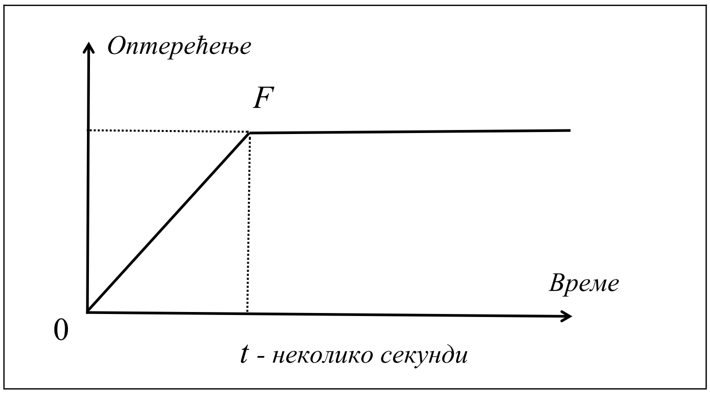
3. ПОЈАМ НАПОНА И ДЕФОРМАЦИЈЕ

3.1 ПОЈАМ НАПОНА

Механичка мера узајамног дејства два тела назива се силом. Силе се деле на **спољашње** и **унутрашње**. Спољашње силе могу бити запреминске (гравитациона, магнетна...) или површинске (притисак...). Посебна врста површинског оптерећења која се највише појављује у машинској техници назива се концентрисаним оптерећењем (површина на којој делује оптерећење је мала у поређењу са димензијама конструкције тако да се у прорачуну може апроксимирати тачком).

Према начину промене током времена силе се деле на
- **статичке** и
- **динамичке** (променљиве, ударне...).

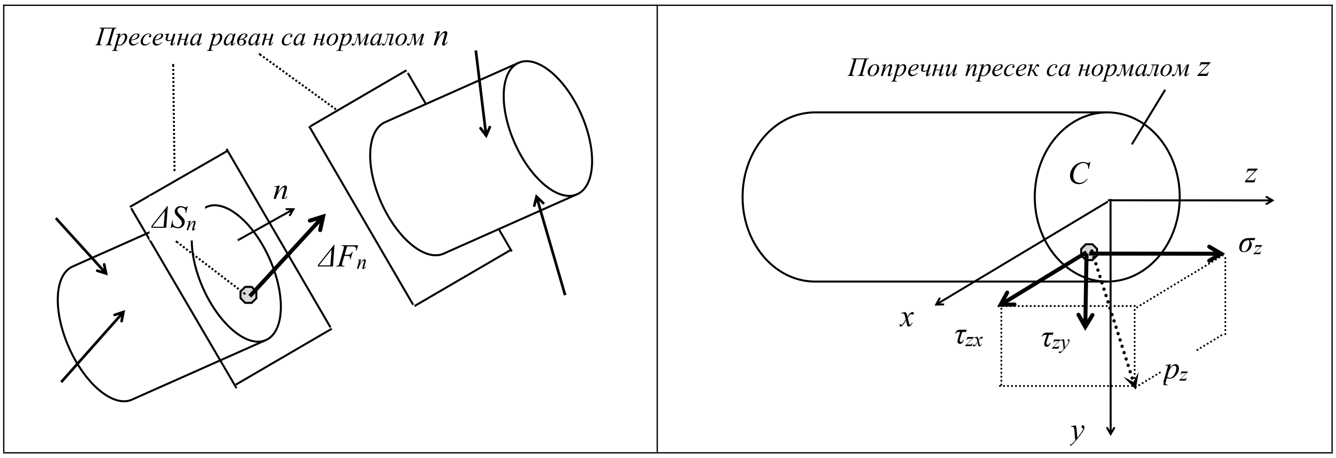
У оквиру овог курса посматраће се углавном статичке силе, а то су силе којима интензитет расте од нуле до жељене вредности у временском интервалу од неколико секунди (слика 3.1).



Слика 3.1. *Статичка сила (оптерећење)*

Концепт напона у механици континуума развио је Коши почетком деветнаестог века. То је мера интензитета или расподеле укупних унутрашњих сила које делују у оквиру деформабилног тела по замишљеној пресечној површи. У теорији еластичности напон представља меру просечне силе по јединици површине. Унутрашње силе настају између честица тела као реакција на спољашње силе, које се осећају у телу. Ове унутрашње силе распоређују се континуално унутар запремине тела зато што се деформабилно тело посматра као континуум.

Јединица за напон је иста као и јединица за притисак $Pa = \frac{N}{m^2}$. Инжењерске мере обично се изражавају у MPa, GPa, или $\frac{kN}{cm^2}$.



Слика 3.2. *Кошијев напон на пресечној површини дефинисаној нормалом* $\vec{n}$ *и* $\vec{z}$

Ако је $\vec{n}$ вектор нормале на произвољну пресечну површину, одговарајући напон се добија као

$$\vec{p}_n = \lim_{\Delta S_n \to 0} \frac{\Delta \vec{F}_n}{\Delta S_n} = \frac{d\vec{F}_n}{dS_n} . \tag{3.1}$$

Вектор напона у попречном пресеку дефинисаном нормалом z може се разложити на три компоненте у правцима трију међусобно управних оса које се обележавају са (x, y, z). За нормалне напоне користи се симбол σ, а за напоне у равни пресека (тангенцијални или смичући напони) користи се τ. У индексу се додају две ознаке, прва дефинише нормалу пресечне равни, а друга представља правац дејства напона. Тако је вектор укупног напона у посматраној тачки пресека

$$\vec{p}_z = \vec{\sigma}_{z(z)} + \vec{\tau}_{zx} + \vec{\tau}_{zy} . \tag{3.2}$$

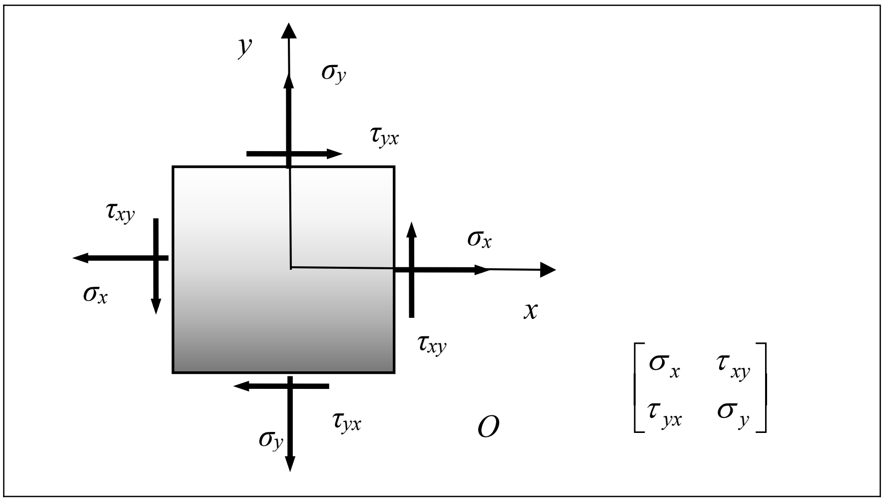
Стање напона у посматраној тачки представља скуп свих вектора напона за све равни које пролазе кроз посматрану тачку.

ТЕНЗОР НАПОНА

Да би могао да се одреди вектор напона за било коју произвољну раван, довољно је познавати напоне у правцима координатних оса за три међусобно управне равни. Зато се просторно напонско стање уобичајено представља тензором напона

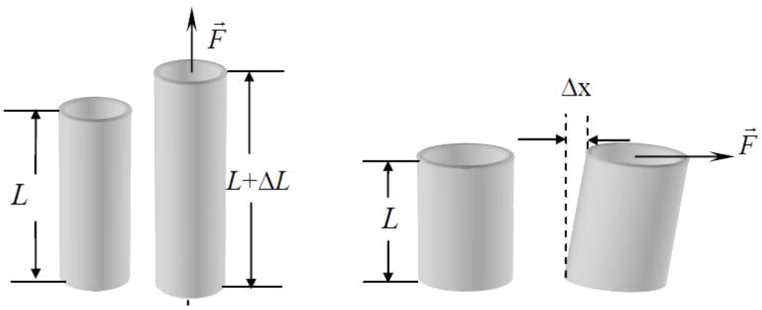
$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

кога чини укупно девет компоненти. Овај тензор је симетричан.



Слика 3.3. *Приказ равног стања напона*

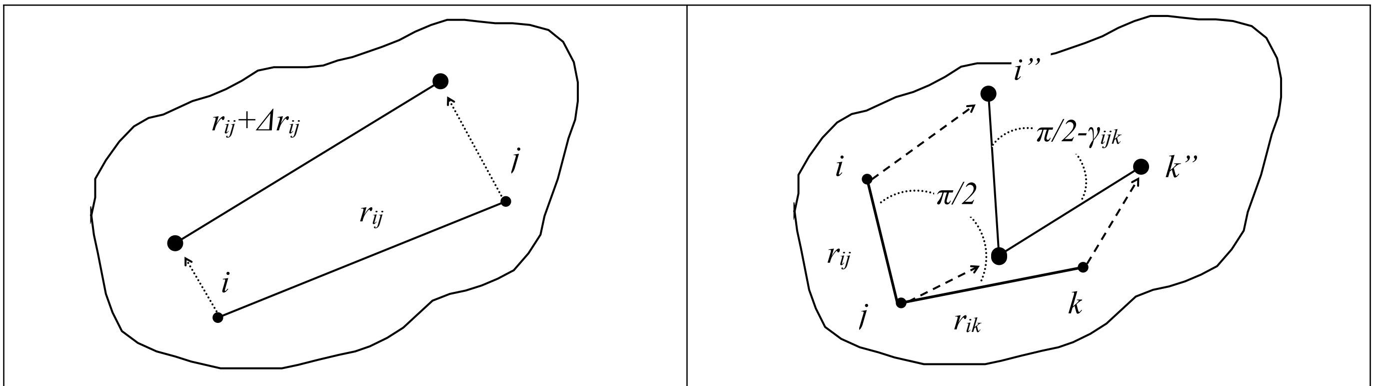
3.2 ПОЈАМ ДЕФОРМАЦИЈЕ



Слика 3.4. *Сликовит приказ линијске и угаоне деформације*

Линијска деформација описује промену растојања између одабраних тачака. На телу се пре почетка дејства оптерећења уоче две тачке i и j на растојању r_{ij}. Промена тог растојања приликом деловања оптерећења (тело се деформише) означава се са Δr_{ij} . Линијска деформација, или дилатација представља њихов однос када $r_{ij} \to 0$, односно

$$\varepsilon_{ij} = \lim_{r_{ij} \to 0} \frac{\Delta r_{ij}}{r_{ij}} = \frac{d\Delta r_{ij}}{dr_{ij}} . \tag{3.4}$$



Линијска деформација	Угаона деформација

Слика 3.5. *Дефиниција линијске и угаоне деформације*

Линијска односно дужинска деформација (дилатација) је појам везан за тачку и правац (две тачке дефинишу правац). У Декартовом координатном систему за сваку тачку се одређују линијске деформације у правцима координатних оса и обележавају се ознакама ε_x, ε_y, ε_z.

Угаона деформација приказује промену почетног правог угла. На телу се уоче три тачке *i*, *j*, *k* тако да је угао између праваца *ij* и *jk* прав. После деформације те тачке прелазе у положај *i''*, *j''* и *k''*, при чему долази до промене правог угла, тако да је

$$\gamma_{ijk} = \lim_{\substack{r_{ij}\to 0 \\ r_{jk}\to 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle i''\, j''\, k'' \right). \tag{3.5}$$

Угаона деформација, односно клизање је појам везан за тачку и раван (три тачке дефинишу раван). У Декартовом координатном систему за сваку тачку се одређују угаоне деформације у правцима координатних равни *xy*, *yz* и *zx* и обележавају се ознакама γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx}.

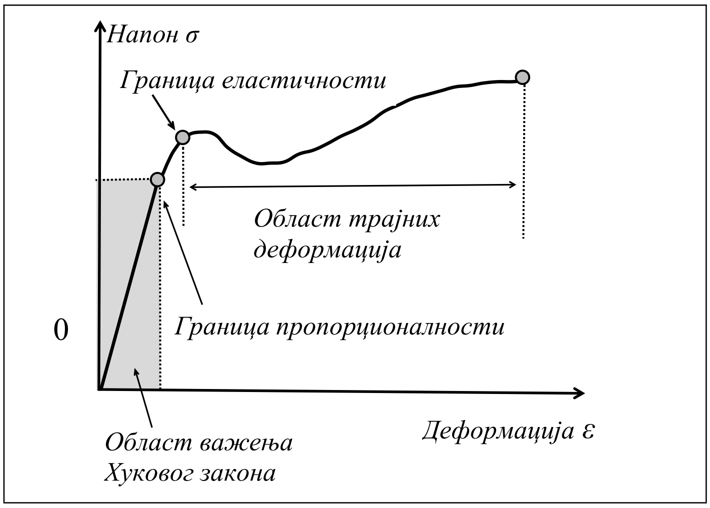
ТЕНЗОР ДЕФОРМАЦИЈЕ

Стање деформације у посматраној тачки представља скуп свих вредности линијских и угаоних деформација за све правце и све равни које кроз њу пролазе. Да би се одредила произвољна деформација у посматраној тачки неопходно је познавати све линијске и све угаоне деформације у односу на усвојен координатни систем. Зато тензор деформације има девет компоненти и приказује се одговарајућом матрицом

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}. \tag{3.6}$$

Овај тензор је симетричан.

3. 3 ВЕЗА НАПОНА И ДЕФОРМАЦИЈЕ. ХУКОВ ЗАКОН. ПОАСОНОВ КОЕФИЦИЈЕНТ



Слика 3.6. *Веза нормалног напона и одговарајуће деформације*

Веза нормалног напона и линијске деформације може се представити дијаграмом са слике 3.6, који се добија експерименталним путем, затезањем епрувете од посматраног материјала и мерењем напона и деформација. За основни прорачун је најважнији први део дијаграма у коме је веза напона и деформација линеарна и припада области еластичних деформација. У тој зони дијаграма важи Хуков закон. Коефицијент пропорционалности при једнооосном напрезању за челик износи око 20 000 kN/cm^2, односно 200 GPa.

Хуков закон приказан је изразима:

- за нормалне напоне (само за једноосно напрезање)

$$\sigma_x = E\varepsilon_x \;\; (\sigma_y = E\varepsilon_y \;, \sigma_z = E\varepsilon_z) \qquad \text{и} \tag{3.7}$$

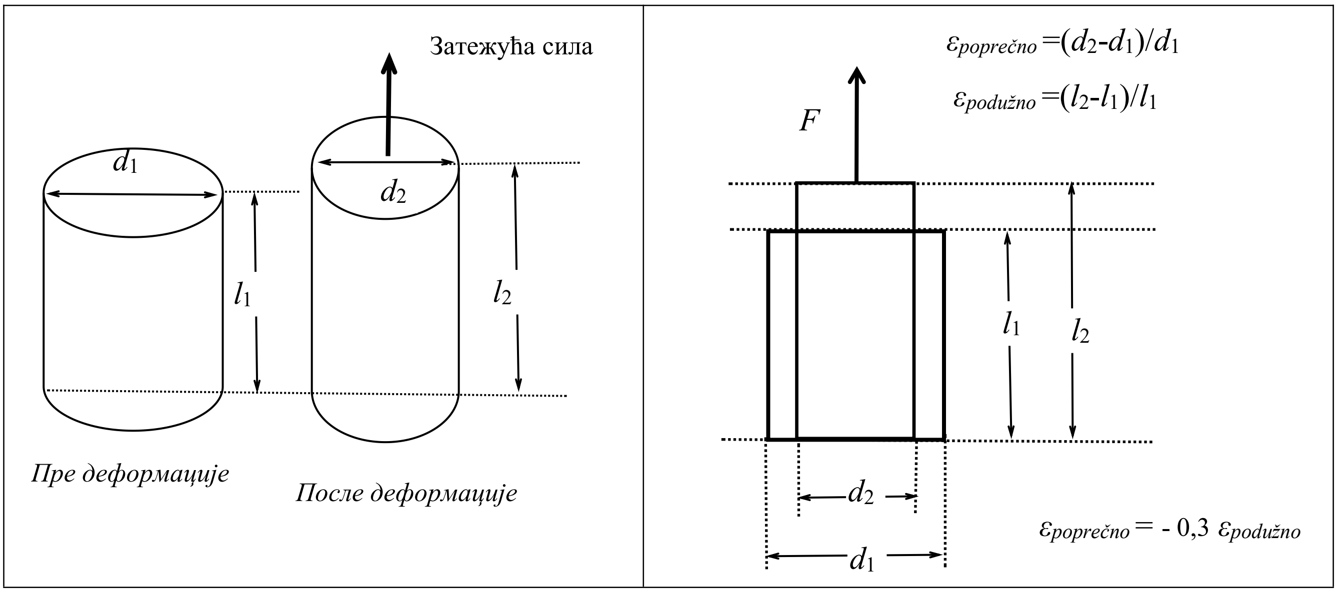
- за тангенцијалне (смичуће) напоне

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \;\; (\tau_{yz} = G\gamma_{yz} \,,\; \tau_{zx} = G\gamma_{zx}) \tag{3.8}$$

при чему су E и G веома важне материјалне константе; E је Модуо еластичности, а G Модуо клизања.

Постоји још једна за инжењерске прорачуне веома битна физичка карактеристика материјала која се назива Поасонов коефицијент. Поасонов коефицијент ν представља однос попречне и подужне деформације

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{poprecno}}{\varepsilon_{poduzno}} \,. \tag{3.9}$$



Слика 3.7. *Подужна и попречна деформација*

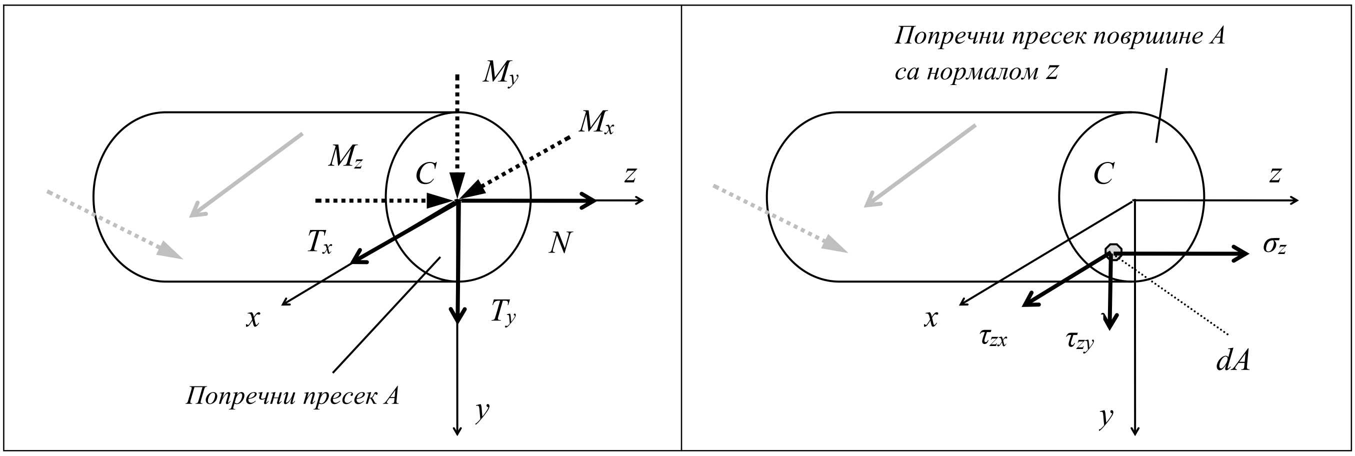
Између ових карактеристика постоји следећа веза (може да се изведе)

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \;. \tag{3.10}$$

Поасонов коефицијент за челик износи 0,3 (теоретске границе су од -1 до 0,5).

3.4 ЈЕДНАЧИНЕ РАВНОТЕЖЕ ГРЕДНОГ НОСАЧА

Нека у посматраном пресеку гредног носача делује резултујућа сила са компонентама (T_x, T_y, T_z=N) и резултујући момент чије су компоненте (M_x, M_y, M_z).



Слика 3.8. *Равнотежа гредног елемента*

Једначине равнотеже добијају се изједначавањем одговарајућих величина изражених преко напона у облику

Једначине равнотеже сила	Једначине равнотеже момената
1. $\iint_A \sigma_z dA = N$,	4. $\iint_A y\sigma_z dA = M_x$,
2. $\iint_A \tau_{zx} dA = T_x$,	5. $\iint_A x\sigma_z dA = -M_y$,
3. $\iint_A \tau_{zy} dA = T_y$,	6. $\iint_A \left(x\tau_{zy} - y\tau_{zx}\right) dA = M_z$.

(3.11)

Раздвајањем резултујућих оптерећења добијају се основне врсте напрезања:

- нормална сила N која делује управно на пресек изазива **подужно или аксијално напрезање**,
- попречне силе T_x и T_y које делују у равни пресека изазивају **смицање**,
- момент M_z који је као вектор управан на пресек, а делује у његовој равни, назива се моментом **увијања или торзије**,
- остала два вектора момента M_x и M_y представљају моменте **савијања**.

ОСНОВНЕ ПРЕТПОСТАВКЕ ОТПОРНОСТИ МАТЕРИЈАЛА (МЕХАНИКЕ МАТЕРИЈАЛА)

Да би посматрана конструкција била **конструкција са линеарним понашањем** мора испуњавати следеће услове (претпоставке):

1. **Претпоставка о материјалу** - материјал је непрекидан, хомоген, изотропан и идеално линеарно еластичан;

2. **Претпоставка о малим деформацијама** - линијске деформације су мале у поређењу са димензијама тела и њихов ред величине је око једног промила,

3. **Претпоставка о силама** - спољашње силе су статичке.

За конструкције са линеарним понашањем могу се увести још две претпоставке:

4. **Претпоставка о независности дејства сила** односно принцип суперпозиције - ако делује више различитих оптерећења прво се посматра утицај сваког оптерећења појединачно, а затим се добијени резултати једноставно сабирају,

5. **Претпоставка о начину писања услова равнотеже** - услови равнотеже најчешће се могу писати за облик и димензије конструкције пре деформације.