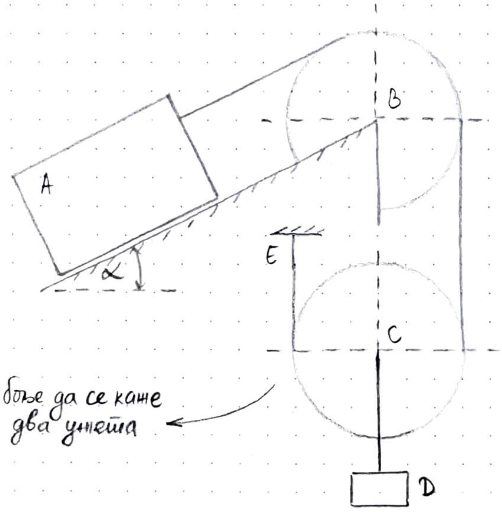
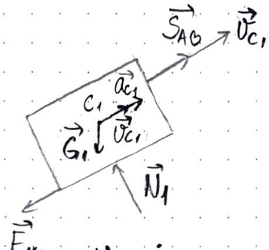
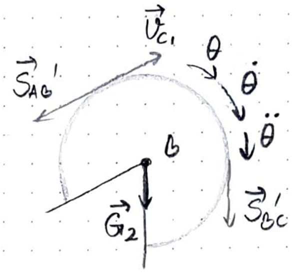
10.55. Терет A тежине G_1, који се налази на стрмој равни нагиба α и коефицијента трења μ, привезан је за уже пребачено преко котура (диска) B и обмотано око котура (диска) C. Други крај ужета везан је за непомичну тачку E. Диск B и котур C су истих тежина G_2 и полупречника R, а терет D који виси о осовини котура C је тежине G_3. Одредити убрзање терета D и силу у ужету на делу AB, ако се терет A креће уз стрму раван.

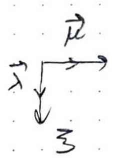


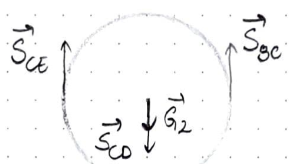
* боље да се каже два ужета

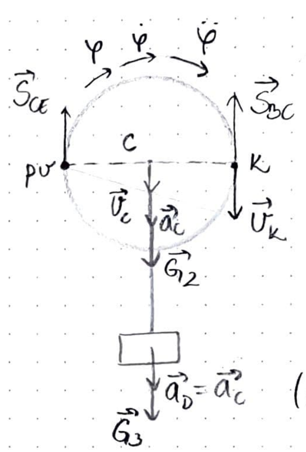


$v_{C_1} = \dot x$









* ДРУГИ КРАЈ УЖЕТА МИРУЈЕ

⇓

КАО КОТРЉАЊЕ БЕЗ КЛИЗАЊА ПО ПОДЛОЗИ

$v_K = \dot x$

$v_C = \frac{v_K}{2} = \frac{\dot x}{2}$

$a_C = \dot v_C = \frac{\ddot x}{2} = \ddot\xi$

(1) $a_D = a_C$

КОТУР (ДИСК) C

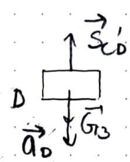
$$\frac{d\vec{\mathcal{L}}_C}{dt} = \vec M_C^s \;/\cdot \vec k$$

$$(+)\quad \frac{d\mathcal{L}_{Cz}}{dt} = M_{Cz}^s = S_{CE}\cdot R - S_{BC}\cdot R$$

$$\mathcal{L}_{Cz} = J_{Cz}\dot\varphi = \frac{1}{2}\frac{G_2}{g}R^2\dot\varphi$$

$$\frac{d\mathcal{L}_{Cz}}{dt} = \frac{1}{2}\frac{G_2}{g}R^2\ddot\varphi$$

$$(3)\quad \frac{1}{2}\frac{G_2}{g}R^2\ddot\varphi = S_{CE}\cdot R - S_{BC}\cdot R$$



ЗАКОН КРЕТАЊА ЦЕНТРА МАСЕ ЗА ТЕЛО D

$$\frac{G_3}{g}\vec a_D = \vec G_3 + \vec S_{CD}' \;/\cdot\vec\lambda$$

$$\frac{G_3}{g}\ddot\xi = G_3 - S_{CD}', \quad \ddot\xi = \frac{\ddot x}{2}$$

$$\frac{1}{2}\frac{G_3}{g}\ddot x = G_3 - S_{CD}' \quad (2)$$

$$\frac{G_2}{g}\vec a_C = \vec G_2 + \vec S_{CD} + \vec S_{CE} + \vec S_{BC} \;/\cdot\vec\lambda \;\Rightarrow\; \frac{G_2}{g}\ddot\xi = G_2 + S_{CD} - S_{CE} - S_{BC}, \quad S_{CD} = S_{CD}'$$

ЗАКОН КРЕТАЊА ЦЕНТРА МАСЕ ЗА КОТУР (ДИСК) C

$$\frac{G_2}{g}\ddot\xi = G_2 + G_3 - \frac{1}{2}\frac{G_3}{g}\ddot x - S_{CE} - S_{BC}$$

$$\ddot\xi = \frac{\ddot x}{2}$$

$$\frac{1}{2}\frac{G_2}{g}\ddot x = G_2 + G_3 - \frac{1}{2}\frac{G_3}{g}\ddot x - S_{CE} - S_{BC} \quad (4)$$

$$v_C = \dot\xi = \overline{CP^v}\,\dot\varphi = R\dot\varphi \;\Rightarrow\; \ddot\xi = \frac{\ddot x}{2} = R\ddot\varphi \quad (5) \;\Rightarrow\; \ddot\varphi = \frac{\ddot x}{2R} \quad (6)$$

! ЖЕЛИМО СВЕ ДА ИЗРАЗИМО ПРЕКО ЈЕДНЕ КООРДИНАТЕ (СМАЊУЈЕ СЕ БРОЈ ПРОМЕНЉИВИХ)

$$(6)\to(3) \;\Rightarrow\; \frac{1}{4}\frac{G_2}{g}\ddot x = S_{CE} - S_{BC} \quad (3')$$

$$\frac{G_1}{g}\vec a_1 = \vec G_1 + \vec N_1 + \vec F_\mu + \vec S_{AB} \;/\cdot\vec i\;/\cdot\vec j$$ ⇒ ЗАКОН КРЕТАЊА ЦЕНТРА МАСЕ ЗА ТЕЛО A

$$\left.\begin{aligned} x:&\quad \frac{G_1}{g}\ddot x = -G_1\sin\alpha - F_\mu + S_{AB}, \quad F_\mu = \mu N_1 \\ y:&\quad 0 = N_1 - G_1\cos\alpha \Rightarrow N_1 = G_1\cos\alpha \end{aligned}\right\} F_\mu = \mu G_1\cos\alpha$$

$$\frac{G_1}{g}\ddot x = -G_1\sin\alpha - \mu G_1\cos\alpha + S_{AB} \quad (7)$$

$$(+)\quad \frac{d\mathcal{L}_{Bz}}{dt} = M^S_{Bz} = S_{BC}'\cdot R - S_{AB}'\cdot R \Rightarrow$$ ЗАКОН ПРОМЕНЕ МОМ. КОЛ. КР. ЗА НЕПОКРЕТНУ ОСУ Bz

$$\mathcal{L}_{Bz} = J_{Bz}\dot\theta = \frac{1}{2}\frac{G_2}{g}R^2\dot\theta \Rightarrow \frac{d\mathcal{L}_{Bz}}{dt} = \frac{1}{2}\frac{G_2}{g}R^2\ddot\theta$$

$$\frac{1}{2}\frac{G_2}{g}R^{\cancel{2}}\ddot\theta = S_{BC}'\cdot \cancel{R} - S_{AB}'\cdot \cancel{R} \quad /:R \qquad S_{BC}' = S_{BC}\,,\quad S_{AB}' = S_{AB}$$

$$\dot x = R\dot\theta \Rightarrow \dot\theta = \frac{\dot x}{R} \Rightarrow \ddot\theta = \frac{\ddot x}{R}$$

$$(*)\quad \frac{G_2}{g}\vec a_B = \vec G_2 + \vec R_B + \vec S_{AB}' + \vec S_{BC}'$$

! ЗАТО СЕ НЕ КОРИСТИ ЗАКОН КРЕТАЊА ЦЕНТРА МАСЕ ЗА КОТУР (ДИСК) B

$$\underline{\frac{1}{2}\frac{G_2}{g}\ddot x = S_{BC} - S_{AB}} \quad (8)$$

4 непознате $\Rightarrow \ddot x,\ S_{AB},\ S_{BC},\ S_{CE},\ S_{CD}$

4 једначине:

$$(3') \Rightarrow \frac{1}{4}\frac{G_2}{g}\ddot x = S_{CE} - S_{BC}$$

$$(4) \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{G_2}{g}\ddot x = G_2 + G_3 - \frac{1}{2}\frac{G_3}{g}\ddot x - S_{CE} - S_{BC}$$

$$(7) \Rightarrow \frac{G_1}{g}\ddot x = -G_1\sin\alpha - \mu G_1\cos\alpha + S_{AB}$$

$$(8) \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{G_2}{g}\ddot x = S_{BC} - S_{AB}$$

РЕШАВАМО СИСТЕМ

$$(7) \Rightarrow S_{AB} = \frac{G_1}{g}\ddot x + G_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

$$(7)\to(8) \Rightarrow S_{BC} = S_{AB} + \frac{1}{2}\frac{G_2}{g}\ddot x = \frac{1}{2g}(2G_1 + G_2)\ddot x + G_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \quad (9)$$

$$(3') \Rightarrow S_{CE} = S_{BC} + \frac{1}{4}\frac{G_2}{g}\ddot x$$

$$(4) \Rightarrow S_{CE} = G_2 + G_3 - \frac{1}{2}\frac{G_3}{g}\ddot x - S_{BC} - \frac{1}{2}\frac{G_2}{g}\ddot x = G_2 + G_3 - S_{BC} - \frac{1}{2g}(G_2 + G_3)\ddot x$$

из једнакости левих страна следи:

$$S_{BC} + \frac{1}{4}\frac{G_2}{g}\ddot x = G_2 + G_3 - S_{BC} - \frac{1}{2g}(G_2 + G_3)\ddot x$$

$$2S_{BC} = G_2 + G_3 - \frac{3G_2 + 2G_3}{4g}\ddot x \;\underset{(9)/\cdot 2}{=}\; \frac{1}{g}(2G_1 + G_2)\ddot x + 2G_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

$$\left(\frac{3G_2 + 2G_3}{4g} + \frac{2G_1 + G_2}{g}\right)\ddot x = G_2 + G_3 - 2G_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

$$\frac{8G_1 + 7G_2 + 2G_3}{4g}\ddot x = G_2 + G_3 - 2G_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

$$\ddot x = 4g\frac{G_2 + G_3 - 2G_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{8G_1 + 7G_2 + 2G_3}$$

$$(1) \Rightarrow \underline{a_D = 2g\frac{G_2 + G_3 - 2G_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{8G_1 + 7G_2 + 2G_3}}$$

$$(7) \Rightarrow S_{AB} = \frac{G_1}{g}4g\frac{G_2 + G_3 - 2G_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{8G_1 + 7G_2 + 2G_3} + G_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

$$\underline{S_{AB} = G_1\frac{4G_2 + 4G_3 + (7G_2 + 2G_3)(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{8G_1 + 7G_2 + 2G_3}}$$

$$*\ S_{BC} = S_{AB} + \frac{1}{2}\frac{G_2}{g}\ddot x\,,\quad S_{CE} = S_{AB} + \frac{1}{2}\frac{G_2}{g}\ddot x + \frac{1}{4}\frac{G_2}{g}\ddot x$$

$S_{AB} \neq S_{BC} \neq S_{CE}$ ЈЕР КОТУРОВИ ИМАЈУ МАСУ !