

1. Rešenja zadataka pošaljite na email adresu:

numericke.metode.metode@gmail.com

do 23:59 časova 29.06.2015. godine. Rešenja zadataka pristigla sa zakašnjenjem neće biti uzimana u razmatranje, bez obzira na izgovor.

2. Prilikom slanja email-a u polju subject navedite sledeću nisku znakova:

KMA.NM.999/GG

gde je:

- KMA-oznaka Katedre za Matematiku
- NM-oznaka za Numeričke metode
- 999/GG-broj indeksa studenta gde se unosi vodeća nula

Na primer, ako Vam je broj indeksa 23 i neka ste upisani 2011 godine, tada u subject-u treba da stoji:

KMA.NM.023/11

Slično, ako Vam je broj indeksa 124 i neka ste upisani 2011 godine, tada u subject-u treba da stoji:

KMA.NM.124/11

3. Rešenje zadataka: program u Matlabu, slike kao ilustracije u JPEG formatu, tekst otkucan u Wordu, pa eksportovan u pdf, ili skenirana rešenja pisana na papiru, pošaljite kao attachment Vašeg email-a, tako što sve fileove vezane za jedan zadatak zapakujete u zip arhivu sa imenima

zadatak01.zip, zadatak02.zip, zadatak03.zip, zadatak04.zip

4. Poslednji pristigli Vaš email je važeći i on će biti pregledan, dakle, mora sadržati rešenja svih zadataka koja želite da pošaljete.
5. Svako prepisivanje biće sankcionisano, pored toga, morate usmeno odbraniti rad koji ste poslali.
6. Rešenje svakog zadatka donosi 20%.

Pismeni ispit iz Numeričkih metoda

1. Odredjujemo broj značajnih cifara kojim je određena vrednost $f(x,y)=\sin(xy)$ nad oblašću $[0, 5] \times [0, 5]$ pod pretpostavkom da su veličine x i y zadate sa 5 značajnih cifara.
 - a) Odrediti teorijski broj značajnih cifara vrednosti funkcije f u funkciji broja značajnih cifara argumenata funkcije.
 - b) Napisati `script` u `Matlabu` i prikazati grafičku zavisnost broja značajnih cifara funkcije f u funkciji vrednosti argumenata sa korakom `.01`
 - c) Na osnovu slike dobijene u delu pod b) odrediti oblasti u ravni u kojima je izračunavanje funkcije f dobro uslovljeno a u kojima je slabo uslovljeno.

Napomena: zadatak je u potpunosti rešen ako priložite teorijsko razmatranje a), `script` file i sliku pod b), sliku i komentar pod c).

2. a) Napisati program u `Matlabu` koji implementira iterativni proces

$$x_{k+1} = \frac{1}{41} R_{40} x_k + b.$$

Podrazumevati da je matrica R_{40} , matrica reda 40, čiji su elementi slučajni brojevi koji pripadaju intervalu $[-1, 1]$ i gde je b vektor kolona od 40 elemenata čije sve koordinate imaju vrednost 1. Pokazati teorijski da je iterativni proces konvergentan.

- b) Pokazati da iterativni proces nalazi rešenje sistema linearnih jednačina

$$(I_{40} - \frac{1}{41} R_{40})x = b.$$

Koristeći funkciju `linsolve` odrediti rešenje sistema linearnih jednačina. Nacrtati grafik zavisnosti broja značajnih cifara u iteraciji k dok ne dosegnete 15 značajnih cifara u rešenju.

- c) Nacrtati teorijsku ocenu zavisnosti broja značajnih cifara u funkciji iteracije k i uporediti sa slikom dobijenom pod b).

Napomena: zadatak je u potpunosti rešen ako priložite `script` file koji implementira iterativni metod a), rešite sistem i nacrate sliku pod b), nacrtate sliku pod c) i komentarišete eventualno slaganje ili odstupanje teorijskih i eksperimentalnih rezultata dobijenih pod b) i c).

3. a) Konstruisati Lagrangeov interpolacioni polinom u 50 ekvidistantnih interpolacionih čvorova na intervalu $[1, 10]$, za funkciju $f(x) = \left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + 1$. Prikazati grafički zavisnost broja značajnih cifara kojom interpolacioni polinom aproksimira funkciju f na intervalu $[1, 10]$.
- b) Koristeći grafik Lebesgueove funkcije i grafik funkcije f , za dati raspored interpolacionih čvorova, dati teorijsku ocenu broja značajnih cifara na intervalu $[1, 10]$. Uporediti teorijske rezultate sa dobijenim eksperimentalnim vrednostima. Objasniti poklapanje koristeći izraz za ocenu greške interpolacije.
- c) Koristeći grafike Lebesguove funkcije i funkcije f oceniti minimalni broj značajnih cifara prilikom interpolacije funkcije f , na intervalu $[1, 10]$, ako ulazni podaci imaju barem 6 značajnih cifara.

Napomena: zadatak je u potpunosti rešen ako priložite `skript` file i sliku pod a), teorijsko razmatranje i sliku pod b), `script` file, sliku i poredjenje metoda pod c).

4. a) Nacrtati zavisnost broja značajnih cifara u funkciji stepena tačnosti $n = 2k$, $k = 1, \dots, 30$, prilikom odredjivanja izvoda funkcije $f(x) = \log x$, u tački $x = 5$, sa korakom $h = 1/30$ metodama jednostranog i dvostranog diferenciranja.
- b) Uporediti dobijene rezultate sa dobijenim teorijskim ocenama. Objasniti razlog velikog odstupanja. Objasniti zašto formula za dvostrano diferenciranje ima broj značajnih cifara koji, sem za male stepene tačnosti, ne zavisi od stepena tačnosti formule n .
- c) Pretpostavimo da koristimo metode diferenciranja reda $n = 10$, za različite vrednosti koraka $h = 2^{-k}$, $k = 3, \dots, 15$, nacrtati grafičku zavisnost zбоја значајних цифара u izvodu funkcije f u zavisnosti od izabranog koraka h , pod pretpostavkom da su vrednosti funkcije f zadate sa 5 značajnih cifara.
- d) Komentarisati i objasniti rezultate dobijene pod c)

Napomena: zadatak je u potpunosti rešen ako priložite rešenje Cauchyevog problema pod a), napisanu funkciju i nacrtanu sliku pod b) uz objašnjenje slike, sliku i objašnjenje ponašanja metoda za različite vrednosti koraka pod c).

prof. dr Aleksandar Cvetković