

## Трећи колоквијум из предмета Математика 2

### 1. група

(Задатак из градива са Другог колоквијума)

Нека је  $f(x, y)$  произвољна функција две променљиве - континуална у свом домену, као и њени парцијални изводи. Увођењем поларних координата,  $x = \rho \cos \varphi$ ,  $y = \rho \sin \varphi$ , она се трансформише у неку функцију  $u(\rho, \varphi)$  по  $\rho$  и  $\varphi$ . Изразити  $\frac{\partial u}{\partial \rho}$  и  $\frac{\partial u}{\partial \varphi}$  преко  $\frac{\partial f}{\partial x}$  и  $\frac{\partial f}{\partial y}$ , а онда на основу тога  $\frac{\partial f}{\partial x}$  и  $\frac{\partial f}{\partial y}$  преко  $\frac{\partial u}{\partial \rho}$  и  $\frac{\partial u}{\partial \varphi}$ .

1. Скицирати криву  $\rho = 2(1 - \cos \varphi)$  и наћи њену дужину, као и површину коју она ограничава.
2. Наћи локалне екстремуме функције  $f(x, y, z) = z^3 + y^2 + x^2 + 12zy - 2x$ ,  $x, y, z \in \mathbb{R}$ .
3. Наћи опште решење диференцијалне једначине

$$(x^2y + y + 1)dx + (x + x^3)dy = 0,$$

а затим оно партикуларно решење код којег је  $y(-1) = 1$ .

4. Наћи једначину фамилије кривих изогоналних у односу на фамилију парабола  $y^2 = 2\pi x$  под углом од  $60^\circ$ .

Александар Пејчев  
Рада Мутавдџић

#### Напомена:

Потписати овај папир и предати га са решењем задатака.

**СРЕЋНО!!!**

## Трећи колоквијум из предмета Математика 2

### 2. група

(Задатак из градива са Другог колоквијума)

Нека је  $u(x, y)$  произвољна функција две променљиве - континуална у свом домену, као и њени парцијални изводи. Увођењем поларних координата,  $x = \rho \cos \varphi$ ,  $y = \rho \sin \varphi$ , она се трансформише у неку функцију  $f(\rho, \varphi)$  по  $\rho$  и  $\varphi$ . Изразити  $\frac{\partial f}{\partial \rho}$  и  $\frac{\partial f}{\partial \varphi}$  преко  $\frac{\partial u}{\partial x}$  и  $\frac{\partial u}{\partial y}$ , а онда на основу тога  $\frac{\partial u}{\partial x}$  и  $\frac{\partial u}{\partial y}$  преко  $\frac{\partial f}{\partial \rho}$  и  $\frac{\partial f}{\partial \varphi}$ .

1. Скицирати криву  $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$  и наћи њену дужину, као и површину коју она ограничава
2. Наћи локалне екстремуме функције  $f(x, y, z) = z^3 + y^2 + x^2 + 12xy - 2y$ ,  $x, y, z \in \mathbb{R}$ .
3. Наћи опште решење диференцијалне једначине

$$(y + y^3)dx + (y^2x + x + 1)dy = 0,$$

а затим оно партикуларно решење код којег је  $y(-1) = 1$ .

4. Наћи једначину фамилије кривих изогоналних у односу на фамилију парабола  $y^2 = \pi x$  под углом од  $60^\circ$ .

Александар Пејчев  
Рада Мутавдџић

#### Напомена:

Потписати овај папир и предати га са решењем задатака.

**СРЕЋНО!!!**