

Испит из Алгебре и линеарне алгебре
ИТМ
Јунски рок

Група 1

1. Дати су вектори $\vec{a} = (k, 3, 9)$ и $\vec{b} = (-2, l, 3)$ при чему су параметри $k, l \in \mathbb{R}$.
 - (а) Одредити вредности параметара k и l тако да дати вектори буду колинеарни.
 - (б) Ако је параметар $l = -4$, одредити вредност параметра k тако да дати вектори буду међусобно ортогонални.
 - (в) Ако вектор \vec{a} има дужину $3\sqrt{11}$, а вектор \vec{b} дужину 4, одредити дужину вектора \vec{c} датог са $\vec{c} = (3l, k, k+2)$ за $k, l \in \mathbb{R}^+$.
 - (г) Ако оба параметра k и l узимају вредност 1, одредити углове које вектор $\vec{d} = \vec{a} - 3\vec{b}$ гради са координатним осама.

2. Решити систем линеарних једначина и дискутовати решење у зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned}\alpha x + \alpha y + (\alpha + 1)z &= \alpha \\ \alpha x + \alpha y + (\alpha - 1)z &= \alpha \\ (\alpha + 1)x + \alpha y + (2\alpha + 3)z &= 1\end{aligned}$$

3. Дата је равна $\alpha : 5x - 2y + z = 1$ и права p која садржи тачку $P(1, 8, -1)$ и паралелна је вектору $\vec{p}(1, -3, 2)$. Одредити растојање тачке $A(2, -1, 1)$ од пресека равни α и праве p .
4. Класификовати и свести на канонски облик криву дату једначином $2x^2 + 4xy + 5y^2 + 8x + 8y = 0$.
5. Испитати да ли је алгебарска структура (S, \star) Абелова група ако је $S = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0\}$ и операција \star је дефинисана са $(a, b) \star (c, d) := (a \cdot c, b \cdot c + c + d)$.