Metod neodredjenih koeficijenata

U zavisnosti od nekih specijalnih slučajeva opšteg oblika funkcije $f(x) = e^{\alpha x}(P_m(x)\cos(\beta x) + Q_l(x)\sin(\beta x))$ - desne strane linearne diferencijalne jednačine $n-$tog reda sa konstantnim koeficijentima, imamo sledeće specijalne situacije po pitanju oblika partikularnog rešenja te jednačine.

1. $f(x) = P_m(x)$, gde je P_m polinom stepena m.

   Kako je $\alpha = \beta = 0$, biće $y_p(x) = x^k R_m(x)$, gde je R_m polinom stepena m a $k \in \{0, 1, \ldots, n\}$ višestrukost broja 0 kao korena odgovarajuće karakteristične jednačine.

2. $f(x) = P_0 e^{\alpha x}$, gde je P_0 konstanta (polinom stepena 0).

   Kako je $m = \beta = 0$, biće $y_p(x) = x^k e^{\alpha x} R_0$, gde je R_0 konstanta (polinom stepena 0) a $k \in \{0, 1, \ldots, n\}$ višestrukost broja α kao korena odgovarajuće karakteristične jednačine.

   Napomena. U ovom slučaju partikularno rešenje imaće oblik:

   $$y_p = \frac{P_0}{\varphi^{(k)}(\alpha)}\, x^k e^{\alpha x},$$

   gde je φ polinom koji definiše odgovarajuću karakterističnu jednačinu, a $k \in \{0, 1, \ldots, n\}$ višestrukost broja α kao korena te jednačine.

3. $f(x) = e^{\alpha x} P_m(x)$, gde je P_m polinom stepena m.

   Kako je $\beta = 0$, biće $y_p(x) = x^k e^{\alpha x} R_m(x)$, gde je R_m polinom stepena m a $k \in \{0, 1, \ldots, n\}$ višestrukost broja α kao korena odgovarajuće karakteristične jednačine.

4. $f(x) = P_0 \cos(\beta x) + Q_0 \sin(\beta x))$, gde su P_0 i $Q_0(x)$ konstante (polinomi stepena 0).

   Kako je $\alpha = m = l = 0$, biće $y_p(x) = x^k (R_0(x)\cos(\beta x) + S_0(x)\sin(\beta x))$, gde su $R_0(x)$ i $S_0(x)$ konstante (polinomi stepena 0) a $k \in \{0, 1, \ldots, n\}$ višestrukost kompleksnog broja $i\beta$ kao korena odgovarajuće karakteristične jednačine.

5. $f(x) = e^{\alpha x}(P_0 \cos(\beta x) + Q_0 \sin(\beta x))$, gde su $P_0(x)$ i $Q_0(x)$ konstante (polinomi stepena 0).

   Kako je $m = l = 0$, biće $y_p(x) = x^k e^{\alpha x}(R_0(x)\cos(\beta x) + S_0(x)\sin(\beta x))$, gde su $R_0(x)$ i $S_0(x)$ konstante (polinomi stepena 0) a $k \in \{0, 1, \ldots, n\}$ višestrukost broja α kao korena odgovarajuće karakteristične jednačine.

6. $f(x) = P_m(x)\cos(\beta x) + Q_l(x)\sin(\beta x)$, gde je P_m polinom stepena m a $Q_l(x)$ polinom stepena l.

Kako je $\alpha = 0$, biće $y_p(x) = x^k(R_j(x)\cos(\beta x) + S_j(x)\sin(\beta x))$, gde je $j = \max\{m, l\}$, $R_j(x)$ i $S_j(x)$ polinomi stepena j a $k \in \{0, 1, \ldots, n\}$ višestrukost kompleksnog broja $i\beta$ kao korena odgovarajuće karakteristične jednačine.

Aleksandar Pejčev,

Mašinski fakultet u Beogradu