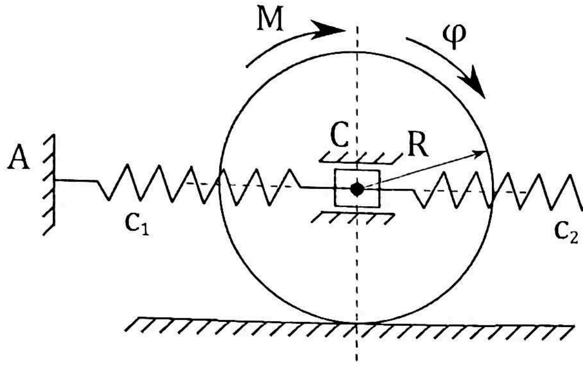
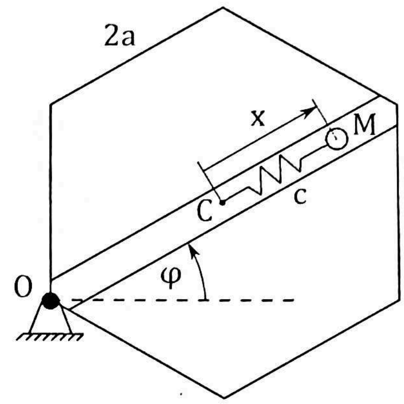
Механика 3, 04.02.2022.

1. Диск полупречника $R = 2$ m и масе 2 kg може да се котрља без клизања по непокретној подлози. На диск делује спрег сила интензитета момента спрега $M = 64$ Nm. За центар диска C је зглобно везан клизач масе 1 kg, који може да се креће по глатким хоризонталним вођицама, као што је приказано на Сл. 1. За центар диска су такође везане две опруге: опруга крутости $c_1 = 12\,\mathrm{N/m}$ чији је други крај везан за непокретну тачку A, и опруга крутости $c_2 = 2c_1$ чији је други крај везан за непокретну тачку B. У почетном тренутку систем је мировао, а опруге су биле ненапрегнуте. Одредити закон кретања диска $\varphi = \varphi(t)$.



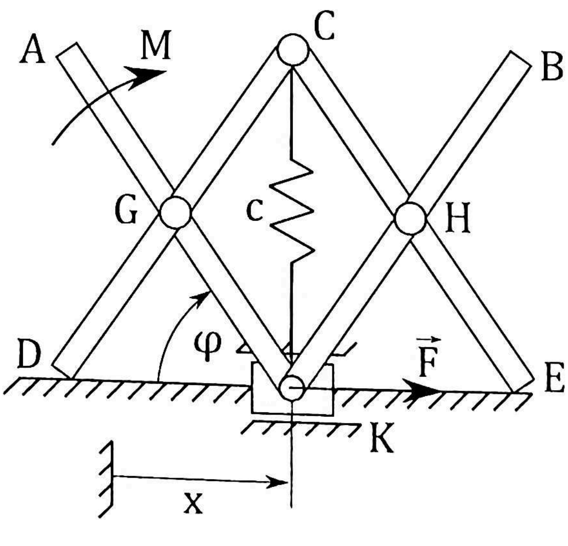
Слика 1



Слика 2

2. На Сл. 2 приказан је правилни шестоугао страница $2a$, који се може обртати око хоризонталне осе која пролази кроз теме O, по закону $\varphi = (\sqrt{g/a})t$. Дуж дијагонале шестоугла, која полази из темена O, урезан је жљеб унутар којег може да се креће материјална тачка M масе m. Материјална тачка M је везана опругом крутости $c = 2mg/a$, чији је други крај везан за центар C шестоугла. Материјална тачка је у почетном тренутку мировала у положају $x_0 = a$, а опруга је била ненапрегнута. Одредити реакцију жљеба на материјалну тачку M у зависности од времена.

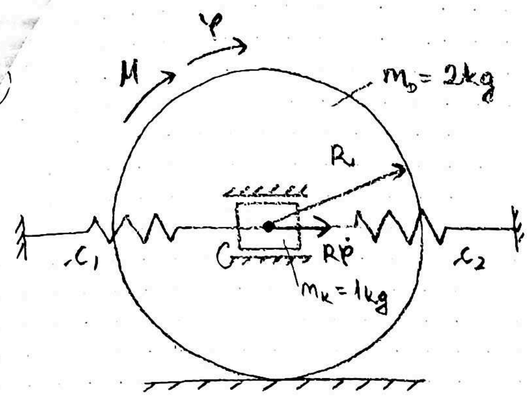
3. Клизач K масе $3m$ може да клизи дуж хоризонталне вођице која се налази на непокретној подлози, под дејством силе инензитета F. За клизач су у тачки K зглобно везани штапови AK и BK, једнаких маса m и дужина $2L$. На штап AK делује спрег сила интензитета момента спрега M. Штапови CD и CE (једнаких маса $2m$ и дужина $2L$) су зглобно везани на својим крајевима, у тачки C. Штап CD зглобно је везан у свом средишту за средиште штапа AK, у тачки G, док му се крај D креће по глаткој хоризонталној подлози. Штап CE зглобно је везан у свом средишту за средиште штапа BK, у тачки H, док му се крај E креће по глаткој хоризонталној подлози. Зглобови C и K су везани опругом крутости c. Написати диференцијалне једначине кретања система. За генералисане координате усвојити $q_1 = x$ и $q_2 = \varphi$. У почетном тренутку систем је мировао, штапови су имали вертикалан положај, а опруга је била ненапрегнута.



Слика 3

РЕШЕЊЕ, МЕХ 3, 4.2.2022.

1)

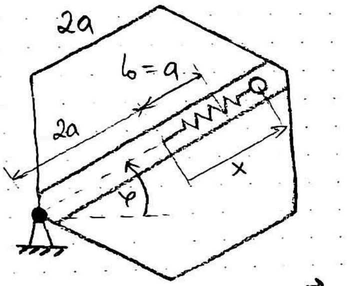


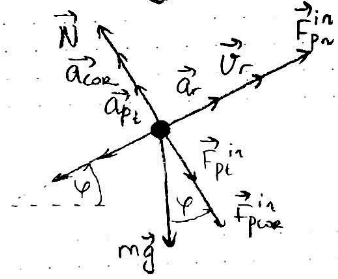
$R = 2m$, $M = 64\,Nm$, $c_1 = 12\frac{N}{m}$, $c_2 = 24\frac{N}{m}$ $\quad \varphi(t)$?

$$E_k = \left[\frac{1}{2} m_D (R\dot\varphi)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} m_D R^2 \dot\varphi^2\right] + \left[\frac{1}{2} m_K (R\dot\varphi)^2\right]$$
$$= \frac{1}{2}\cdot 2(2\dot\varphi)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2^2\cdot\dot\varphi^2 + \frac{1}{2}\cdot 1\cdot(2\dot\varphi)^2$$
$$E_k = 8\dot\varphi^2$$
$$\delta A(\vec F_{c_1}) = -c_1 R^2 \varphi\, d\varphi = -48\varphi\, d\varphi$$
$$\delta A(\vec F_{c_2}) = -c_2 R^2 \varphi\, d\varphi = -96\varphi\, d\varphi$$
$$\delta A(M) = M\, d\varphi = 64\, d\varphi$$

$$\frac{dE_k}{dt} = \frac{\delta A}{dt} \Rightarrow 16\dot\varphi\ddot\varphi = -144\varphi\cdot\dot\varphi + 64\dot\varphi$$
$$\ddot\varphi + 9\varphi = 4, \quad \varphi = \varphi_h + \varphi_p = C_1\cos 3t + C_2 \sin 3t + \frac{4}{9}$$
$$C_1 = -\frac{4}{9}, \; C_2 = 0 \qquad \underline{\varphi = \frac{4}{9}(1 - \cos 3t)}$$

2)

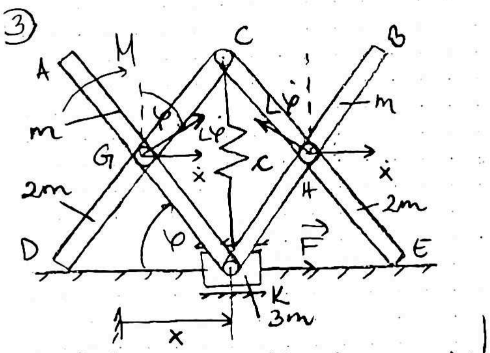




$$m\vec a_r = m\vec g + \vec N + \vec F_c + \vec F_p^{in} + \vec F_{cor}^{in}$$
$$(1)\; m\ddot x = -mg\sin\varphi \underbrace{- c(x-a)}_{F_c} + \underbrace{m(2a+x)\frac{g}{a}}_{F_{pn}^{in}} \qquad \dot\varphi^2 = \frac{g}{a}$$
$$(2)\; 0 = N - mg\cos\varphi - \underbrace{2m\sqrt{\frac{g}{a}}\dot x}_{F_{cor}^{in}}$$
$$(1) \Rightarrow \ddot x + \omega^2 x = 4g - g\sin\omega t, \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$$
$$x = x_h + x_{p1} + x_{p2}$$
$$x_h = C_1\cos\omega t + C_2 \sin\omega t, \; x_{p1} = 4a, \; x_{p2} = \frac{1}{2}\sqrt{ga}\, t\cos\omega t$$
$$t_0 = 0 \Rightarrow x(0) = a, \; \dot x(0) = 0 \Rightarrow C_1 = -3a, \; C_2 = -\frac{1}{2}a$$
$$x(t) = -3a\cos\sqrt{\frac{g}{a}}t - \frac{1}{2}a\sin\sqrt{\frac{g}{a}}t + 4a + \frac{1}{2}\sqrt{ga}\,t\cos\sqrt{\frac{g}{a}}t$$

РЕШ.
$$\begin{cases} \dot x(t) = 3\sqrt{ag}\sin\sqrt{\frac{g}{a}}t - \frac{1}{2}\sqrt{ag}\cos\sqrt{\frac{g}{a}}t + \frac{1}{2}\sqrt{ga}\cos\sqrt{\frac{g}{a}}t - \frac{1}{2}gt\sin\sqrt{\frac{g}{a}}t \\ N = mg\cos\varphi + 2m\sqrt{\frac{g}{a}}\dot x \end{cases}$$

3)



$$v_G^2 = (\dot x + L\dot\varphi\sin\varphi)^2 + (L\dot\varphi\cos\varphi)^2$$
$$v_H^2 = (\dot x - L\dot\varphi\sin\varphi)^2 + (L\dot\varphi\cos\varphi)^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}3m\dot x^2 + \frac{1}{2}m v_G^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{12}m(2L)^2\dot\varphi^2 + \frac{1}{2}2m v_G^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{12}2m(2L)^2\dot\varphi^2 + \frac{1}{2}m v_H^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{12}m(2L)^2\dot\varphi^2 + \frac{1}{2}2m v_H^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{12}2m(2L)^2\dot\varphi^2$$
$$E_k = \frac{9}{2}m\dot x^2 + 4mL^2\dot\varphi^2$$
$$dy_G = dy_H \Rightarrow \delta A^{\vec G} = -(2\cdot 2mg + 2\cdot mg)L\cos\varphi\, d\varphi$$
$$\delta A^{\vec G} = -6mgL\cos\varphi\, d\varphi$$
$$\delta A(\vec M) = M\,d\varphi, \quad \delta A(\vec F) = F\,dx$$
$$E_p = \frac{1}{2}c(2L\sin\varphi - 2L)^2 \Rightarrow Q_\varphi = -4cL^2\cos\varphi(\sin\varphi - 1)$$

$$\left.\begin{aligned} &9m\ddot x = F \\ &8mL^2\ddot\varphi = M - 6mgL\cos\varphi - 4cL^2\cos\varphi(\sin\varphi - 1) \end{aligned}\right\} \text{РЕШ.}$$