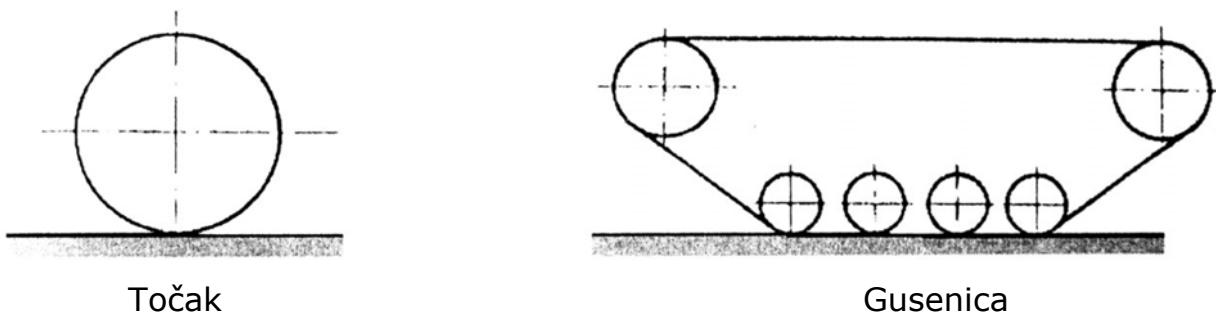


## KONTAKT KRETAČA I TLA

### Kretač

Poznavanje osnovnih pojmove koji prate kretanje kretača po tlu stvara osnove za analizu procesa kotrljanja kretača. Pre toga je nophodno da se istakne da se kretači današnjih motornih vozila izvode na dva načina, kao točak i kao gusenica. U oba slučaja, kretanje kretača ima karakter kotrljanja, s tim što se kod gusenice ovo ostvaruje kotrljanjem točkova po unutrašnjoj površini gusenice, koja s ovog stanovišta ima karakter pokretnog tla točkova guseničnog sistema. Ovo je šematski prikazano na Slici 1.



Slika 1

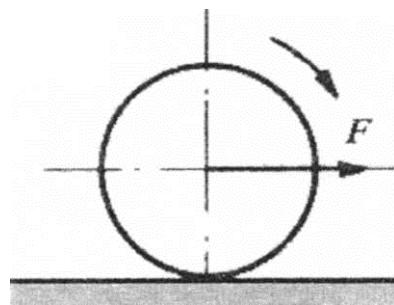
Sa gledišta zadatka koje kretač izvršava, treba da se ukaže na dve osnovne funkcije kretača:

1. funkciju pokretnog oslonca,
2. pretvaranje mehaničke energije motora u rad potreban za savladavanje otpora kretanju.

U tom smislu može da se govori o dve osnovne vrste točka:

- vučeni,
- pogonski.

Vučeni (osloni) točak ima ulogu pokretnog oslonca vozila koji se stavlja u pokret (prinuđuje na kotrljanje) na taj način što se od strane tela vozila prenosi potrebna sila na njegovu osovinu.

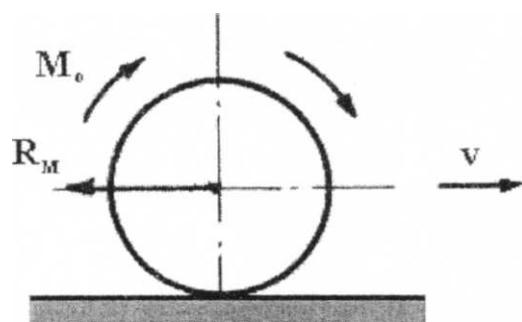


Vučeni točak

Slika 2

Ovaj točak je, dakle, guran ili vučen silom saopštenom od tela vozila. Na takvom režimu kotrljaju se svi točkovi prikolice, a i točkovi motornih vozila ako nisu pogonski (Slika 2).

Pogonski točak, pored uloge pokretnog oslonca, ima i osnovni zadatak da prenoseći energiju motora, potrebnu za savladavanje otpora kretanja vozila ( $R_M$ ), obezbedi kretanje vozila.

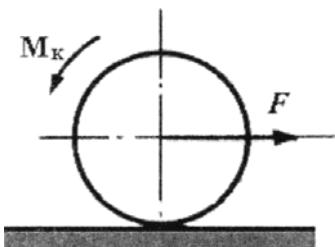


Pogonski točak

Slika 3

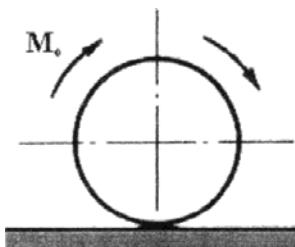
Do obrtanja se ovaj točak, dakle dovodi spoljnim momentom od motora  $M_O$  (Slika 3).

Mogući su drugi slučajevi, odnosno režimi kotrljanja točkova. Tako se može imati uloga kočnog organa vozila - kada se kotrlja i kliza uz dejstvo kočnog momenta ( $M_k$ ) - kočeni točak (Slika 4), ili se može kotrljati pod dejstvom obrtnog momenta upravo onolike veličine kolika je potrebna za njegovo sopstveno kotrljanje - neutralni točak (Slika 5).



Kočeni točak

Slika 4



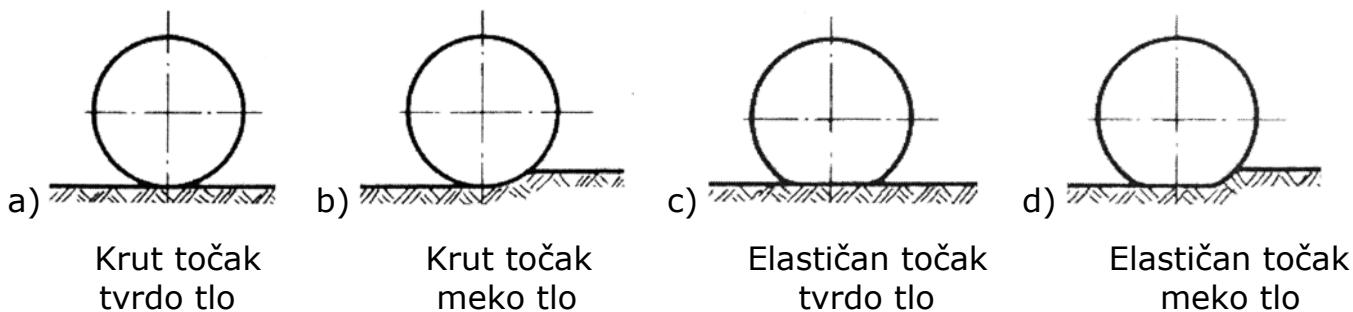
Neutralni točak

Slika 5

I na kraju, sa stanovišta vrste tla i osnovnih svojstava točka, procesi kotrljanja točka mogu da se grupišu u sledeće karakteristične slučajeve:

- kotrljanje točka sa krutim obručem po krutom (uslovno nedefomabilnom) tlu, odnosno kada su deformacije obruča i točka i tla zanemarljivo male. Ovi uslovi su najpribližnije ostvareni kod kotrljanja vagonskih metalnih točkova po metalnim šinama ili kod kotrljanja po gusenici (Slika 6.a).
- kotrljanje točkova sa krutim obručem po deformabilnom ili plastičnom tlu, tj. kada je deformacija točka zanemarljivo mala u odnosu na deformacije tla. Ovo se ostvaruje npr. pri kotrljanju točkova sa metalnim obručem po mekom tlu. Donekle se ovom slučaju približava i kotrljanje pneumatika visokog pritiska po mekom tlu (Slika 6.b).
- kotrljanje elastičnog (deformabilnog) točka po krutom tlu, kada je deformacija tla zanemarljivo mala u odnosu na deformaciju pneumatika. Ovo je slučaj kotrljanja točka sa pneumatikom po kolovozu sa "tvrdim pokrivnim slojem" (Slika 6.c) i
- kotrljanje elastičnog (deformabilnog) točka po mekom (deformabilnom) tlu. Tipičan slučaj je kotrljanje trakorskog točka sa pneumatikom po mekom tlu (Slika 6.d).

Od sva četiri navedena karakteristična procesa kotrljanja točka, sa stanovišta motornih vozila najveću pažnju zahtevaju oba slučaja kotrljanja točka sa elastičnim obručem, po tvrdom i deformabilnom tlu. Kao što je naglašeno, prvi od ova dva slučaja se neposredno odnosi na sva transportna vozila, a drugi prvenstveno na traktore na točkovima.

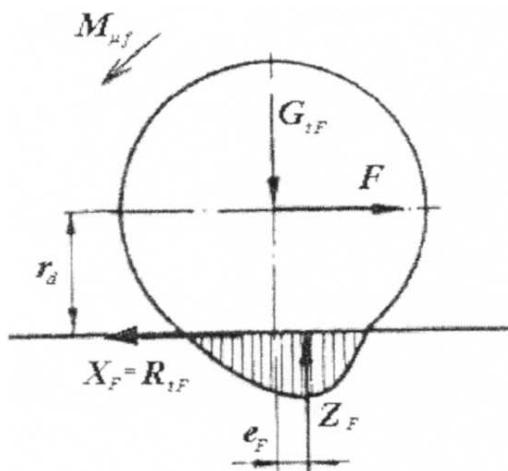


Slika 6

### **Kretanje elastičnog točka po tvrdom tlu i otpor kotrljanja točka**

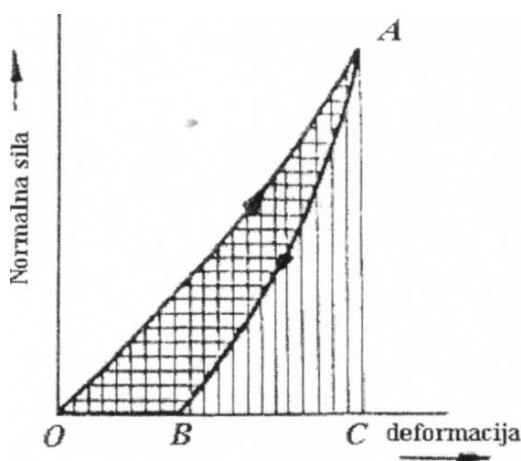
U ovom slučaju pod dejstvom vertikalnog opterećenja  $G_{tF}$  (od mase vozila i samog točka) dolazi do deformacije obruča, dok se deformacije tla mogu zanemariti. Dijagram raspodele pritiska u odnosu na vertikalnu osu za nepokretan točak je simetričan. Da bi se točak prinudio na kotrljanje neophodno je da na njegovu horizontalnu osovinu deluje neka horizontalna sila  $F$  (Slika 7). Tada se prednji elementi obruča pri stupanju u dodir sa tlom više opterećuju i deformišu, da bi se po završetku dodira ponovo rasteretili i uspostavili svoj prvobitni oblik.

U slučaju da je obruč idealno elastičan, energija utrošena na deformisanje dela obima obruča koji stupa u kontakt sa tlom, potpuno bi se vratila točku na delu gde elementi obruča uspostavljaju svoj prvobitni oblik. Međutim, materijali obruča nisu apsolutno elastični, usled postojanja unutrašnjeg trenja u obruču i trenja na površini dodira obruča sa tlom, pa deo energije utrošene na deformacije prelazi u toplotu, koja se odaje okolini.



Slika 7

Prelazeći dalje na realni slučaj točka, koji kao elastični obruč ima pneumatik, elastičan ne samo u radikalnom već i u tangentnom pravcu, treba da se istakne da je rad trenja na površini kontakta sa tvrdim tlom dosta mali, skoro zanemarljiv. To znači da osnovni utrošak energije predstavljaju unutrašnji, odnosno tzv. histerezisni gubici. Ovi gubici zavise od konstrukcije pneumatika, broja platana, debljine karkase, materijala, veličine i oblika šare, pritiska u pneumatiku itd. Na Slici 8 prikazan je dijagram deformacije pneumatika, koji prikazuje ove histerezisne gubitke. Kriva  $OA$  predstavlja opterećenje, a kriva  $AB$  rasterećenje. Površina  $OAC$  pomnožena faktorom proporcionalnosti, predstavlja rad koji se utroši na deformaciju pneumatika, dok petlja histerezisa  $OAB$ , pomnožena faktorom proporcionalnosti, predstavlja deo rada koji se nepovratno gubi.



Slika 8

Eksperimentalni podaci pokazuju da se gubici pri kotrljanju pri brzini od 128-152 km/h raspoređuju na sledeći način:

- unutrašnji histerezisi su 90-95%;
- trenje između tla i elastičnog oboda pneumatika 2-10%;
- otpor vazduha 1.5-3.5%.

Histerezisni gubici u radnom procesu kotrljanja točka sa elastičnim obručem po tvrdom tlu izazivaju promene raspodele pritiska na osnovnoj površini. Odgovarajući dijagram postaje nesimetričan u odnosu na vertikalnu osu točka. Zbog toga je normalna reakcija  $Z_F$  pomerena u pravcu kotrljanja za veličinu  $e_F$  koja se naziva korak normalne reakcije (Slika 7).

Pomeranje normalne reakcije  $Z_t$  dovodi do pojave momenta:

$$M_{ff} = Z_F e_F = G_{tF} e_F$$

koji se naziva moment otpora kotrljanja.  $G_{tF}$  je normalna sila koja opterećuje točak.

Da bi se točak ravnomerno kotrljao uz zanemarivanje otpora vazduha i trenja u ležaju točka, moment otpora kotrljanja mora da se savlada spregom sila koju obrazuju sila  $F$ , koja "gura" točak, i njoj jednaka po veličini ali suprotnog smera tangentna reakcija tla  $X_F$  (Slika 7), odnosno:

$$Fr_d = X_F r_d = M_{ff}$$

gde je

$r_d$  dinamički poluprečnik pneumatika.

Na osnovu predhodnog, veličina sile koja "gura" točak određena je izrazom:

$$F = X_F = M_{ff}/r_d = Z_F e_F/r_d = Z_F f_F$$

gde je odnos  $e_F/r_d$  označen sa  $f_F$ , a naziva se koeficijent otpora kotrljanju vučenog točka.

Vrsta i stanje tla	$f$	
	Točak	Gusenica
Asfalt (odličan)	0,010-0,018	
Asfalt (prosečan)	0,018-0,020	
Asfalt (loš)	0,020-0,023	
Beton (odličan)	0,011-0,020	
Beton (loš)	0,020-0,030	
Makadam (odličan)	0,013-0,018	
Makadam (prosečan)	0,018-0,023	
Makadam (loš)	0,023-0,040	
Zemljani put (utaban)	0,025-0,035	0,050-0,070
Zemljani put (prosečan)	0,050-0,080	
Zemljani put (loš, blato)	0,160-0,200	0,100-0,150
Pesak (vlažan)	0,150-0,300	0,100-0,150
Strnjika	0,080-0,100	0,060-0,080
Oranica	0,120-0,180	0,080-0,100
Polje pripremljeno za setvu	0,160-0,180	0,090-0,120
Utaban put u snegu	0,030-0,040	0,060-0,070

Proizvod  $Z_F f_F$  predstavlja otpor kotrljanju koji se označava sa  $R_{ff}$ . Na osnovu prethodnog sledi da je:

$$R_{ff} = M_{ff}/r_d = G_{tF} e_F/r_d = G_{tF} f_F$$

što pokazuje daje  $R_{ff}$  u suštini uslovna (fiktivna) sila otpora kotrljanju vučnog točka.

Otpor kretanju  $R_{ff}$  određuje se za slučaj da se točak ravnomerno kotrlja po ravnom tlu i da na njega ne deluje ni pogonski ni moment kočenja, uz zanemarivanje uticaja sredine u kojoj se kotrlja tj. vazduha i trenja u ležajevima točka.

Da bi se točak pokrenuo, mora da se savlada otpor koji mu se suprotstavlja a to je u ovom slučaju samo otpor kotrljanju, na isti mora da se deluje silom koja bi ga povukla odnosno gurala u osi točka - sila  $F$ . Ovoj horizontalnoj sili koja "gura" točak suprotstavlja se jednaka po veličini, ali suprotnog smera tangentna reakcija tla  $X_F$  odnosno otpor kotrljanja, pa je:

$$X_F = R_{fF}$$

Ako se  $X_{max}$ , prekorači - odnosno ako se uvede veći moment, javlja se proklizavanje između točka i tla - što dovodi do pojave sile

$$X_{klizanja} = \varphi_k Z_M$$

gde je:

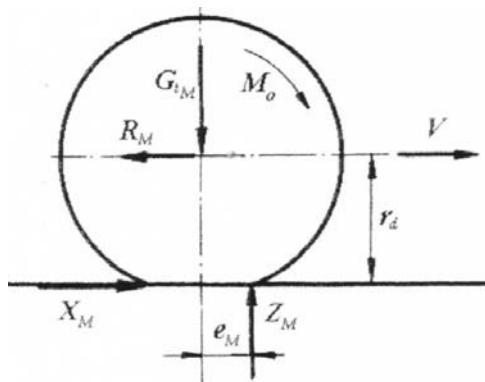
$\varphi_k$  koeficijent prianjanja pri potpunom klizanju.

Uopšteno rečeno važi relacija

$$\varphi > \varphi_k$$

## **Kretanje elastičnog pogonskog točka po tvrdom tlu**

Pretvaranje energije motora, koja se pogonskom točku dovodi u obliku obrtnog momenta  $M_O$ , u rad potisnutih sila (sile vuče, propulzivne sile), pomoću kojih se vozilu saopštava kretanje, ostvaruje se uzajamnim dejstvom obruča točka i tla. Ovo je shematski prikazano na Slici 9, na kojoj se vide sile i momenti koji deluju na pogonski točak pri jednolikom kretanju.  $G_{TM}$  je normalno opterećenje pogonskog točka, a  $Z_M$  rezultujuća normalna reakcija tla. Na osovinu točka dejstvuje i sila otpora  $R_M$  kojom se telo vozila suprotstavlja kretanju vozila. Točak se prinuđuje na kotrljanje dovođenjem obrtnog momenta od motora  $M_O$ , u veličini potrebnoj da se savladaju otpori. Zbog toga se u ravni puta javlja tangentna reakcija tla  $X_M$ , koja predstavlja silu "odupiranja" točka o tlo. Ova reakcija, dakle predstavlja propulzivnu, odnosno vučnu silu.



Slika 9

Problem kotrljanja pogonskog točka, koristeći *D'Alamberov* princip, može da se svede na čisto statički problem, tako da je potrebnii obrtni moment od strane motora za obrtanje točka određen izrazom:

$$M_O = M_a + M_\mu + M_\varphi + Z_M e_M + X_M r_d$$

gde je:

$M_a = J_t d\omega/dt$  inercioni moment kotrljajućih masa koji deluje kao moment otpora pri ubrzanom obrtanju točka;

$J_t$  dinamički moment inercije točka u odnosu na osu obrtanja točka;

$d\omega/dt$  ugaono ubrzanje točka;

$M_\mu$  moment sile trenja u ležaju točka;

$M_\varphi$  moment otpora vazduha pri obrtanju točka;

$e_M$  krak normalne reakcije pogonskog točka.

U praktičnim proračunima obično se zanemaruje moment sila trenja u ležaju točka kao relativno mala veličina. Uticaj otpora vazduha na sam točak se takođe zanemaruje, pošto se obuhvata otporom vazduha vozila u celini.

Tako za slučaj jednolikog kretanja, tj.  $V = \text{const}$ , prethodni izraz dobija oblik:

$$M_O = Z_M e_M + X_M r_d$$

Pošto je prema Slici 9  $X_M = R_M$ , izraz (14) se konačno svodi na:

$$M_O = Z_M e_M + R_M r_d$$

Na osnovu prethodnog izraza može se zaključiti da je za kotrljanje pogonskog točka potrebno od motora dovesti obrtni moment jednak zbiru momenta vertikalne reakcije tla i momenta svih otpora.

Deljenjem izraza (15) sa dinamičkim poluprečnikom točka  $r_d$  dobija se:

$$F_O = M_O/r_d = Z_M e_M/r_d + R_M$$

U ovom izrazu  $F_O$  predstavlja tzv. obimnu силу на pogonskom točku, која у суštini predstavlja fiktivnu, uslovnu силу, која има исти утицај на тоčak као и момент  $M_O$ . Усвајајући ознаку  $e_M/r_d = f_M$  где је  $f_M$  кофицијент отпора котрљању pogonskog točka, биће:

$$F_O = Z_M f_M + R_M$$

Tada је vučна, односно propulzivna сила  $X_M$  одређена изразом:

$$X_M = F_O - Z_M f_M = R_M$$

tj. она је мања од сile на обиму pogonskog točka за величину отпора котрљању.

Međutim, u praktičnim прорачунима се, понекад, uzima да је  $X_M = F_O$ , jer је кофицијент отпора котрљању  $f_M$  relativно мала величина. Исто тако, често се усваја да је кофицијент отпора котрљању vučenog ( $f_F$ ) и pogonskog ( $f_M$ ) točka приближно jednak, tj.

$$f_F = f_M = f$$

tako da otpor kotrljanju točka na ravnom putu ima vrednost  $Z_{Mf}$ , odnosno:

$$R_{fM} = Z_M f_M = G_{fM} f$$

Kao što je pokazano, kretanje vozila uslovljeno je savlađivanjem određenih otpora, a to znači obezbeđenjem odgovarajuće vrednosti vučne, odnosno propulzivne sile  $X_M$ . Ostvarivanje ove tangentne reakcije zavisi od kretača i tla, tj. od njihovog uzajamnog dejstva. U načelu, ovaj mehanizam je veoma složen, čak i za posmatrani slučaj krutog tla. Uzajamno dejstvo kretača i tla, međutim, može veoma lako da se ocenjuje pomoću tzv. koeficijenta prianjanja, koji se definiše u obliku:

$$\varphi_s = X_M/Z_M$$

tj. kao odnos vučne sile i odgovarajuće normalne reakcije.

Ovako definisan koeficijent prianjanja predstavlja u suštini meru "čvrstoće" kontakta kretača i tla, ili meru "odupiranja" kretača.

Očigledno je da koeficijent prianjanja zavisi i od veličine  $X_M$ . Drugim rečima, s obzirom da je  $X_M = R_M$ , ovako definisan koeficijent prianjanja zavisi od otpora kretanju. Pod svim ostalim jednakim uslovima,  $\varphi_s$  direktno zavisi od  $R_M$ .

S druge strane, međutim, maksimalne vrednosti koeficijenta prianjanja zavise od vrste kretača i vrste tla, odnosno od njihovog međusobnog dejstva. Na taj način su ograničene i maksimalne mogućnosti ostvarivanja vučne sile, odnosno propulzije vozila. Uslovi prianjanja, dakle, ograničavaju maksimalne otpore koje vozilo može da savlađuje, a time i perfomansa vozila.

Maksimalna vrednost koeficijenta prianjanja označava se sa  $\varphi$ , tako de je:

$$\varphi_{smax} = \varphi$$

Na osnovu toga neposredno sledi da je:

$$X_{max} = \varphi Z_M$$

što predstavlja osnovnu zakonitost kotrljanja pogonskog točka sa stanovišta ostvarivanja propulzije.

Maksimalne vrednosti koeficijenta prianjanja, koje se obično kratko zovu samo koeficijenti prianjanja, zavise, kao što je naglašeno, od vrste kretača i vrste i stanja tla po kome se kretač kotrlja. One mogu da se odrede samo eksperimentalnim putem. Do sada je ovakvih eksperimenata obavljeno veoma mnogo, tako da postoji i mnogo empirijskih preporuka za izbor veličine koeficijenta prianjanja za pojedine vrste kretača i pojedine vrste tla.

Vrsta i stanje tla	$\varphi$	
	Točak	Gusenica
Asfalt (suv)	0,70-0,80	
Asfalt (mokar)	0,40-0,60	
Beton (suv)	0,80-0,90	
Beton (mokar)	0,75-0,90	
Drvena kocka	0,80-0,90	1,00
Suv utaban put, glinasto tlo	0,80	1,10
Suv utaban put, peščano tlo	0,70	1,20
Livada (pokošena, vlažna)	0,70	0,70-0,85
Livada (nekošena, vlažna)	0,50	0,80-0,90
Strnjika (suva, glinasto tlo)	0,70	0,50-0,70
Strnjika (peščano tlo)	0,60	0,70-0,90
Oranica	0,30-0,50	0,60-0,80
Pesak (vlažan)	0,40-0,60	0,50
Pesak (suv)	0,30-0,40	0,40
Zemljani put (loš, blato)	0,10	0,30-0,50
Utaban put u snegu	0,20-0,40	0,60

Zavisnost koeficijenta prianjanja ( $\varphi$ ) od klizanja (koeficijent klizanja -  $\lambda$ ) se dobija eksperimentalnim putem  $\varphi = \varphi(\lambda)$ .

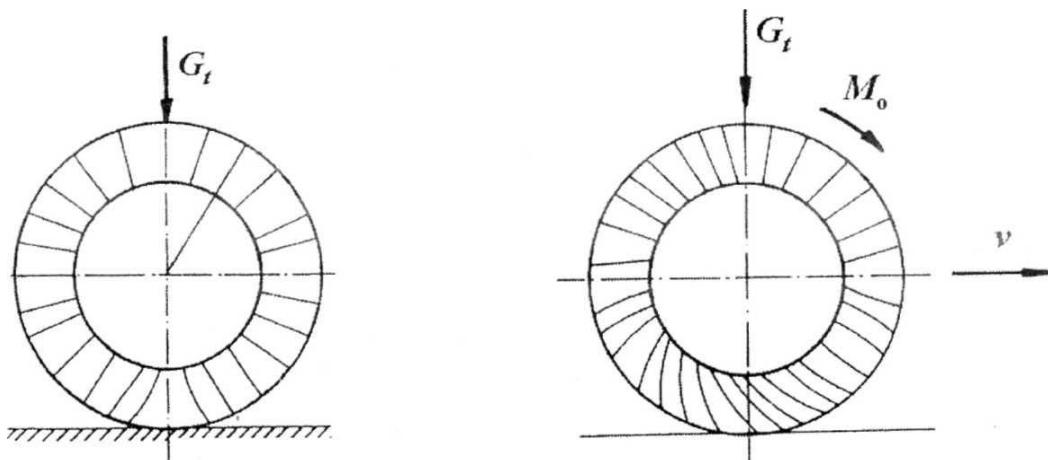
I klizanje kretača je veoma složena pojava. U načelu, **bez klizanja nema ni prianjanja, pa ni propulzivne sile.**

$$\lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad X_M = 0$$

Zadržavajući se samo na slučaju kotrljanja eleštičnog točka (pneumatika) po tvrdom tlu, klizanje se može sagledati pomoću prikaza tangentnih deformacija pneumatika. Za nepokretan pneumatik bez pogonskog momenta  $M_O$ , tangentne deformacije su simetrične.

Pri dejstvu  $M_O$  dolazi do nesimetričnih tangentnih deformacija:

- Na prednjem delu su vlakna sabijena,
- Na zadnjem delu se vlakna istegnuta.

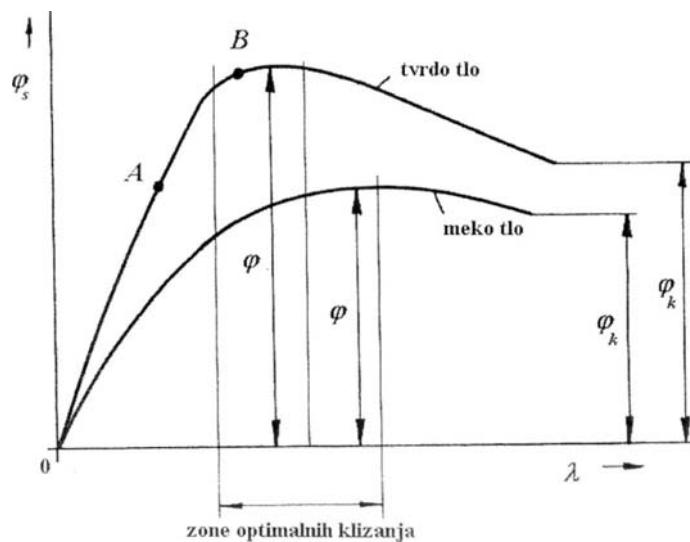


Slika 10

Pre nego što se točak okreće, dolazi do određenog ugonog zakretanja osovine točka u odnosu na obod točka (pneumatika). Posledica je kašnjenje translatorne brzine vozila (osovine točka) u odnosu na ugaonu brzinu osovine točka. Veći stepen ugaonog klizanja, odnosno veće "kašnjenje" translatorne brzine u odnosu na ugaonu, dostiže se kada se poveća obrtni moment, a posebno kada se prekorače granične vrednosti prianjanja. Tada klizanje predstavlja direktno smicanje na površini dodira-kontakta, slično kao pri prekoračenju granica trenja.

U početku vučna sila linearno raste sa klizanjem zbog toga što se početno klizanje u najvećoj meri ostvaruje pri elastičnim deformacijama oboda pneumatika (deo OA).

Dalji porast sile vučne sile rezultira klizanjem oboda pneumatika po tlu, pri čemu je nelinearan odnos vučne sile i klizanja (deo AB).

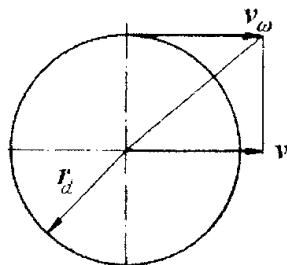


Slika 11

## Klizanje

Na osnovu prethodnog sledi da pri kotrljanju točka mogu da nastupe sledeći karakteristični slučajevi:

Vučeni točak (nema klizanja):



Slika 12

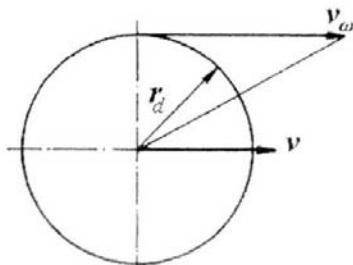
Jednakost obimne brzine  $V_\omega$  i translatorne brzine kretanja točkova  $V$  (Slika 12 - vučeni točak), odnosno:

$$V = V_\omega = r_d \cdot \omega_t$$

gde je

- $r_d$  dinamički poluprečnik kotrljanja točka,
- $\omega_t$  ugaona brzina točka.

Pogonski točak (ugaono klizanje):



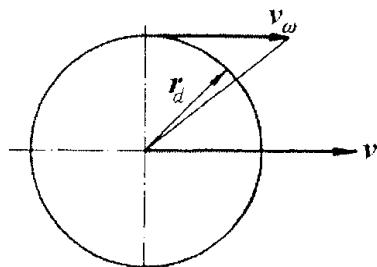
Slika 13

Translatorna brzina točka je manja od njegove obimne brzine (Slika 13 - pogonski točak), odnosno:

$$V < V_\omega = r_d \cdot \omega_t$$

što znači da se točak kotrlja sa ugaonim klizanjem.

Kočeni točak (translatorno klizanje):



Slika 14

Translatorna brzina točka je veća od njegove obimne brzine (Slika 14 - kočeni točak), odnosno:

$$V > V_\omega = r_d \cdot \omega_t$$

što znači da se točak kotrlja sa translatornim klizanjem.

Interpretacija klizanja može da se predstavi i preko pređenog puta klizanja:

- Slučaj ugaonog klizanja, kada je brzina točka manja od njegove obimne brzine, odgovara kotrljanju točka po nekom zamišljenom manjem poluprečniku ( $r - \Delta r$ );
- Slučaj translatornog klizanja, kada je brzina točka veća od njegove obimne brzine, odgovara kotrljanju točka po nekom zamišljenom većem poluprečniku ( $r + \Delta r$ ).

Za slučaj kotrljanja elastičnog točka (pneumatika) po tvrdom tlu, klizanje nema veći značaj kada je u pitanju pogon vozila (ugaono klizanje). Pošto se veći stepen ugaonog klizanja (pri pogonu) dostiže kada se poveća obrtni pogonski moment ( $M_O$ ), odnosno kada se poveća pogonska sila ( $F_O$ ), proističe da je klizanje prisutno samo pri malim brzinama, odnosno pri polasku vozila.

Za minimalnu brzinu imamo maksimalnu silu, jer je njihov proizvod raspoloživa snaga na pogonskim točkovima ( $P_O = Pe \cdot \eta p = M_O \omega_t = V \cdot F_O$ ). Sa porastom brzine se smanjuju pogonske sile. Zato se kod vozila koja se kreću saobraćajnicama (značajnim brzinama kretanja) zanemaruje klizanje pri analizi vučno-dinamičkih performansi.

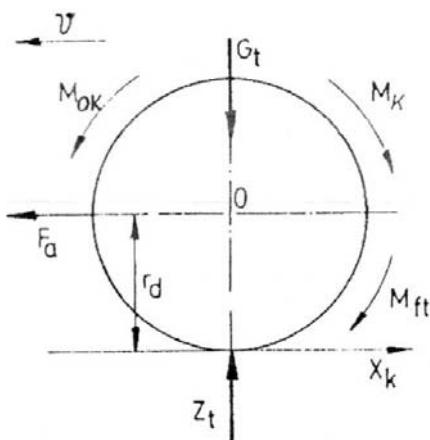
U slučaju kotrljanja elastičnog točka (pneumatika) po mekom tlu (npr. radna vozila, traktori u poljoprivredi, građevinarstvu i sl.), klizanje se mora uzeti u obzir pri analizi vučno-dinamičkih performansi. Ova vozila karakterišu male brzine kretanja i značajne snage pogonskih agregata, što za posledicu ima stalne visoke vrednosti pogonske sile ( $F_O$ ), odnosno sile na poteznici ( $R_{pot}$ ).

Uobičajno je da se za određenu vrstu kretača, određeno opterećenje i određeno tlo definiju zavisnosti klizanja od ostvarene sile na poteznici.

Kada je reč o translatornom klizanju kočenog točka, problematika klizanja ima poseban značaj, s obzirom da se u svim režimima kretanja, dakle i pri većim brzinama kretanja vozila, mogu ostvariti visoke vrednosti kočnih sila, koje dovode do blokade kočenih točkova, što predstavlja veliki problem sa aspekta stabilnosti i bezbednosti kretanja vozila.

## Kočeni točak

Kočenje se ostvaruje kada se točku vozila dovodi moment u suprotnom smeru od njegovog obrtanja. Na taj način su u spoju točka i tla razvija tangentna reakcija suprotnog smera od kretanja vozila. Ova tangentna reakcija uravnotežava silu inercije ili eventualno drugu propulzivnu силу.



Slika 15

Na Slici 15 prikazane su sile i momenti koji deluju na kočeni točak. Na slici su primenjene sledeće oznake:

- |             |                                 |
|-------------|---------------------------------|
| $G_t = Z_t$ | Dinamička reakcija tla,         |
| $F_a$       | Inercijalna sila,               |
| $M_{ok}$    | Pogonski moment u toku kočenja, |
| $M_k$       | Moment koji ostvaruje kočnica.  |

Klizanje kočenog točka predstavlja daleko ozbiljniji i složeniji problem od ugaonog klizanja pogonskog točka, i to iz više razloga. Pre svega, translatorno klizanje kočenog točka može da se pojavi i na putevima sa najvišim prianjanjima, posebno ako se radi o putničkim vozilima ili točkovima čije je normalno opterećenje relativno malo. Osim toga, mogućnost klizanja kočenog točka se značajno povećava ako se uslovi prianjanja čak i relativno blago pogoršavaju (vlažan put). Nadalje potpuno blokiranje točkova, odnosno potpuno zaustavljanje obrtanja i prelaz na čisto translatorno klizanje točka, najčešće u potpunosti onemogućava kontrolu kretanja

vozila, što je sa stnovišta bezbednosti saobraćaja veoma opasno, itd... Zbog svega toga, klizanju kočenog točka treba da se pokloni posebna pažnja.

Klizanje kočenog točka može neposredno da se izradi iz relativnog odnosa ugaonih brzina, odnosno:

$$\lambda = \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0}$$

gde je:

- $\omega_0$  ugaona brzina neutralnog točka,
- $\omega_k$  ugaona brzina kočnog točka,

što se može izraziti u procentima, odnosno:

$$\lambda = \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0} \cdot 100$$

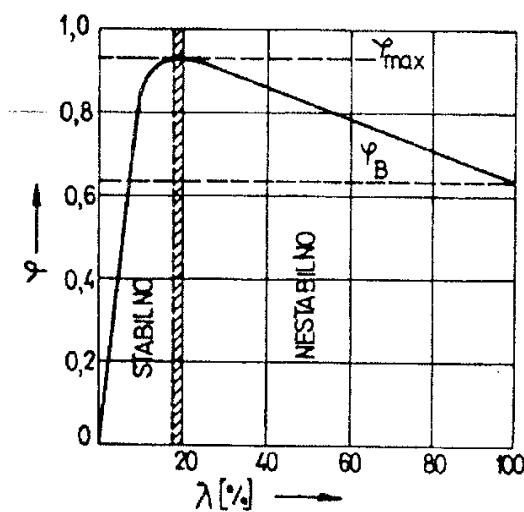
Iz ovih izraza sledi da je za  $\lambda = 0$  reč o neutralnom točku, koji se slobodno kotrlja bez klizanja ( $\omega_0 = \omega_k$ ), dok je za  $\lambda = 1$  ili 100 % ( $\omega_k = 0$ ) reč o potpuno ukočenom točku, koji se ne kotrlja već kliza po putu. U ovom poslednjem slučaju obično se govori da je točak "blokiran".

Od veličine klizanja zavisi i ostvareno prianjanje, odnosno nivo maksimalne sile kočenja. Tipični oblik ove zavisnosti, koja se obično naziva kriva klizanja, prikazan je na Slici 16. Na slici se vidi da koeficijent prianjanja u početku relativno brzo raste sa porastom klizanja, ostvarujući svoj maksimum pri relativno niskim vrednostima klizanja (obično između 10 i 20%, a ponekad i do 30%). Posle maksimuma, koeficijent prianjanja blago opada, da bi pri klizanju od 100%, odnosno pri blokiranju točka, dostigao vrednost koja je obično osetno niža od maksimalne,

$$\varphi_B < \varphi_{\max}$$

Prianjanje pri potpunom translatornom klizanju, tj. pri blokiranju točka, predstavlja u osnovi pojavu koja je veoma slična trenju klizanja, između pneumatika i puta.

Na Slici 16 naznačeno je da je proces klizanja točka do dostizanja maksimalne vrednosti koeficijenta prianjanja stabilan, a u daljem toku nestabilan. Ovo je dokazano mnogim eksperimentima. Detaljni eksperimenti su pokazali međutim, da se i u stabilnom području koeficijent prianjanja menja relativno neravnomerno, sa većim ili manjim odstupanjima od linije prikazane na Slici 16.

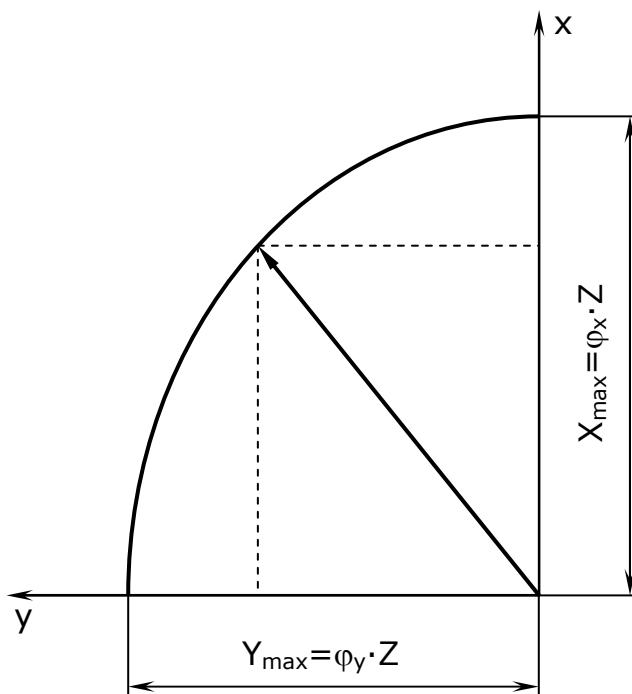


Slika 16

## **Stabilnost kretanja vozila pri kočenju**

Krive klizanja, kako je ranije objašnjeno, predstavljaju neposrednu meru mogućnosti kočenja vozila, odnosno mogućnosti razvijanja odgovarajućih sila kočenja. One su, međutim, značajne i za analizu stabilnosti vozila pri kočenju, sa stanovišta sposobnosti kočenog točka da pored uravnoteženja sile inercije omogući i uravnoteženje bočnih sila.

Ove bočne sile mogu biti različitog porekla (centrifugalna sila, bočni vetar, bočni nagib puta, itd.), ali u procesu kočenja uvek imaju karakter poremećajnih sila, koje teže da vozilo skrenu sa njegove putanje.



Slika 17

U opštem slučaju, kada na točak deluju i normalna i bočna opterećenja, prianjanje koje se javlja u spoju pneumatika i puta prilagođava se pravcu klizanja točka, tj. odnosu tangentne i bočne reakcije. U tom smislu može da se govori o prianjanju u podužnom (tangentnom) i u bočnom pravcu, pa i o odgovarajućim komponentama koeficijenta prianjanja  $\varphi_x$  (podužno) i  $\varphi_y$  (bočno). Odnos ove dve komponente koeficijenta prianjanja može biti veoma različit, a jedan uprošćen primer prikazan je na Slici 17.

Prianjanje u podužnom (tangentnom)  $\varphi_x$  i bočnom  $\varphi_y$  pravcu dobija se po principu vektorskog zbira:

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_x + \bar{\varphi}_y$$

$$R^2 = X^2 + Y^2 \leq Z^2 \cdot \varphi^2 \quad \Rightarrow \quad Y \leq \sqrt{Z^2 \cdot \varphi^2 - X^2}$$

$$X = X_{\max} \quad \Rightarrow \quad Y = Y_{\min} = 0$$

## Upravljanje i upravljivost

**Upravljanje (Steering)** je skup akcija vozača koje uslovljavaju promenu parametara kretanja vozila. Između željenih i stvarnih parametara kretanja postoji nesaglasnost zbog različitih ograničenja.

Skup osobina sistema vozač - vozilo - podloga koje određuju stepen približenja stvarnih i željenih parametara kretanja naziva se **upravljivost vozila (Handling)**. Upravljivost vozila je široko korišćen termin za objašnjenje reakcije vozila na komande vozača, odnosno za jednostavnost upravljanja vozilom u širem smislu. Termin upravljivost se odnosi na ukupnu meru odziva sistema vozilo - vozač. Vozač i vozilo predstavljaju "sistem sa povratnom spregom" (ili sistem sa zatvorenom petljom - Closed Loop System) - što znači da vozač uzima u obzir pravac, položaj, reakcije i način ponašanja vozila i koriguje svoje komandne akcije kako bi postigao željene parametre kretanja.

Da bi se dobila objektivna karakteristika samog vozila razmatra se "sistem bez povratne sprege" (ili sistem sa otvorenom petljom - Open Loop System). Izostavljanjem povratne sprege dobija se mogućnost da se oceni ponašanje vozila kao reakcija na specifične upravljačke komande bez korekcije. Ova karakteristika se preciznije definiše kao "upravljački odziv".

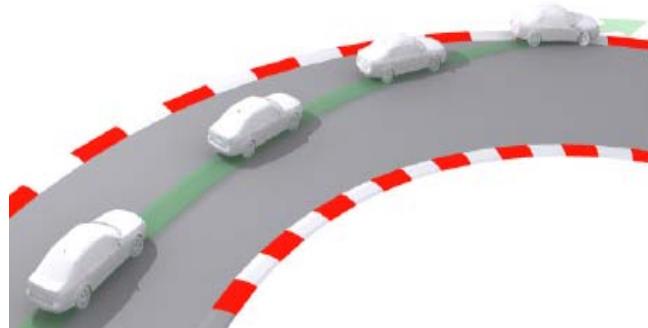
Kod nekih vozila u zadatim uslovima poremećeno kretanje ne odstupa značajnije od neporemećenog kretanja. Za takva vozila kaže se da su stabilna ili neutralna.

Kod nekih vozila u istim uslovima razlika između neporemećenog i poremećenog kretanja tokom vremena raste, pa se kaže da ona imaju nestabilno kretanje.

Nestabilnost se može manifestovati kao pojačana reakcija na upravljačku komandu (koja se naziva preupravljivost-nadupravljivost), ili kao nedovoljna reakcija na upravljačku komandu (koja se naziva podupravljivost).

## **Podupravljivost**

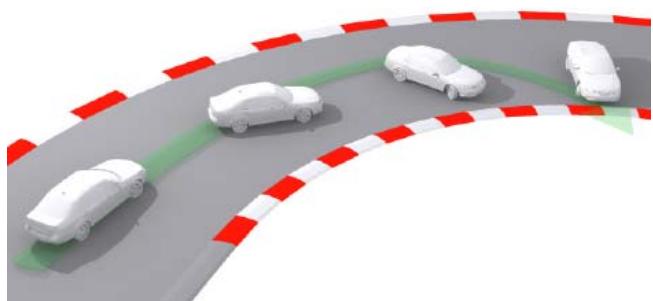
U krivini sa konstantnim radijusom, kada se brzina (odn. bočno ubrzanje) vozila povećava, ugao upravljačkih točkova mora da se povećava, sa proporcijom  $K_a$ . Prema tome, ugao zakretanja upravljačkih točkova linearno raste sa bočnim ubrzanjem (odnosno kvadratom brzine, zbog  $a_y = V^2/(gR)$ ). Kod podupravljivih vozila bočno ubrzanje u težištu prouzrokuje da prednji točkovi imaju veći ugao klizanja od zadnjih. Da bi se razvila bočna reakcija na prednjim točkovima potrebna i dovoljna da se održi radius skretanja, neophodno je da se ugao prednjih upravljačkih točkova poveća.



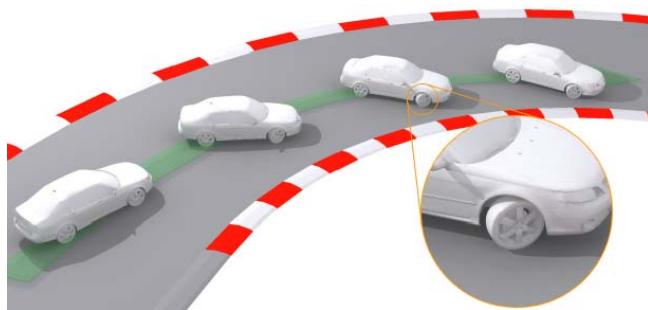
Slika 18

## **Nadupravljivost**

U krivini sa konstantnim radijusom, kada se brzina (odn. bočno ubrzanje) vozila povećava, u ovom slučaju ugao upravljačkih točkova mora da se smanjuje. Bočno ubrzanje u težištu prouzrokuje da ugao klizanja zadnjih točkova raste više nego kod prednjih. Klizanje zadnjeg dela vozila prema spolja dopunski zakreće prednje točkove prema krivini, dodatno smanjujući poluprečnik skretanja. Usled toga se bočno ubrzanje povećava, prouzrokujući da zadnji deo vozila kliza prema spolja još više. Proces se nastavlja dok se ugao upravljačkih točkova ne smanji dovoljno da bi se održao radius skretanja, ili se završava gubitkom stabilnosti i okretanjem vozila oko vertikalne ose.



Slika 19



Slika 20

Za vozilo se preporučuje blaga nadupravljaljivost zbog "prirodne reakcije" vozača u smislu delovanja na sistem za upravljanje, a u cilju održavanja vozila na željenoj putanji. Najneprirodniji i neprihvatljiv je slučaj "kontre" na volanu, koja je kod nadupravljivih vozila često neophodna. Za ovakve okolnosti "obični vozači" nisu edukovani niti uvežbani. Zato su najčešće iznenađeni i zatečeni, što za posledicu ima paniku, a tada je najčešća reakcija dejstvo na kočnicu, što je po pravilu dodatni destabilizirajući uticaj.

Za nadupravljivo-preupravljivo vozilo uticaj bočnog ubrzanja koje deluje u težištu za posledicu ima povećanje poremećajne sile bez uticaja vozača, jer se vozilo pozicionira na način koji karakterišu veći uglovi povođenja, odnosno bočnog klizanja pneumatika. Takva situacija kod nadupravljivih vozila dovodi do daljeg povećavanja upravljačkog odziva, a time i intenziviranja nestabilnosti kretanja (odstupanja stvarne od željene putanje, do potpunog okretanja vozila oko svoje vertikalne ose).



Slika 21