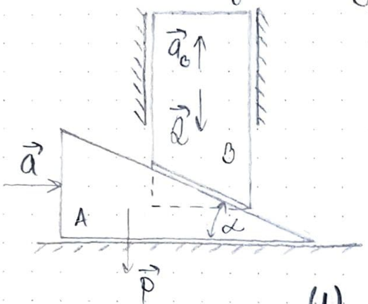
8.1. Клин A тежине $\vec{P}$ клизи по хоризонталној равни убрзањем $\vec{a}$, при чему подиже призму B тежине $\vec{Q}$ која може да клизи дуж вертикалних вођица. Одредити убрзање центра масе система.



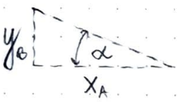
** $m\vec{a}_C = \sum m_i \vec{a}_i = m_A \vec{a}_A + m_B \vec{a}_B$, $m_A = \frac{P}{g}$, $m_B = \frac{Q}{g}$, $m = \frac{P+Q}{g}$

$$\frac{P+Q}{g}\vec{a}_C = \frac{P}{g}\vec{a} + \frac{Q}{g}\vec{a}_B \ / \cdot g$$

$$(P+Q)\vec{a}_C = P\vec{a} + Q\vec{a}_B \ / \cdot \vec{i} / \vec{j}$$

(1) $x: \ (P+Q)a_{Cx} = Pa$ $\Rightarrow$ МОЖЕ ДА СЕ ОДРЕДИ a_{Cx}

(2) $y: \ (P+Q)a_{Cy} = Qa_B$ $\Rightarrow$ МОЖЕ ДА СЕ ОДРЕДИ a_{Cy} ПРЕКО a_B



ВЕЗА ИЗМЕЂУ a_B И a

$$tg\alpha = \frac{y_B}{x_A} \Rightarrow y_B = x_A tg\alpha \Rightarrow \ddot{y}_B = \ddot{x}_A tg\alpha \Rightarrow a_B = a\,tg\alpha$$

$$\left.\begin{aligned} (1) &\Rightarrow a_{Cx} = \frac{P}{P+Q}a \\ (2) &\Rightarrow a_{Cy} = \frac{Q}{P+Q}a\,tg\alpha \end{aligned}\right\} \quad a_C = \frac{a}{P+Q}\sqrt{P^2 + Q^2 tg^2\alpha}$$

** СЛЕДИ ИЗ: $\vec{r}_C = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i$

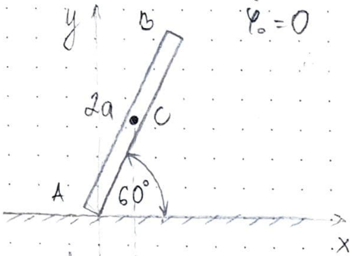
$$m\vec{r}_C = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i \ / \frac{d^2}{dt^2}$$

$$\boxed{m\vec{a}_C = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{a}_i}$$

8.4. Хомогени штап AB дужине $2a$ крајем A се ослања на глатку хоризонталну раван. У почетном тренутку штап је мировао и са хоризонталном равни градио угао од $60°$. Одредити:

а) померање краја штапа A у зависности од угла φ који штап гради са хоризонталом.

б) путању тачке B

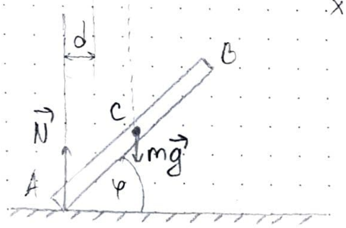


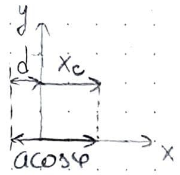
$$m\vec{a}_c = m\vec{g} + \vec{N} \,/\cdot \vec{i} \Rightarrow \text{ТЕОРЕМА О КРЕТАЊУ СРЕДИШТА МАСА}$$

$$m\ddot{x}_c = 0 \Rightarrow \ddot{x}_c = 0 \Rightarrow \dot{x}_c = const. = \dot{x}_c(0) = 0 \Rightarrow x_c = const.$$

$$** \quad x_c = const. = x_c(0) = a\cos 60° = \frac{1}{2}a \quad ***$$

ЦЕНТАР МАСЕ ШТАПА СЕ НЕ ПОМЕРА У ХОРИЗОНТАЛНОМ ПРАВЦУ





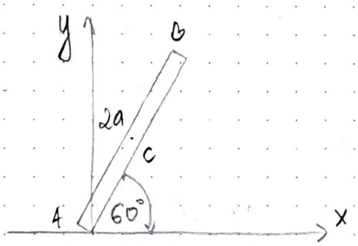
ОДРЕЂИВАЊЕ x_A ⇒ I НАЧИН

$$d = a\cos\varphi - x_c$$

$$d = a\cos\varphi - \frac{1}{2}a \,, \quad \vec{x}_A = -\left(a\cos\varphi - \frac{1}{2}a\right)\vec{i}$$

ОДРЕЂИВАЊЕ ЛИНИЈЕ ПУТАЊЕ ТАЧКЕ B:

$$\left.\begin{aligned} x_B &= -d + 2a\cos\varphi = \frac{1}{2}a + a\cos\varphi \\ y_B &= 2a\sin\varphi \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} \frac{x_B - \frac{1}{2}a}{a} &= \cos\varphi \\ \frac{y_B}{2a} &= \sin\varphi \end{aligned} \Rightarrow \frac{\left(x_B - \frac{1}{2}a\right)^2}{a^2} + \frac{y_B^2}{(2a)^2} = 1 \Rightarrow \text{елипса}$$



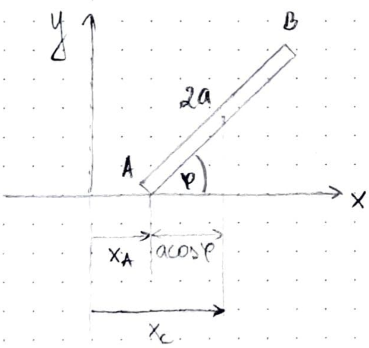
ОДРЕЂИВАЊЕ x_A ⇒ II НАЧИН ⇒ ЛАКШИ?

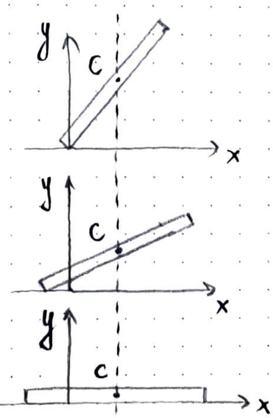
* КРАЈ A ПОМЕРАНО НА ДЕСНО КАКО БИ ЦЕО ШТАП БИО НА ПОЗИТИВНОМ ДЕЛУ X-ОСЕ

$$x_c = x_A + a\cos\varphi \Rightarrow x_A = x_c - a\cos\varphi = \frac{1}{2}a - a\cos\varphi$$

$$\vec{x}_A = \left(\frac{1}{2}a - a\cos\varphi\right)\vec{i} = -\left(a\cos\varphi - \frac{1}{2}a\right)\vec{i} \Rightarrow \text{ИСТИ РЕЗУЛТАТ}$$

јер је погрешан смер померања

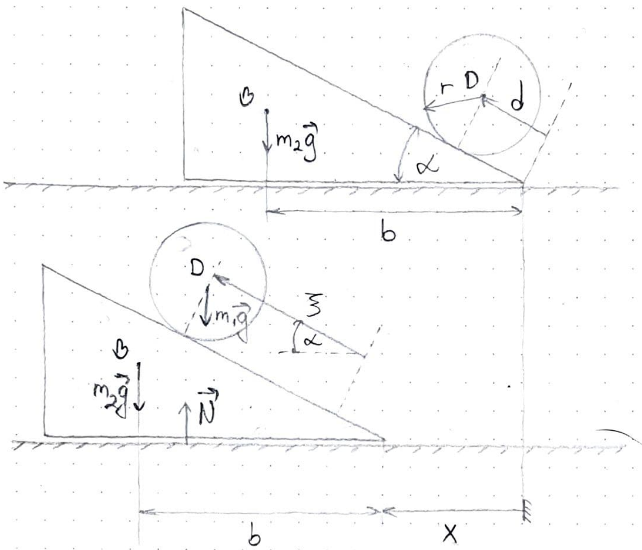




** ПОШТО ЈЕ ТРЕЊЕ ЗАНЕМАРЕНО, ЦЕНТАР МАСЕ СЕ НЕ ПОМЕРА У ХОРИЗОНТАЛНОМ ПРАВЦУ !

*** АКО ЈЕ НЕШТО КОНСТАНТНО, МОРА БИТИ ЈЕДНАКО СВОЈОЈ ВРЕДНОСТИ У ПОЧЕТНОМ ТРЕНУТКУ

8.6. Цилиндар D масе m_1 може да се котрља уз нагнуту страну призму B масе m_2. Одредити померање призме B по глаткој хоризонталној равни до тренутка кад цилиндар начини 2 пуна обрта од почетка кретања. У почетном тренутку систем је мировао.



$$\xi = 2 \cdot 2r\pi = 4r\pi$$

! ПОШТО СЕ ЦИЛИНДАР КОТРЉА С ДЕСНА НА ЛЕВО И ПРИЗМУ ПОМЕРАМО НА ЛЕВО ⇒ ТАКО ЈЕ ЈЕДНОСТАВНИЈЕ ЈЕР СЕ ПОМЕРАЊА САБИРАЈУ

САМО СПОЉАШЊЕ СИЛЕ

** $m\vec{a}_C = m_1\vec{a}_D + m_2\vec{a}_B = \vec{N} + m_1\vec{g} + m_2\vec{g} \;/\cdot \vec{i}$

$m_1\ddot{x}_D + m_2\ddot{x}_B = 0$

$m_1\dot{x}_D + m_2\dot{x}_B = const. = m_1\dot{x}_D(0) + m_2\dot{x}_B(0) = 0 \Rightarrow$ СИСТЕМ МИРУЈЕ У ПОЧ. ТР.

$m_1x_D + m_2x_B = const. = m_1x_D(0) + m_2x_B(0)$

СА СЛИКЕ:
$x_B(0) = b, \quad x_B = b + x$
$x_D = x + (d+\xi)\cos\alpha = x + d\cos\alpha + 4r\pi\cos\alpha$
$x_D(0) = d\cos\alpha$

$$m_1(x + d\cos\alpha + 4r\pi\cos\alpha) + m_2(\cancel{b} + x) = m_1 d\cos\alpha + \cancel{m_2 b}$$

$$x = -\frac{4m_1 r\pi\cos\alpha}{m_1+m_2}$$

⇒ МИНУС ЈЕ ЗБОГ ПОГРЕШНОГ СМЕРА ⇒ ПРИЗМА СЕ ПОМЕРА НА ДЕСНО ЗА $|x|$

ПОКУШАЈТЕ ДА УРАДИТЕ ЗАДАТАК ТАКО ШТО ЋЕТЕ НА ПОЧЕТКУ ПОМЕРИТИ ПРИЗМУ НА ДЕСНО ⇒ <u>ТЕЖЕ</u>

** СЛЕДИ ИЗ $m\vec{a}_C = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{a}_i$

И ТЕОРЕМЕ О КРЕТАЊУ СРЕДИШТА МАСА $\quad m\vec{a}_C = \vec{F}_R^s$

ГЛАВНИ ВЕКТОР <u>СПОЉАШЊИХ</u> СИЛА

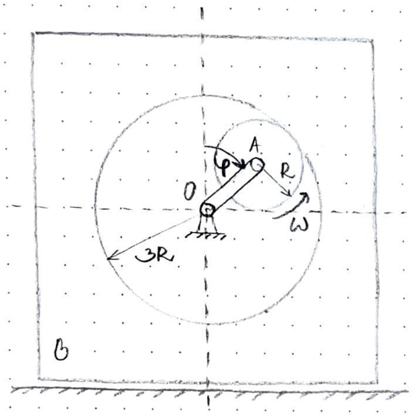
! ЗАТО СЕ НЕ УЗИМА У ОБЗИР РЕАКЦИЈА ИЗМЕЂУ ЦИЛИНДРА И ПРИЗМЕ

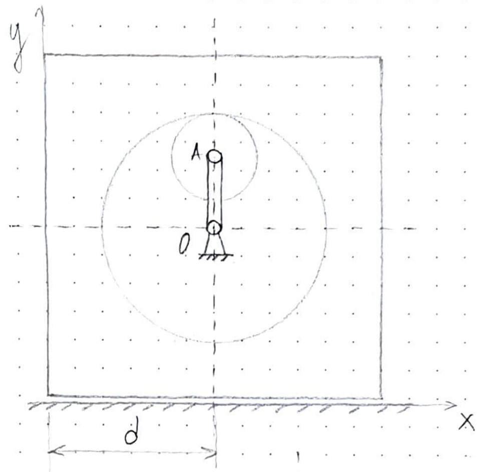
8.14. Механизам приказан на слици постављен је на глатку хоризонталну раван. Хомогена плоча А тежине G_3 и полупречника R, зглобно је везана за кривају ОА и котрља се без клизања по унутрашњој кружној површи полупречника $3R$, константном угаоном брзином ω у показаном смеру. Тежина хомогене криваје ОА је G_2, а кућишта В је G_1. У почетном тренутку криваја ОА заузима вертикални положај, а тело В мирује. Одредити:

а) кретање тела В по хоризонталној равни

б) реакцију хоризонталне подлоге

в) ω из услова да не дође до одвајања кућишта од подлоге





$x_1(0) = 0$

$x_2(0) = d$

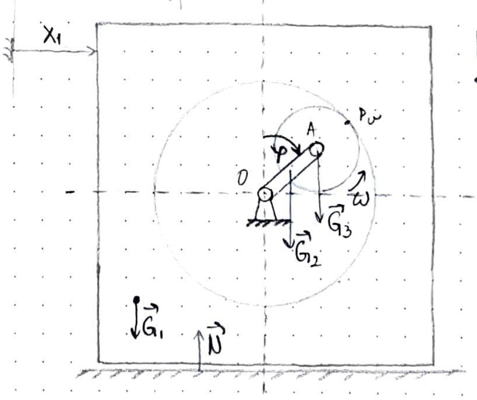
$x_3(0) = d$

$\dot{x}_1(0) = 0$

$$\left.\begin{aligned} v_A &= \overline{AP_v}\,\omega = R\omega \\ v_A &= 2R\dot{\varphi} \end{aligned}\right\} \quad \dot{\varphi} = \frac{\omega}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\omega t}{2}$$

$\dot{x}_2(0) = \frac{R\omega}{2}$

$\dot{x}_3(0) = R\omega$



! СВЕ ПОМЕРАМО НА ДЕСНО

$x_2 = x_1 + d + R\sin\varphi$

$x_3 = x_1 + d + 2R\sin\varphi$

$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 + \frac{1}{2}R\omega\cos\frac{\omega t}{2}$

$\dot{x}_3 = \dot{x}_1 + R\omega\cos\frac{\omega t}{2}$

$$m\vec{a}_c = \frac{G_1}{g}\vec{a}_1 + \frac{G_2}{g}\vec{a}_2 + \frac{G_3}{g}\vec{a}_3 = \vec{G}_1 + \vec{G}_2 + \vec{G}_3 + \vec{N} \;/\cdot\vec{i} \;/\cdot\vec{j}$$

(1) x: $\quad \frac{G_1}{g}\ddot{x}_1 + \frac{G_2}{g}\ddot{x}_2 + \frac{G_3}{g}\ddot{x}_3 = 0 \;/\cdot g$

(2) y: $\quad \frac{G_1}{g}\ddot{y}_1^{\,0} + \frac{G_2}{g}\ddot{y}_2 + \frac{G_3}{g}\ddot{y}_3 = N - G_1 - G_2 - G_3$

$$(1) \Rightarrow G_1\ddot{x}_1 + G_2\ddot{x}_2 + G_3\ddot{x}_3 = 0$$

$$G_1\dot{x}_1 + G_2\dot{x}_2 + G_3\dot{x}_3 = const. = G_1\dot{x}_1(0)^{0} + G_2\dot{x}_2(0) + G_3\dot{x}_3(0)$$

$$G_1\dot{x}_1 + G_2\dot{x}_1 + \frac{1}{2}R\omega G_2\cos\frac{\omega t}{2} + G_3\dot{x}_1 + R\omega G_3\cos\frac{\omega t}{2} = \frac{1}{2}R\omega G_2 + R\omega G_3$$

$$\dot{x}_1 = \frac{\frac{1}{2}R\omega G_2 + R\omega G_3 - R\omega\left(\frac{1}{2}G_2 + G_3\right)\cos\frac{\omega t}{2}}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$x_1 = \frac{G_2 + 2G_3}{2(G_1 + G_2 + G_3)}R\omega t - \frac{G_2 + 2G_3}{\cancel{2}(G_1 + G_2 + G_3)}R\cancel{\omega}\frac{\cancel{2}}{\cancel{\omega}}\left(\sin\frac{\omega t}{2} - 0\right)$$

$$x_1 = \frac{G_2 + 2G_3}{G_1 + G_2 + G_3}R\left(\frac{1}{2}\omega t - \sin\frac{\omega t}{2}\right)$$

$$(2) \Rightarrow N = G_1 + G_2 + G_3 + \frac{G_2}{g}\ddot{y}_2 + \frac{G_3}{g}\ddot{y}_3$$

$$y_2 = d + R\cos\varphi = d + R\cos\frac{\omega t}{2} \Rightarrow \dot{y}_2 = -\frac{1}{2}R\omega\sin\frac{\omega t}{2} \Rightarrow \ddot{y}_2 = -\frac{1}{4}R\omega^2\cos\frac{\omega t}{2}$$

$$y_3 = d + 2R\cos\varphi = d + 2R\cos\frac{\omega t}{2} \Rightarrow \dot{y}_3 = -R\omega\sin\frac{\omega t}{2} \Rightarrow \ddot{y}_3 = -\frac{1}{2}R\omega^2\cos\frac{\omega t}{2}$$

$$N = G_1 + G_2 + G_3 - \frac{1}{4}\frac{R\omega^2 G_2}{g}\cos\frac{\omega t}{2} - \frac{1}{2}\frac{R\omega^2 G_3}{g}\cos\frac{\omega t}{2}$$

$$N = G_1 + G_2 + G_3 - \frac{1}{4}\frac{R\omega^2}{g}(G_2 + 2G_3)\cos\frac{\omega t}{2}$$

$N \geq 0 \Rightarrow$ УСЛОВ ДА НЕ ДОЂЕ ДО ОДБАЈАЊА КУЋИШТА ОД ПОДЛОГЕ

$$G_1 + G_2 + G_3 - \frac{1}{4}\frac{R\omega^2}{g}(G_2 + 2G_3)\cos\frac{\omega t}{2} \geq 0$$

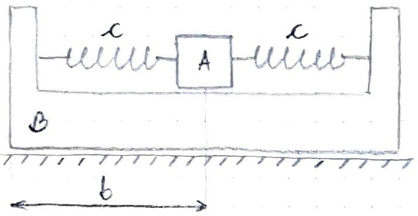
$$\omega^2 \leq \frac{G_1 + G_2 + G_3}{\frac{R}{4g}(G_2 + 2G_3)\cos\frac{\omega t}{2}}$$

ω ТРЕБА ДА БУДЕ МАЊЕ ОД НАЈМАЊЕ ВРЕДНОСТИ ИЗРАЗА,
ТЈ. КАДА $\cos\frac{\omega t}{2}$ ИМА МАКСИМАЛНУ ВРЕДНОСТ

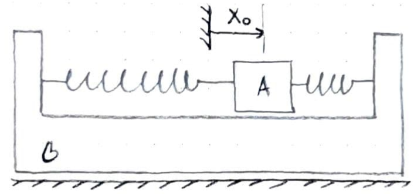
$$\frac{\omega t}{2} = 0 \Rightarrow \cos\frac{\omega t}{2} = 1$$

$$\omega^2 \leq \frac{G_1 + G_2 + G_3}{\frac{R}{4g}(G_2 + 2G_3)}$$

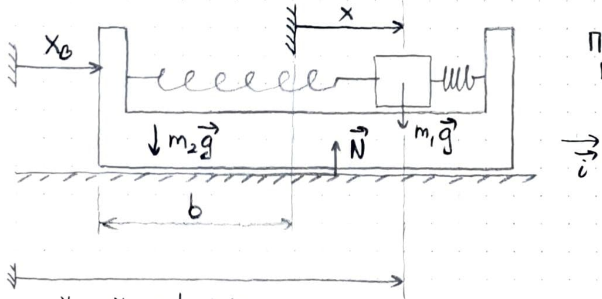
8.5. Тело A масе m_1 везано је за тело B масе m_2 помоћу две еластичне опруге једнаких крутости c. Тело A може да клизи без трења по телу B, а тело B клизи без трења по хоризонталној равни. У почетном положају тело A померено је за x_0 у десну страну од свог равнотежног положаја и пуштено да се креће без почетне брзине. Одредити једначину кретања тела B ако је и оно у почетном тренутку мировало.



РАВНОТЕЖНИ ПОЛОЖАЈ



ПОЧЕТНИ ПОЛОЖАЈ



ПРОИЗВОЉНИ ПОЛОЖАЈ

! КООРДИНАТА X СЕ МЕРИ РАВНОТЕЖНОГ ПОЛОЖАЈА

! ЗАДАТАК САДРЖИ ДИНАМИКУ РЕЛАТИВНОГ КРЕТАЊА ТАЧКЕ КОЈА ОСЦИЛУЈЕ

$x_A = x_B + b + x$

САМО СПОЉАШЊЕ СИЛЕ $\left(m\vec{a}_C = \vec{F}_R^s\right)$

$$m\vec{a}_C = m_1\vec{a}_A + m_2\vec{a}_B = m_1\vec{g} + m_2\vec{g} + \vec{N} \;/\cdot\vec{i}$$

$$m_1\ddot{x}_A + m_2\ddot{x}_B = 0$$

$$m_1\dot{x}_A + m_2\dot{x}_B = const. = m_1\dot{x}_A(0) + m_2\dot{x}_B(0) = 0$$

У ПОЧ. ТР. СИСТЕМ ЈЕ МИРОВАО

$$m_1 x_A + m_2 x_B = const. = m_1 x_A(0) + m_2 x_B(0)$$

СА СЛИКЕ $\Rightarrow$ $x_A(0) = b + x_0$, $x_A = x_B + b + x$

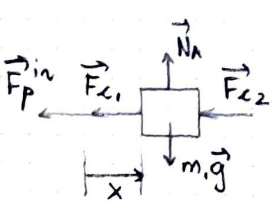
$x_B(0) = 0$

$$m_1(x_B + \cancel{b} + x) + m_2 x_B = m_1(\cancel{b} + x_0) + 0$$

$$(m_1 + m_2)\,x_B = m_1(x_0 - x)$$

$$(1)\quad x_B = \frac{m_1}{m_1+m_2}(x_0 - x)$$

РЕЛАТИВНО ОСЦИЛОВАЊЕ ТЕЛА A



$\vec{F}_{cor}^{in} = 0 \quad (\vec{\omega}_p = 0)$

$$\Rightarrow \quad m_1\vec{a}_r = m_1\vec{g} + \vec{N}_A + \vec{F}_{c_1} + \vec{F}_{c_2} + \vec{F}_p^{in} \;/\cdot\vec{i}$$

$$m_1\ddot{x} = -F_{c_1} - F_{c_2} - F_p^{in}$$

$$m_1\ddot{x} = -2cx - \left(-\frac{m_1^2}{m_1+m_2}\ddot{x}\right)$$

$$\left(m_1 - \frac{m_1^2}{m_1+m_2}\right)\ddot{x} + 2cx = 0$$

$F_{c_1} = cx$

$F_{c_2} = cx$

$F_p^{in} = m_1\ddot{x}_B$

$\ddot{x}_B = -\frac{m_1}{m_1+m_2}\ddot{x}$

$F_p^{in} = -\frac{m_1^2}{m_1+m_2}\ddot{x}$

$$\frac{\cancel{m_1^2} + m_1 m_2 - \cancel{m_1^2}}{m_1+m_2}\ddot{x} + 2cx = 0 \quad \Big/ : \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$$

$$\ddot{x} + \underbrace{\frac{2c(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}_{\omega^2} x = 0$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \Rightarrow \lambda^2 + \omega^2 = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm i\omega$$

$$x = C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t$$

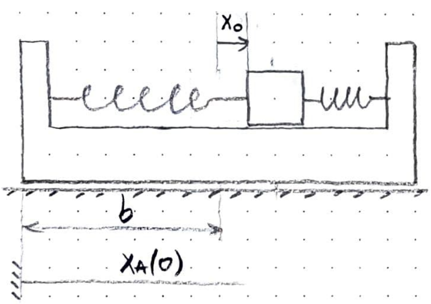
$$\dot{x} = -C_1\omega \sin\omega t + C_2 \omega \cos\omega t$$

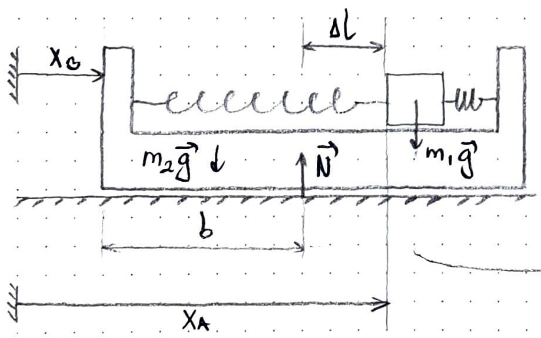
$$\left.\begin{array}{ll} x_0 = C_1 \cos 0 + C_2 \sin 0 & \Rightarrow x_0 = C_1 \\ 0 = -C_1 \omega \sin 0 + C_2 \omega \cos 0 & \Rightarrow 0 = C_2\omega \Rightarrow C_2 = 0 \end{array}\right\} x = x_0 \cos\omega t \; (2) \rightarrow (1)$$

$$x_B = \frac{m_1}{m_1+m_2}\left(x_0 - x_0 \cos\omega t\right)$$

$$\underline{x_B = \frac{m_1}{m_1+m_2} x_0 \left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{2c(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}\, t\right)\right]}$$

II НАЧИН $\Rightarrow$ БЕЗ РЕЛАТИВНЕ КООРДИНАТЕ x И ИНЕРЦИЈАЛНЕ СИЛЕ





$$m\vec{a}_C = m_1\vec{a}_A + m_2\vec{a}_B = m_1\vec{g} + m_2\vec{g} + \vec{N} \quad / \cdot \vec{i}$$

$$m_1\ddot{x}_A + m_2\ddot{x}_B = 0$$

$$m_1\dot{x}_A + m_2\dot{x}_B = const. = m_1\dot{x}_A(0) + m_2\dot{x}_B(0)$$

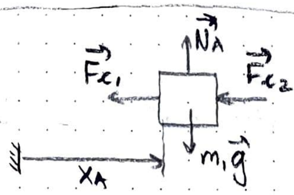
$$m_1 x_A + m_2 x_B = const. = m_1 x_A(0) + m_2 x_B(0)$$

$$x_A(0) = b + x_0$$

$$x_B(0) = 0$$

$$m_1 x_A + m_2 x_B = m_1(b + x_0) + 0$$

$$(1) \quad x_B = \frac{m_1(b + x_0 - x_A)}{m_2}, \quad x_A \Rightarrow \text{ОСЦИЛАЦИЈЕ ТЕЛА А}$$



$$\Delta l = x_A - x_B - b \quad (\text{СА СЛИКЕ})$$

$$F_{c1} = F_{c2} = c\Delta l = c(x_A - x_B - b)$$

$$m_1\vec{a}_A = m_1\vec{g} + \vec{N}_A + \vec{F}_{c1} + \vec{F}_{c2} \quad / \cdot \vec{i}$$

$$m_1\ddot{x}_A = -F_{c1} - F_{c2} = -2c(x_A - x_B - b)$$

$$m_1\ddot{x}_A + 2c\left(x_A - \frac{m_1(b + x_0 - x_A)}{m_2} - b\right) = 0 \quad / : m_1$$

$$\ddot{x}_A + \frac{2c}{m_1}\left(\frac{m_2 x_A + m_1 x_A - m_1 b - m_1 x_0 - m_2 b}{m_2}\right) = 0$$

$$\ddot{x}_A + \underbrace{\frac{2c(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}_{\omega^2} x_A = \frac{2c(m_1+m_2)}{m_1 m_2} b + \frac{2c}{m_2} x_0$$

$$\ddot{x}_A + \omega^2 x_A = \frac{2c(m_1+m_2)}{m_1 m_2} b + \frac{2c}{m_2} x_0$$

$$\ddot{x}_A + \omega^2 x_A = 0 \Rightarrow \lambda^2 + \omega^2 = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm i\omega$$

$$x_{Ah} = C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t$$

$$x_{Ap} = A \Rightarrow \dot{x}_{Ap} = \ddot{x}_{Ap} = 0$$

$$0 + \omega^2 A = \underbrace{\frac{2c(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}_{\omega^2} b + \frac{2c}{m_2} x_0$$

$$\omega^2 A = \omega^2 b + \frac{2c}{m_2} x_0$$

$$A = b + \frac{2c}{m_2\omega^2} x_0$$

$$x_A = C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t + b + \frac{2c}{m_2\omega^2} x_0$$

$$\dot{x}_A = -C_1\omega \sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t + 0$$

$$x_0 + \cancel{b} = C_1 + 0 + \cancel{b} + \frac{2c}{m_2\omega^2} x_0 \qquad \Rightarrow C_1 = x_0\left(1 - \frac{2c}{m_2\omega^2}\right)$$

$$0 = 0 + C_2\omega \qquad \Rightarrow C_2 = 0$$

$$x_A = x_0\left(1 - \frac{2c}{m_2\omega^2}\right)\cos\omega t + b + \frac{2c}{m_2\omega^2} x_0 \qquad (2) \rightarrow (1)$$

$$x_B = \frac{m_1}{m_2}\left[\cancel{b} + x_0 - x_0\left(1 - \frac{2c}{m_2\omega^2}\right)\cos\omega t - \cancel{b} - \frac{2c}{m_2\omega^2} x_0\right]$$

$$x_B = \frac{m_1}{m_2}\left[x_0\left(1 - \frac{2c}{m_2\omega^2}\right) - x_0\left(1 - \frac{2c}{m_2\omega^2}\right)\cos\omega t\right]$$

$$= \frac{m_1}{m_2}\left(1 - \frac{2c}{m_2\omega^2}\right) x_0 (1 - \cos\omega t)$$

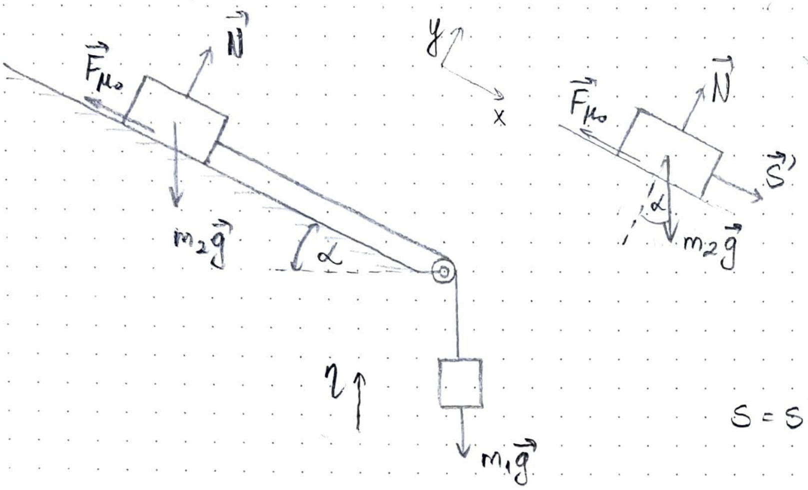
$$= \frac{m_1}{m_2}\left(1 - \frac{2c}{\cancel{m_2}\frac{2c(m_1+m_2)}{m_1 \cancel{m_2}}}\right) x_0 (1 - \cos\omega t)$$

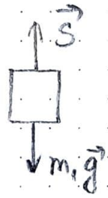
$$\underline{x_B = \frac{m_1}{m_1+m_2} x_0 \left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{2c(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}\, t\right)\right]}$$

* МОЖЕ СЕ ПРИМЕТИТИ ДА ЈЕ РАЧУН МНОГО ЈЕДНОСТАВНИЈИ КАДА СЕ КОРИСТИ РЕЛАТИВНА КООРДИНАТА X

* ЗАДАТАК: Одредити однос маса терета (1) и тела (2) тако да систем мирује, ако је коеф. трења мировања $\mu_0=\sqrt{3}$, а угао нагиба стрме равни $\alpha=30^\circ$. Ако је однос маса $m_1=2m_2$, коликом брзином се креће и колики пут пређе тело 2 након 4s?

Коеф. трења при кретању је $\mu=\frac{\sqrt{3}}{2}$





$S=S'=m_1g$

(I) $m_2\vec{g}+\vec{F}_{\mu_0}+\vec{N}+\vec{S}'=0 \;/\cdot\vec{i}\;/\cdot\vec{j}$

x: $m_2g\sin\alpha - F_{\mu_0}+S'=0$

y: $-m_2g\cos\alpha+N=0 \quad\Rightarrow N=m_2g\cos\alpha \Rightarrow F_{\mu_0}=\mu_0N=m_2g\mu_0\cos\alpha$

$m_2\cancel{g}\sin\alpha - m_2\cancel{g}\mu_0\cos\alpha+m_1\cancel{g}=0 \;/:g$

$m_1=m_2(\mu_0\cos\alpha-\sin\alpha)$

$\frac{m_1}{m_2}=\mu_0\cos\alpha-\sin\alpha=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}=1 \qquad m_1=m_2 \Rightarrow$ СТАТИЧКА РАВНОТЕЖА

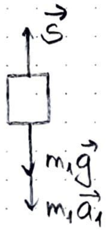
(II) $m_2\vec{a}_2=m_2\vec{g}+\vec{F}_\mu+\vec{N}+\vec{S}' \;/\cdot\vec{i}\;/\cdot\vec{j}$

x: $m_2\ddot{x}_2=m_2g\sin\alpha-F_\mu+S'$

y: $0=-m_2g\cos\alpha+N \quad\Rightarrow N=m_2g\cos\alpha \Rightarrow F_\mu=\mu N=\mu m_2g\cos\alpha$

$m_1=2m_2,\; \mu=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ КОЕФ. ТР. ПРИ КРЕТАЊУ

! МЕЊА СЕ СИЛА S ЈЕР ТЕРЕТ ИМА УБРЗАЊЕ



$m_1\vec{a}_1=m_1\vec{g}+\vec{S}\;/\cdot\vec{\mu}$

$-m_1\ddot{\eta}_1=-m_1g+S \Rightarrow S=S'=m_1(g-\ddot{\eta}_1)$

$m_2\ddot{x}_2=m_2g\sin\alpha-F_\mu+m_1(g-\ddot{\eta}_1)$

ПОШТО СУ ТЕЛА ПОВЕЗАНА УЖЕТОМ $v_1=v_2 \Rightarrow \dot{\eta}_1=\dot{x}_2 \Rightarrow \ddot{\eta}_1=\ddot{x}_2$

$(m_1+m_2)\ddot{x}_2=\frac{1}{2}m_2g+m_1g-\mu m_2g\cos\alpha$

$(2m_2+m_2)\ddot{x}_2=\frac{1}{2}m_2g+2m_2g-\frac{3}{4}m_2g \;/:m_2$

$3\ddot{x}_2=\frac{7}{4}g \Rightarrow \ddot{x}_2=\frac{7}{12}g$

$\int_0^{\dot{x}_2}d\dot{x}_2=\frac{7}{12}g\int_0^t dt \Rightarrow \dot{x}_2=\frac{7}{12}gt \qquad t_1=4s \Rightarrow \dot{x}_2(t_1)=\frac{7}{3}g\left[\frac{m}{s}\right]$

$\int_0^{x_2}dx_2=\frac{7}{12}g\int_0^t t\,dt \Rightarrow x_2=\frac{7}{12}g\frac{t^2}{2}=\frac{7}{24}gt^2 \qquad t_2=4s \Rightarrow x_2(t_1)=\frac{14}{3}g\,[m]$