

Pismeni ispit iz Numeričkih metoda, I grupa

1. Koristeći Leibnitzov kriterijum pokazati da je red

$$\sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{k+1}{k^2+1},$$

konvergentan. Ispitati apsolutnu konvergenciju datog reda. Koliko je članova reda potrebno sabrati da bi učinjena absolutna greška, u aproksimaciji sume reda, bila manja od 10^{-5} .

2. Dokazati da je iterativni proces

$$x^{k+1} = Bx^k + b, \quad B = \begin{bmatrix} .5 & .4 \\ .5 & .4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1. \\ 1. \end{bmatrix},$$

konvergentan. Zatim naći povećanje broja značajnih cifara u jednoj iteraciji i potreban broj iteracija za dostizanje 16 značajnih cifara pod uslovom da je broj značajanih cifara u nultoj iteraciji 1.

3. Naći Lagrangeov interpolacioni polinom za skup podataka

	0	1	2	3
x_k	1.1	1.2	2.1	4.1
$f(x_k)$	2.2	2.1	2.3	2.5

Odrediti približno vrednost funkcije f u tački 2.5.

4. Koristeći Newtonov metod odrediti rešenje jednačine $x(2 + \sin(x)) = 1$ sa barem 5 značajnih cifara.
5. Posmatrajmo Cauchyev problem

$$y' = -2y, \quad y(0) = 1.$$

Naći egzaktno rešenje Cauchyevog problema. Koristeći Eulerov metod, sa korakom $h = .1$, naći približno vrednost $y(1.)$. Odrediti broj značajnih cifara u aproksimaciji vrednosti $y(1.)$.

Pismeni ispit iz Numeričkih metoda, II grupa

1. Koristeći Leibnitzov kriterijum pokazati da je red

$$\sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^k \frac{k+1}{k^2+k},$$

konvergentan. Ispitati apsolutnu konvergenciju datog reda. Koliko je članova reda potrebno sabrati da bi učinjena absolutna greška, u aproksimaciji sume reda, bila manja od 10^{-5} .

2. Dokazati da je iterativni proces

$$x^{k+1} = Bx^k + b, \quad B = \begin{bmatrix} .4 & .4 \\ .5 & .5 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1. \\ 1. \end{bmatrix},$$

konvergentan. Naći povećanje broja značajnih cifara u jednoj iteraciji i potreban broj iteracija za dostizanje tačnosti od 16 značajnih cifara pod uslovom da je broj značajnih cifara u nultoj iteraciji 1.

3. Naći Newtonov interpolacioni polinom za skup podataka

	0	1	2	3
x_k	1.1	1.2	2.1	4.1
$f(x_k)$	2.2	2.1	2.3	2.5

Odrediti približno vrednost funkcije f u tački 1.9.

4. Koristeći Newtonov metod odrediti rešenje jednačine $x(3 + \sin(x)) = 1$ sa barem 5 značajnih cifara.
5. Posmatrajmo Cauchyev problem

$$y' = 2y, \quad y(0) = 1.$$

Naći egzaktno rešenje Cauchyevog problema. Koristeći Eulerov metod, sa korakom $h = .1$, naći približno vrednost $y(1.)$. Odrediti broj značajnih cifara u aproksimaciji vrednosti $y(1.)$.