

## Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

1. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

a)  $(2x + 1)y''' = e$ ,  $y(x)$  koje zadovoljava početne uslove  $y(1) = -1$ ,  $y'(1) = 0$ ,  $y''(1) = 1$  (ukoliko takvo rešenje postoji); (5p)

b)  $\varphi = 2(\rho''^2 - 1)^2 + (\rho'' - 1)^2 + \frac{\pi}{2}$ ,  $\rho = \rho(\varphi)$ , koje zadovoljava početne uslove  $\rho\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ ,  $\rho'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$  (ako takvo rešenje postoji). (5p)

c) Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine  $T^2 T'' + T' = 0$ ,  $T = T(t)$ . (5p)

2. Naći opšte rešenje nehomogene linearne diferencijalne jednačine 2.reda

$$(2x + 1)y'' + (2x - 1)y' - 2y - x = x^2, \quad y = y(x). \quad (8p)$$

3. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine 3. reda

$$6y''' + 35y'' + 26y' + 5y = \operatorname{ch}\left(\frac{x}{2}\right) - e^{-5x} \sin 5x, \quad y = y(x). \quad (10p)$$

4. U vektorskom polju brzine nestišljivog fluida  $\vec{A}(x, y, z) = (yz, f(x, z), xy)$  odrediti nepoznatu funkciju  $f(x, z)$  takvu da je  $\operatorname{rot} \vec{A} = -\vec{i} + \vec{k}$  i  $\vec{A}(0, 0, 0) = \vec{0}$  (4p), a zatim:

a) odrediti kojoj vrsti pripada nadjeno vektorsko polje  $\vec{A}$  i naći njegov skalarni i vektorski potencijal ukoliko postoje (imati u vidu da nijedna od ovih karakteristika, ukoliko postoji, nije jednoznačno određena i da treba naći samo jednu - bilo koju koja ispunjava odgovarajući uslov); (5p)

b) odrediti strujnice (vektorske linije) vektorskog polja  $\vec{A}$ . (5p)

5. Odrediti diferencijabilnu funkciju  $f(r)$  takvu da je

$$\operatorname{div}(f(r)\vec{r}) = \frac{2f^2(r)}{r},$$

gde je  $\vec{r}$  vektor položaja proizvoljne tačke u prostoru, a  $r$  njegov intenzitet. (10p)

Aleksandar Pejčev  
Jelena Tomanović

### Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

**SREĆNO!!!**

## Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

1. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

a)  $(3x+1)y''' + e = 0$ ,  $y(x)$  koje zadovoljava početne uslove  $y(1) = -1$ ,  $y'(1) = 0$ ,  $y''(1) = 1$  (ukoliko takvo rešenje postoji); (5p)

b)  $\varphi = 3(\rho''^2 - 1)^2 + (\rho'' - 1)^2 + \frac{\pi}{2}$ ,  $\rho = \rho(\varphi)$ , koje zadovoljava početne uslove  $\rho\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ ,  $\rho'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$  (ako takvo rešenje postoji). (5p)

c) Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine  $T^2 T'' = T'$ ,  $T = T(t)$ . (5p)

2. Naći opšte rešenje nehomogene linearne diferencijalne jednačine 2. reda

$$(2x+1)y'' + (2x-1)y' - 2y - x^2 - x = 2, \quad y = y(x). \quad (8p)$$

3. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine 3. reda

$$6y''' + 25y'' - 24y' + 5y = \operatorname{sh}\left(\frac{x}{3}\right) + e^{-5x} \cos 5x, \quad y = y(x). \quad (10p)$$

4. U vektorskom polju brzine nestišljivog fluida  $\vec{A} = (f(y, z), xz, xy)$  odrediti nepoznatu funkciju  $f(y, z)$  takvu da je  $\operatorname{rot} \vec{A} = -\vec{j} + \vec{k}$  i  $\vec{A}(0, 0, 0) = \vec{0}$  (4p), a zatim:

a) odrediti kojoj vrsti pripada nadjeno vektorsko polje  $\vec{A}$  i naći njegov skalarni i vektorski potencijal ukoliko postoje (imati u vidu da nijedna od ovih karakteristika, ukoliko postoji, nije jednoznačno određena i da treba naći samo jednu - bilo koju koja ispunjava odgovarajući uslov); (5p)

b) odrediti strujnice (vektorske linije) vektorskog polja  $\vec{A}$ . (5p)

5. Odrediti diferencijabilnu funkciju  $f(r)$  takvu da je

$$\operatorname{div}(f(r)\vec{r}) = \frac{3f^2(r)}{r},$$

gde je  $\vec{r}$  vektor položaja proizvoljne tačke u prostoru, a  $r$  njegov intenzitet. (10p)

Aleksandar Pejčev  
Jelena Tomanović

**Napomena:**

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

**SREĆNO!!!**