

Drugi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

- Polje brzine nestišljivog fluida glasi $\vec{A}(x, y, z) = \frac{\vec{r}}{r^n}$, gde je n dati nenegativan ceo broj i \vec{r} standardna oznaka za vektor položaja.
 - Odrediti familiju strujnica ovog fluida (ovaj deo zadatka se boduje u sklopu Prvog kolokvijuma). **(2p)**
 - Odrediti sve vrednosti nenegativnog celog broja n za koje ovo polje ima svoj skalarni potencijal i naći taj potencijal onda kada on postoji. **(3+3p)**
 - Odrediti sve vrednosti nenegativnog celog broja n za koje je ovo polje Laplasovo. **(4p)**
 - Za $n = 0$ naći rad ovog vektorskog polja po luku kružne zavojnice

$$x = 2 \cos t, \quad y = 2 \sin t, \quad z = 3t$$

od tačke $A(2, 0, 0)$ do tačke $B(2, 0, 6\pi)$, kao i dužinu naznačenog dela zavojnice. **(3+2p)**

- Naći površinu onog dela površi $y^2 + z^2 = 4x$ koji se nalazi u unutrašnjoj oblasti površi $(y^2 + z^2)^2 = 4(y^2 - z^2)$, kao i zapreminu ograničenu datim površima. **(8+7p)**
- Iz teoreme Grin-Stoksa, koja predstavlja prostorno uopštenje Grinove teoreme i koja tek treba da bude radjena na predavanjima, sledi da je pri potencijalnom strujanju nestišljivog fluida u nekoj prostornoj oblasti (tj. strujanja pri kojem je rotor njegovog polja brzine nula-vektor) njegova cirkulacija kroz svaku zatvorenu konturu koja se cela nalazi u toj oblasti jednaka nula. Podrazumevajući ovu činjenicu, dokazati da tada rad koji ovaj fluid izvrši protičući od bilo koje tačke A do bilo koje tačke B te oblasti ne zavisi od putanje kojom protiče. **(5p)**

(Zadatak iz gradiva sa Prvog kolokvijuma) Naći ono rešenje diferencijalne jednačine $y'' + y = \sin^2 \frac{x}{2}$ koje zadovoljava početne uslove $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$. **(8p)**

Predmetni nastavnik: Aleksandar Pejčev

Predmetni asistent: Jelena Tomanović

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

SREĆNO!!!

Drugi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

- Polje brzine nestišljivog fluida glasi $\vec{A}(x, y, z) = \frac{\vec{r}}{r^n}$, gde je n dati nenegativan ceo broj i \vec{r} standardna oznaka za vektor položaja.
 - Odrediti familiju strujnica ovog fluida (ovaj deo zadatka se boduje u sklopu Prvog kolokvijuma). **(2p)**
 - Odrediti sve vrednosti nenegativnog celog broja n za koje ovo polje ima svoj skalarni potencijal i naći taj potencijal onda kada on postoji. **(3+3p)**
 - Odrediti sve vrednosti nenegativnog celog broja n za koje je ovo polje Laplasovo. **(4p)**
 - Za $n = 0$ naći rad ovog vektorskog polja po luku kružne zavojnice

$$x = 3 \cos t, \quad y = 3 \sin t, \quad z = 2t$$

od tačke $A(3, 0, 0)$ do tačke $B(3, 0, 6\pi)$, kao i dužinu naznačenog dela zavojnice. **(3+2p)**

- Naći površinu onog dela površi $x^2 + z^2 = 4y$ koji se nalazi u unutrašnjoj oblasti površi $(x^2 + z^2)^2 = 4(x^2 - z^2)$, kao i zapreminu ograničenu datim površima. **(8+7p)**
- Iz teoreme Grin-Stoksa, koja predstavlja prostorno uopštenje Grinove teoreme i koja tek treba da bude radjena na predavanjima, sledi da je pri potencijalnom strujanju nestišljivog fluida u nekoj prostornoj oblasti (tj. strujanja pri kojem je rotor njegovog polja brzine nula-vektor) njegova cirkulacija kroz svaku zatvorenu konturu koja se cela nalazi u toj oblasti jednaka nula. Podrazumevajući ovu činjenicu, dokazati da tada rad koji ovaj fluid izvrši protičući od bilo koje tačke A do bilo koje tačke B te oblasti ne zavisi od putanje kojom protiče. **(5p)**

(Zadatak iz gradiva sa Prvog kolokvijuma) Naći ono rešenje diferencijalne jednačine $y'' + y = \cos^2 \frac{x}{2}$ koje zadovoljava početne uslove $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$. **(8p)**

Predmetni nastavnik: Aleksandar Pejčev

Predmetni asistent: Jelena Tomanović

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

SREĆNO!!!