

## Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

1. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

a)  $2^{\frac{x}{3}+1}y''' = e$ ,  $y(x)$  koje zadovoljava početne uslove  $y(1) = -1$ ,  $y'(1) = 0$ ,  $y''(1) = 1$  (ukoliko takvo rešenje postoji); (4p)

b)  $\rho = \sin^2 \varphi'' + \sin^2 \frac{\varphi''}{2}$ ,  $\varphi = \varphi(\rho)$ ,  $\varphi'' \in (-1, 1)$  koje zadovoljava početne uslove  $\varphi(0) = \pi/3$ ,  $\varphi'(0) = 1/3$  (ako takvo rešenje postoji). (5p)

c) Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine  $TT''' + 3T'T'' = 0$ ,  $T = T(t)$ . (6p)

2. Naći opšte rešenje nehomogene linearne diferencijalne jednačine 2. reda

$$x(1-x)y'' + (2x^2 - 1)y' + 2(1-2x)y = 2x^2 - 2x + 1, \quad y = y(x), \quad (9p)$$

kao i ono Košijevo rešenje koje zadovoljava uslove  $y(0) = 1$  i  $y(1) = 1 + e^2$ .

3. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine 3. reda

$$3y''' + 2y'' + 6y' + 4y = e^{x\sqrt{2}} + x \sin x\sqrt{2}, \quad y = y(x). \quad (10p)$$

4. Vektorsko polje brzine nestišljivog fluida glasi  $\vec{A}(x, y, z) = (2xy, y^2 - x^2 - z^2, 2yz)$ .

a) Izračunati rotor i divergenciju ovog polja i naći strujnice datog fluida. (6p)

b) Naći sve vrednosti konstante  $c$  takve da polje  $(2xy, c(y^2 - x^2 - z^2), 2yz)$  ima skalarni potencijal i naći ga u slučajevima u kojima postoji. (5p)

c) Naći sve vrednosti konstante  $c$  takve da polje  $(2xy, c(y^2 - x^2 - z^2), 2yz)$  ima vektorski potencijal i naći bar jedan u slučajevima u kojima postoji. (5p)

5. Odrediti dva puta diferencijabilnu funkciju  $f(r)$  takvu da je

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} f(r)) = r,$$

gde je  $\vec{r}$  vektor položaja proizvoljne tačke u prostoru, a  $r$  njegov intenzitet. (10p)

Aleksandar Pejčev  
Jelena Tomanović

**Napomena:**

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

**SREĆNO!!!**

## Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

1. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

a)  $3^{\frac{x}{2}+1}y''' = e$ ,  $y(x)$  koje zadovoljava početne uslove  $y(1) = -1$ ,  $y'(1) = 0$ ,  $y''(1) = 1$  (ukoliko takvo rešenje postoji); (4p)

b)  $\rho = \sin^2 \varphi'' + \sin^2 \frac{\varphi''}{3}$ ,  $\varphi = \varphi(\rho)$ ,  $\varphi'' \in (-1, 1)$  koje zadovoljava početne uslove  $\varphi(0) = \pi/2$ ,  $\varphi'(0) = 1/2$  (ako takvo rešenje postoji). (5p)

c) Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine  $TT''' + 3T'T'' = 0$ ,  $T = T(t)$ . (6p)

2. Naći opšte rešenje nehomogene linearne diferencijalne jednačine 2. reda

$$x(x-1)y'' + (1-2x^2)y' + 2(2x-1)y = -2x^2 + 2x - 1, \quad y = y(x), \quad (9p)$$

kao i ono Košijevo rešenje koje zadovoljava uslove  $y(0) = 1$  i  $y(1) = 1 + e^2$ .

3. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine 3. reda

$$3y''' - 2y'' + 6y' - 4y = e^{x\sqrt{2}} + x \cos x\sqrt{2}, \quad y = y(x). \quad (10p)$$

4. Vektorsko polje brzine nestišljivog fluida glasi  $\vec{A}(x, y, z) = (2xz, 2yz, z^2 - x^2 - y^2)$ .

a) Izračunati rotor i divergenciju ovog polja i naći strujnice datog fluida. (6p)

b) Naći sve vrednosti konstante  $c$  takve da polje  $(2xz, 2yz, c(z^2 - x^2 - y^2))$  ima skalarni potencijal i naći ga u slučajevima u kojima postoji. (5p)

c) Naći sve vrednosti konstante  $c$  takve da polje  $(2xz, 2yz, c(z^2 - x^2 - y^2))$  ima vektorski potencijal i naći bar jedan u slučajevima u kojima postoji. (5p)

5. Odrediti dva puta diferencijabilnu funkciju  $f(r)$  takvu da je

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} f(r)) = -r,$$

gde je  $\vec{r}$  vektor položaja proizvoljne tačke u prostoru, a  $r$  njegov intenzitet. (10p)

Aleksandar Pejčev  
Jelena Tomanović

**Napomena:**

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

**SREĆNO!!!**