

Pismeni ispit iz Numeričkih metoda, I grupa

1. Koristeći Weierstreissov kriterijum uniformne konvergenije pokazati da je funkcionalni red

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1 + \cos^2 kx}{1 + k^2},$$

uniformno konvergentan za $x \in \mathbb{R}$.

2. Ispitati konvergenciju iterativnog procesa

$$\begin{bmatrix} x_1^{(k+1)} \\ x_2^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .5 & .4 \\ .4 & .5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1. \\ 1. \end{bmatrix}, \quad k \in \mathbb{N}_0.$$

U slučaju da je proces konvergentan, oceniti povećanje broja značajnih cifara u iteraciji.

3. Naći Lagrangeov interpolacioni polinom za skup podataka

	0	1	2	3
x_k	1.0	1.2	2.2	3.1
$f(x_k)$	2.3	2.1	1.4	1.8

Odrediti približno vrednost $f(1.5)$.

- 4.a Koristeći metod proste iteracije rešiti jednačinu $x = e^{-x}$, sa tačnošću od dve značajne cifre.
- 4.b Koristeći Newtonov metod rešiti jednačinu $x = e^{-x}$, sa tačnošću od pet značajnih cifara.
5. Koristeći Eulerov metod, sa korakom $h = .5$ naći približno vrednost $y(2.5)$, ako je y rešenje Cauchyevog problema

$$y' = y, \quad y(0) = 1.$$

Koristeći tačno rešenje odrediti apsolutnu i relativnu grešku aproksimacije.

Pismeni ispit iz Numeričkih metoda, II grupa

1. Koristeći Weierstreissov kriterijum uniformne konvergenije pokazati da je funkcionalni red

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1 + \sin^2 kx}{1 + k^2},$$

uniformno konvergentan za $x \in \mathbb{R}$.

2. Ispitati konvergenciju iterativnog procesa

$$\begin{bmatrix} x_1^{(k+1)} \\ x_2^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .4 & .5 \\ .5 & .4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1. \\ 1. \end{bmatrix}, \quad k \in \mathbb{N}_0.$$

U slučaju da je proces konvergentan, oceniti povećanje broja značajnih cifara u iteraciji.

3. Naći Newtonov interpolacioni polinom za skup podataka

	0	1	2	3
x_k	1.1	1.3	2.1	3.4
$f(x_k)$	2.3	2.1	1.4	1.8

Odrediti približno vrednost $f(1.5)$.

- 4.a Koristeći metod proste iteracije rešiti jednačinu $x = \cos x$, sa tačnošću od dve značajne cifre.
- 4.b Koristeći Newtonov metod rešiti jednačinu $x = \cos x$, sa tačnošću od pet značajnih cifara.
5. Koristeći Eulerov metod, sa korakom $h = .5$ naći približno vrednost $y(2.5)$, ako je y rešenje Cauchyevog problema

$$y' = -y, \quad y(0) = 1.$$

Koristeći tačno rešenje odrediti apsolutnu i relativnu grešku aproksimacije.