$$\begin{aligned} h_{ae1} &= m(y + x_1) & h_{ae2} &= m(y + x_2) \\ h_{fe1} &= m(y + c - x_1) & h_{fe2} &= m(y + c - x_2) \\ x_1 &= -x_2, & c &\approx 0,1 \dots 0,3 \end{aligned}$$

Prečnici temenih i podnožnih krugova:

$$\begin{aligned} d_{ae1} &= d_{e1} + 2h_{ae1} \cdot \cos \delta_1 & d_{ae2} &= d_{e2} + 2h_{ae2} \cdot \cos \delta_2 \\ d_{fe1} &= d_{e1} - 2h_{fe1} \cdot \cos \delta_1 & d_{fe2} &= d_{e2} - 2h_{fe2} \cdot \cos \delta_2 \end{aligned}$$

Konusni zupčasti parovi

Geometrijske i kinematske veličine

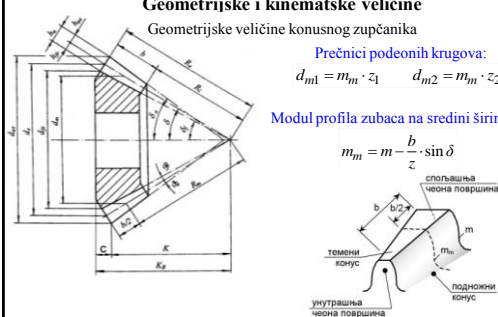
Geometrijske veličine konusnog zupčanika

Prečnici podeonih krugova:

$$d_{m1} = m_m \cdot z_1 \quad d_{m2} = m_m \cdot z_2$$

Modul profila zubaca na sredini širine zupca:

$$m_m = m \cdot \frac{b}{z} \cdot \sin \delta$$



Konusni zupčasti parovi

Opterećenje i nosivost

Opterećenje konusnog zupčastog para

Tangencijalne sile:

$$F_{t1} = \frac{T_1}{\frac{d_{m1}}{2}} = \frac{T_2}{\frac{d_{m2}}{2}}$$

Radialne sile:

$$\begin{aligned} F_{r1} &= F_{t1} \cdot \tan \alpha \cdot \cos \delta_1 \\ F_{r2} &= F_{t2} \cdot \tan \alpha \cdot \cos \delta_2 \end{aligned}$$

Aksijalne sile:

$$\begin{aligned} F_{a1} &= F_{t1} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \delta_1 \approx F_{r2} \\ F_{a2} &= F_{t2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \delta_2 \approx F_{r1} \end{aligned}$$



Konusni zupčasti parovi

Opterećenje zupca

$$\begin{aligned} F_{mer} &= F_{nom} \cdot K \\ K &= K_A \cdot K_V \cdot K_{\alpha} \cdot K_{\beta} \end{aligned}$$

Konusni zupčasti parovi

Nosivosti podnožja

Konusni i ekvivalentni cilindrični zupčasti par

Radni napon u podnožju:

$$\sigma_{F1} = \sigma_{F0} \cdot Y_{Fa1} \cdot Y_{Sa1}$$

$$\sigma_{F2} = \sigma_{F0} \cdot Y_{Fa2} \cdot Y_{Sa2}$$

$$\sigma_{F0} = K \cdot \frac{F_t}{b \cdot m_m} \cdot Y_c$$

$$K = K_A \cdot K_V \cdot K_{Fa} \cdot K_{F\beta}$$

Kritični napon u podnožju:

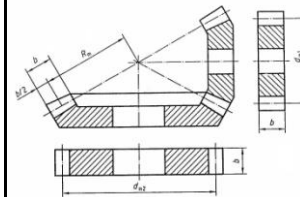
$$[\sigma_F]_1 \approx \sigma_{F \lim 1} \cdot Y_{ST} \cdot Y_X$$

$$[\sigma_F]_2 \approx \sigma_{F \lim 2} \cdot Y_{ST} \cdot Y_X$$

Stepen sigurnosti podnožja zubaca:

$$S_{F1} = \frac{[\sigma_F]_1}{\sigma_{F1}} > S_{F \min} (1,50)$$

$$S_{F2} = \frac{[\sigma_F]_2}{\sigma_{F2}} > S_{F \min} (1,50)$$



Konusni zupčasti parovi

Nosivosti bokova

Radni napona na bokovima zubaca:

$$\sigma_H = Z \cdot \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_{m1}} \cdot \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u}} \cdot K$$

$$Z = Z_E \cdot Z_H \cdot Z_\epsilon \cdot Z_\beta$$

$$K = K_A \cdot K_V \cdot K_{Ha} \cdot K_{H\beta}$$

Kritični napona na bokovima zubaca:

$$[\sigma_H]_1 \approx \sigma_{H \lim 1} \cdot Z_X$$

$$[\sigma_H]_2 \approx \sigma_{H \lim 2} \cdot Z_X$$

Stepen sigurnosti bokova zubaca:

$$S_{H1} = \frac{[\sigma_H]_1}{\sigma_H} > S_{H \min} (1,40) \quad S_{H2} = \frac{[\sigma_H]_2}{\sigma_H} > S_{H \min} (1,40)$$

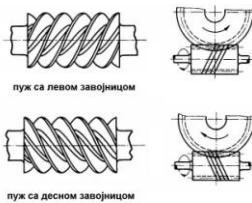
Pužni zupčasti parovi

Kada se primenjuju?



Pužni zupčasti parovi

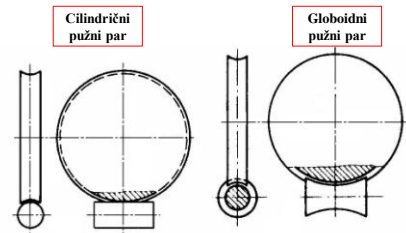
Osnovne karakteristike i podela



Pužni zupčasti parovi

Osnovne karakteristike i podela

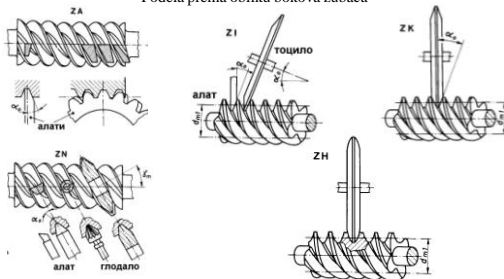
Podela prema obliku temene i podnožne površine puža



Pužni zupčasti parovi

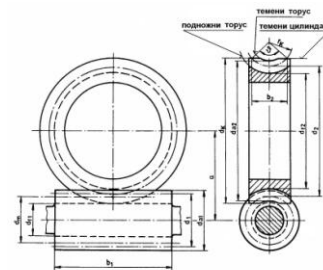
Osnovne karakteristike i podela

Podela prema obliku bokova zubaca



Pužni zupčasti parovi

Geometrijske i kinematske veličine



Pužni zupčasti parovi

Geometrijske i kinematske veličine

$$p_2 = p_1 = p = m \cdot \pi$$

$$n_2 \cdot p_2 \cdot z_2 = n_1 \cdot p_1 \cdot z_1 \Rightarrow u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

Ugao zavojnice puža:

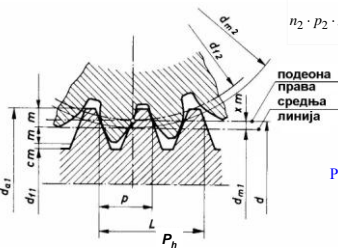
$$\tan \gamma_m = \frac{P_h}{d_{m1} \cdot \pi}$$

$$P_h = z_1 \cdot p_1$$

Prečnik srednjeg cilindra puža:

$$d_{m1} = \frac{z_1 \cdot m \cdot \pi}{\pi \cdot \tan \gamma_m} = m \cdot q$$

$$q = 7 \dots 20$$



Pužni zupčasti parovi

Geometrijske i kinematske veličine

Prečnici podeonih krugova:

$$d_1 = d_{m1} + 2xm = m(q + 2x)$$

$$d_2 = m \cdot z_2$$

Prečnici temenih krugova:

$$d_{a1} = d_{m1} + 2m$$

$$d_{a2} = d_2 + 2m(1 + x)$$

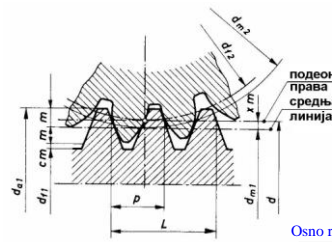
Prečnici podnožnih krugova:

$$d_{f1} = d_{m1} - 2m(1 + c)$$

$$d_{f2} = d_2 - 2m(1 + c - x)$$

Oсно растојanje:

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2}$$



Pužni zupčasti parovi

Opterećenje i nosivost

$$F_{t1} \neq F_{t2}$$

$$F_{t1} = \frac{T_1}{\frac{d_{m1}}{2}} \quad F_{t2} = \frac{T_2}{\frac{d_{m2}}{2}}$$

Prečnik srednjeg kruga pužnog točka:

$$d_{m2} = d_2 + 2xm$$

$$T_2 = T_1 \cdot i \cdot \eta$$

Stepen iskorišćenja pužnog para:

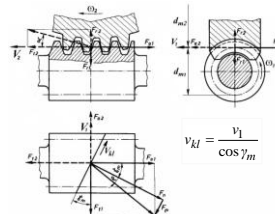
$$\eta = \frac{\tan \gamma_m}{\tan(\gamma_m + \rho)}$$

Ugao trenja:

$$\rho = \arctan \mu$$

Pužni zupčasti parovi

Opterećenje i nosivost



$$|F_{a1}| = |F_{t2}|$$

$$|F_{a2}| = |F_{t1}|$$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \cdot \tan \alpha$$

$$v_{kl} = \frac{v_1}{\cos \gamma_m}$$

Pužni zupčasti parovi

Radni napon na bokovima zubaca pužnog točka

$$\sigma_H = Z_E \cdot Z_\rho \cdot \sqrt{\frac{T_2 \cdot K_A}{a^3}}$$

Z_E – koeficijent elastičnosti spregnutih materijala

a – osno растојanje pužnog para

Z_ρ – faktor oblika bokova zubaca

$$Z_\rho = 2,05 \cdot \left(\frac{d_{m1}}{a}\right)^{-0,34}$$

K_A – uticaj pogonske i radne mašine

Pužni zupčasti parovi

Kritični napon na bokovima zubaca pužnog točka

$$[\sigma_H] = \sigma_{H\lim} \cdot Z_H \cdot Z_V \cdot Z_S \cdot Z_L$$

Faktor radnog veka:

$$Z_H = \sqrt[6]{\frac{25000}{L_h}} \leq 1,60$$

Faktor brzine klizanja:

$$Z_V = \sqrt[4]{\frac{5}{4 + v_{kl}}}$$

Faktor veličine pužnog para:

$$Z_S = \sqrt{\frac{3000}{2900 + a}}$$

Stepen sigurnosti bokova zubaca pužnog točka:

$$S_H = \frac{[\sigma_H]}{\sigma_H} > S_{H\min} (1 \dots 1,25)$$

Pužni zupčasti parovi

Nosivost podnožja

Radni napon u podnožju zubaca pužnog točka

$$\tau_F = Y \cdot \frac{F_{t2} \cdot K_A}{b \cdot m_n} \approx 0.65 \cdot \frac{F_{t2} \cdot K_A}{b \cdot m_n}$$

Kritični napon u podnožju zubaca pužnog točka

$$[\tau_F] = \tau_{F\lim} \cdot Y_{NL} \approx \tau_{F\lim}$$

Stepen sigurnosti podnožja zubaca pužnog točka:

$$\tau_F = \frac{[\tau_F]}{\tau_F} > S_{F\min}(1,50)$$