

Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

1. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

a) $(2x + 1)y''' = e$, $y(x)$ koje zadovoljava početne uslove $y(1) = -1$, $y'(1) = 0$, $y''(1) = 1$ (ukoliko takvo rešenje postoji); (5p)

b) $\varphi = 2(\rho''^2 - 1)^2 + (\rho'' - 1)^2 + \frac{\pi}{2}$, $\rho = \rho(\varphi)$, koje zadovoljava početne uslove $\rho\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$, $\rho'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ (ako takvo rešenje postoji). (5p)

c) Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine $T^2 T'' + T' = 0$, $T = T(t)$. (5p)

2. Naći opšte rešenje nehomogene linearne diferencijalne jednačine 2.reda

$$(2x + 1)y'' + (2x - 1)y' - 2y - x = x^2, \quad y = y(x). \quad (8p)$$

3. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine 3. reda

$$6y''' + 35y'' + 26y' + 5y = \operatorname{ch}\left(\frac{x}{2}\right) - e^{-5x} \sin 5x, \quad y = y(x). \quad (10p)$$

4. U vektorskom polju brzine nestišljivog fluida $\vec{A}(x, y, z) = (yz, f(x, z), xy)$ odrediti nepoznatu funkciju $f(x, z)$ takvu da je $\operatorname{rot} \vec{A} = -\vec{i} + \vec{k}$ i $\vec{A}(0, 0, 0) = \vec{0}$ (4p), a zatim:

a) odrediti kojoj vrsti pripada nadjeno vektorsko polje \vec{A} i naći njegov skalarni i vektorski potencijal ukoliko postoje (imati u vidu da nijedna od ovih karakteristika, ukoliko postoji, nije jednoznačno određena i da treba naći samo jednu - bilo koju koja ispunjava odgovarajući uslov); (5p)

b) odrediti strujnice (vektorske linije) vektorskog polja \vec{A} . (5p)

5. Odrediti diferencijabilnu funkciju $f(r)$ takvu da je

$$\operatorname{div}(f(r)\vec{r}) = \frac{2f^2(r)}{r},$$

gde je \vec{r} vektor položaja proizvoljne tačke u prostoru, a r njegov intenzitet. (10p)

Aleksandar Pejčev
Jelena Tomanović

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

SREĆNO!!!

Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

1. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

a) $(3x+1)y''' + e = 0$, $y(x)$ koje zadovoljava početne uslove $y(1) = -1$, $y'(1) = 0$, $y''(1) = 1$ (ukoliko takvo rešenje postoji); (5p)

b) $\varphi = 3(\rho''^2 - 1)^2 + (\rho'' - 1)^2 + \frac{\pi}{2}$, $\rho = \rho(\varphi)$, koje zadovoljava početne uslove $\rho\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$, $\rho'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ (ako takvo rešenje postoji). (5p)

c) Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine $T^2 T'' = T'$, $T = T(t)$. (5p)

2. Naći opšte rešenje nehomogene linearne diferencijalne jednačine 2.reda

$$(2x+1)y'' + (2x-1)y' - 2y - x^2 - x = 2, \quad y = y(x). \quad (8p)$$

3. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine 3. reda

$$6y''' + 25y'' - 24y' + 5y = \operatorname{sh}\left(\frac{x}{3}\right) + e^{-5x} \cos 5x, \quad y = y(x). \quad (10p)$$

4. U vektorskom polju brzine nestišljivog fluida $\vec{A} = (f(y, z), xz, xy)$ odrediti nepoznatu funkciju $f(y, z)$ takvu da je $\operatorname{rot} \vec{A} = -\vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{A}(0, 0, 0) = \vec{0}$ (4p), a zatim:

a) odrediti kojoj vrsti pripada nadjeno vektorsko polje \vec{A} i naći njegov skalarni i vektorski potencijal ukoliko postoje (imati u vidu da nijedna od ovih karakteristika, ukoliko postoji, nije jednoznačno određena i da treba naći samo jednu - bilo koju koja ispunjava odgovarajući uslov); (5p)

b) odrediti strujnice (vektorske linije) vektorskog polja \vec{A} . (5p)

5. Odrediti diferencijabilnu funkciju $f(r)$ takvu da je

$$\operatorname{div}(f(r)\vec{r}) = \frac{3f^2(r)}{r},$$

gde je \vec{r} vektor položaja proizvoljne tačke u prostoru, a r njegov intenzitet. (10p)

Aleksandar Pejčev
Jelena Tomanović

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

SREĆNO!!!