

### Математика 3 - домаћи

1. Одредити опште решење ДЈ  $y''' = \frac{1}{x}$ .  
 $\left( y = \frac{x^2}{2} \ln |x| + c_1 x^2 + c_2 x + c_3 \right)$
2. Одредити опште решење ДЈ  $xy'' - y' - x = 0$ .  
 $\left( y = \frac{x^2}{2} \ln |x| + c_1 x^2 + c_2 \right)$
3. Одредити опште решење ДЈ  $1 + y'^2 = 2yy''$ .  
 $\left( x = \pm \frac{2}{c_1} \sqrt{c_1 y - 1} + c_2 \right)$
4. Одредити оно решење ДЈ  $xy'' + xy'^2 - y' = 0$  које задовољава услове  $y(2) = 2$ ,  $y'(2) = 1$ .  
 $\left( y = \ln \frac{x^2}{4} + 2 \right)$
5. Одредити опште решење ДЈ  $y'' - y'(1 + y') = 0$ .  
 $(y = -\ln |1 - c_1 e^x| + c_2)$
6. Одредити опште решење ДЈ  $xy'' + 2(x + 1)y' + 2y = 0$ , ако је једно њено партикуларно решење облика  $y_1 = x^p$ ,  $p \in \mathbb{R}$ :  
(а) снижавањем реда ДЈ;  
(б) помоћу Лиувилеве формуле.  
 $\left( y = c_1 \frac{1}{x} + c_2 \frac{1}{x} e^{-2x} \right)$
7. Одредити опште решење ДЈ  $y'' + y' - 2y = 0$ .  
 $(y = c_1 e^x + c_2 e^{-2x})$
8. Одредити опште решење ДЈ  $y'' + 10y' + 25y = 0$ .  
 $(y = c_1 e^{-5x} + c_2 x e^{-5x})$
9. Одредити опште решење ДЈ  $y'' - y' + y = 0$ .  
 $\left( y = c_1 e^{x/2} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + c_2 e^{x/2} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x \right)$
10. Одредити опште решење ДЈ  $y^{(4)} + 8y'' + 16y = 0$ .  
 $(y = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x + c_3 x \cos 2x + c_4 x \sin 2x)$

11. Одредити опште решење ДЈ  $y^{(5)} + 2y^{(4)} + 4y''' + 6y'' + 3y' = 0$ .  
 $(y = c_1 + c_2 e^{-x} + c_3 x e^{-x} + c_4 \cos \sqrt{3}x + c_5 \sin \sqrt{3}x)$
12. Одредити опште решење ДЈ  $y''' + 2y'' - y' - 2y = e^x + x^2$ .  
 $\left( y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-x} + c_3 e^x + \frac{1}{6} x e^x - \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} x - \frac{5}{4} \right)$
13. Одредити опште решење ДЈ  $y'' + 5y' + 6y = \frac{1}{1 + e^x}$ .  
 $\left( y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-3x} + \frac{1}{2} e^{-x} - (e^{-2x} + e^{-3x}) \ln(1 + e^x) \right)$
14. Одредити опште решење ДЈ  $x^3 y''' + 2x y' - 2y = 0$ .  
 $(y = x(c_1 + c_2 \cos(\ln |x|)) + c_3 \sin(\ln |x|))$
15. Одредити опште решење ДЈ  $x^2 y'' - 2x y' + 2y = 2x^3 - x$ .  
 $(y = c_1 x + c_2 x^2 + |x| \ln |x| + |x|^3)$
16. Одредити оно решење система ДЈ

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + 3x + 4y &= 2t \\ \frac{dy}{dt} - x - y &= t \end{aligned}$$

које задовољава услове  $x(0) = 0, y(0) = 0$ .

$$\begin{pmatrix} x = -2(4t + 7)e^{-t} - 6t + 14 \\ y = (4t + 9)e^{-t} + 5t - 9 \end{pmatrix}$$

17. Одредити опште решење система ДЈ

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 2x + y \\ \frac{dy}{dt} &= x + 3y - z \\ \frac{dz}{dt} &= -x + 2y + 3z \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} x = c_1 e^{2t} + (c_2 \cos t + c_3 \sin t) e^{3t} \\ y = ((c_2 + c_3) \cos t - (c_2 - c_3) \sin t) e^{3t} \\ z = c_1 e^{2t} + ((2c_2 - c_3) \cos t + (c_2 + 2c_3) \sin t) e^{3t} \end{pmatrix}$$

18. Одредити опште решење система ДЈ

$$\frac{dx}{x^2} = \frac{dy}{z^3 - 2x^2} = \frac{dz}{2z^3}.$$

$$\left( c_1 = \frac{1}{4z^2} - \frac{1}{x}, c_2 = 2x + y - \frac{1}{2}z \right)$$

19. Одредити опште решење система ДЈ

$$\frac{dx}{4y - 3z} = \frac{dy}{4x - 2z} = \frac{dz}{2y - 3x}.$$

$$(c_1 = 2x - 3y - 4z, c_2 = x^2 - y^2 - z^2)$$

20. Одредити опште решење система ДЈ

$$\frac{dx}{xz} = \frac{dy}{yz} = \frac{dz}{-xy}.$$

$$\left( c_1 = \frac{x}{y}, c_2 = xy + z^2 \right)$$