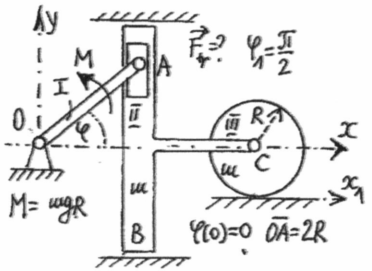
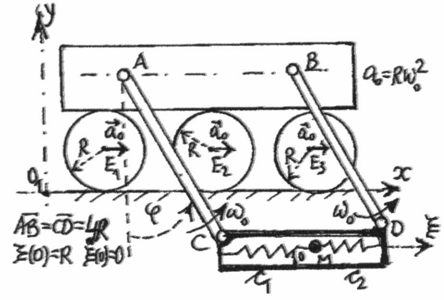
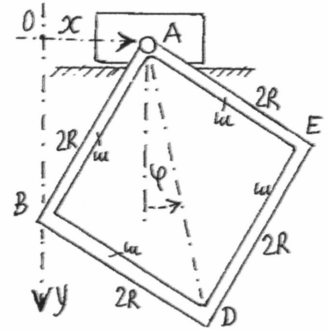




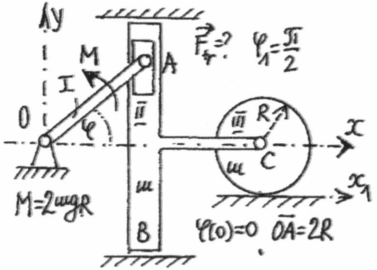


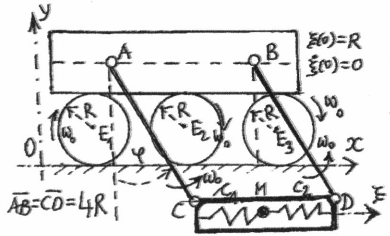
Mehanika 3 grupa①

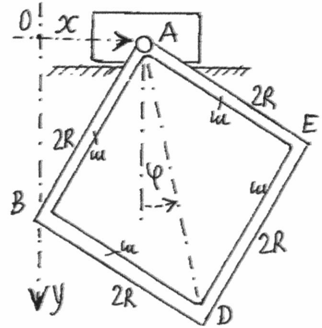
① Sistem je u vertikalnoj ravni. Na krivaju OA, kulisnog mehanizma, mase m i dužine 2R, dejstvuje spreg sila momenta M=mgR. Kulisa II je mase m, klizi bez trenja po horizontali, klizač A je zanemarljive mase; ispust od kulise do centra diska C je dužine L; kulisa je zglobno vezana za središte diska III, koji se kotrlja bez klizanja po horizontalnoj podlozi, mase je m i poluprečnika R. U tačkama O, A, C su zglobne veze. U početnom trenutku $t_o=0$ sistem je bio u miru $\varphi(0)=0$. Odrediti silu trenja između diska i podloge u trenutku kada je ugao krivaje $\varphi_1=\pi/2$.

② Diskovi, poluprečnika R, kotrljaju se bez klizanja tako da im se centri kreću konstantnim ubrzanjem $a_o=R\omega_o^2$, a po njima može da se kreće ploča (proizvoljnih dimenzija); između ploče i diskova nema proklizavanja. Štapovi AC i BD (AC=BD=4R) obrću se konstantnom ugaonom brzinom ω_o i dovode u kretanje cev CD (CD=4R, AB=4R). Veze u tačkama A, B, C i D su zglobne. Unutar glatke cevi CD može da se kreće tačka M mase m (ostali elementi u sistemu imaju zanemarljivu masu), vezana je za dve opruge CM i DM, krutosti $c_1=c_2=m\omega_o^2$; kada je tačka na sredini cevi opruge su nenapregnute; neinercijalni sistem 0ξ vezan je za cev i ima koordinatni početak u središtu cevi. U $t_o=0$ tačka M je bila u miru u odnosu na cev u položaju $\xi(o)=R$. Odrediti konačne jednačine relativnog kretanja tačke M, tj. ξ (t)=? Sistem je u vertikalnoj ravni, $\varphi(0)=0$; 0xy je inercijalni sistem.

③ Sistem je u vertikalnoj ravni. Za klizač A mase m, koji može da klizi bez trenja po horizontalnoj ravni, zglobno je vezan ram koji čine četiri jednaka štapa, svaki mase m i dužine 2R, kruto spojena u kvadrat ABDE. U početnom trenutku, sistem je mirovao x(0)=0, $\varphi(0)=\varphi_o$. Za date apsolutne generalisane koordinate x, φ (ugao φ se meri od vertikale, AD je dijagonala rama) odrediti: 1) diferencijalne jednačine kretanja, 2) u linearnom slučaju ($\sin\varphi\approx\varphi$, $\cos\varphi\approx1$) konačne jednačine kretanja.





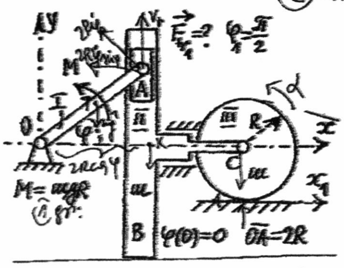


Mehanika 3 grupa②

① Sistem je u vertikalnoj ravni. Na krivaju OA, kulisnog mehanizma, mase m i dužine 2R, dejstvuje spreg sila momenta M=2mgR. Kulisa II je mase m, klizi bez trenja po horizontali, klizač A je zanemarljive mase, ispust od kulise do centra diska C je dužine L; kulisa je zglobno vezana za središte diska III, koji se kotrlja bez klizanja po horizontalnoj podlozi, mase je m i poluprečnika R. U tačkama O, A, C su zglobne veze. U početnom trenutku $t_o=0$ sistem je bio u miru $\varphi(0)=0$. Odrediti silu trenja između diska i podloge u trenutku kada je ugao krivaje $\varphi_1=\pi/2$.

② Diskovi, poluprečnika R, kotrljaju se bez klizanja konstantnom ugaonom brzinom ω_o, a po njima može da se kreće ploča (proizvoljnih dimenzija); između ploče i diskova nema proklizavanja. Štapovi AC i BD (AC=BD=4R) obrću se konstantnom ugaonom brzinom ω_o i dovode u kretanje cev CD (CD=4R, AB=4R). Veze u tačkama A, B, C i D su zglobne. Unutar glatke cevi CD može da se kreće tačka M mase m (ostali elementi u sistemu imaju zanemarljivu masu), vezana je za dve opruge CM i DM, krutosti $c_1=c_2=m\omega_o^2$; kada je tačka na sredini cevi opruge su nenapregnute; neinercijalni sistem 0ξ vezan je za cev i ima koordinatni početak u središtu cevi. U $t_o=0$ tačka M je bila u miru u odnosu na cev u položaju $\xi(o)=R$. Odrediti konačne jednačine relativnog kretanja tačke M, tj. $\xi(t)=?$ Sistem je u vertikalnoj ravni, $\varphi(0)=0$; 0xy je inercijalni sistem.

③ Sistem je u vertikalnoj ravni. Za klizač A mase m, koji može da klizi bez trenja po horizontalnoj ravni, zglobno je vezan ram koji čine četiri jednaka štapa, svaki mase m i dužine 2R, kruto spojena u kvadrat ABDE. U početnom trenutku, sistem je mirovao $x(0)=0$, $\varphi(0)=\beta$. Za date apsolutne generalisane koordinate x, φ (ugao φ se meri od vertikale, AD je dijagonala rama) odrediti: 1) diferencijalne jednačine kretanja, 2) u linearnom slučaju ($\sin\varphi\approx\varphi$, $\cos\varphi\approx1$) konačne jednačine kretanja.



(I) ZADATAK (1) gr: $M=mgR$ (2) gr: $M=2mgR$

$$T=\frac{1}{2}J_{oz}\dot\varphi^2+\frac{1}{2}mV_K^2+\frac{1}{2}mV_c^2+\frac{1}{2}J_{cz}\dot\alpha^2 \qquad \dot\alpha=\frac{V_c}{R} \qquad V_c=2R\dot\varphi\sin\varphi$$

$$T=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}m4R^2\right)\dot\varphi^2+\frac{1}{2}m\left(4R^2\dot\varphi^2\sin^2\varphi\right)+\frac{1}{2}m\left(4R^2\dot\varphi^2\sin^2\varphi\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(4\dot\varphi^2\sin^2\varphi\right)$$

$$T=\frac{2}{3}mR^2\dot\varphi^2+5mR^2\dot\varphi^2\sin^2\varphi \qquad T=\frac{mR^2}{3}\left(2+15\sin^2\varphi\right)\dot\varphi^2$$

$$A=M\varphi-mgR\sin\varphi \qquad T-T_0=A \;/\, d$$

$$\left.\frac{2}{3}mR^2\left(2+15\sin^2\varphi\right)\cancel{\dot\varphi}\ddot\varphi+\frac{mR^2}{3}\left(30\sin\varphi\cos\varphi\,\cancel{\dot\varphi}\right)\dot\varphi^2=M\cancel{\dot\varphi}-mgR\cos\varphi\,\cancel{\dot\varphi}\right]_{\varphi_1=\frac{\pi}{2}}$$

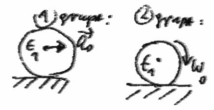
$$\left[\begin{array}{l}\text{ili: } J_{oz}\ddot\varphi=M_{oz}\\ m\vec a_K=\sum\vec F_i\\ m\vec a_c=\sum\vec F_j\\ J_{cz}\ddot\alpha=M_{cz}\end{array}\right]$$

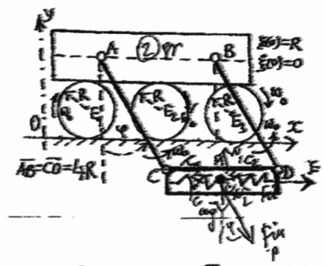
| (1) gr: $\ddot\varphi_1^{I}=\frac{3}{34}\frac{g}{R}$ | (2) gr: $\ddot\varphi_1^{II}=\frac{3}{17}\frac{g}{R}$

$$J_{cz}\ddot\alpha=-F_{tr}R \qquad \left(\ddot\alpha_1=-2\ddot\varphi_1\sin\varphi_1-2\dot\varphi_1^2\cos\varphi_1 \Rightarrow \ddot\alpha_1=-2\ddot\varphi_1\right)_{\varphi_1=\frac{\pi}{2}}$$

| (1) gr: $F_{tr_1}^{I}=\frac{3}{34}mg$ | (2) gr: $F_{tr_1}^{II}=\frac{3}{17}mg$ |

(II) ZADATAK: (1) gr: $a_0=R\omega_0^2$ (2) gr: $a_0=0$





$$m\ddot{\vec\xi}_{rel}=m\vec g+\vec F_{c_1}+\vec F_{c_2}+\vec N_1+\vec N_2+\vec F_p^{in}+\vec F_{cor}^{in} \;/\cdot\vec\lambda$$

$$m\ddot\xi=-(c_1+c_2)\xi+m4R\omega_0^2\sin\omega_0t-2ma_0$$

$$\ddot\xi+2\omega_0^2\xi=4R\omega_0^2\sin\omega_0t-2R\omega_0^2$$

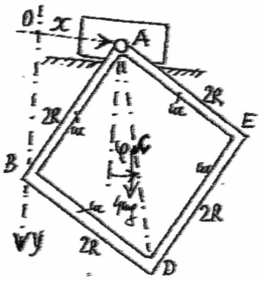
$$\xi=C_1\cos\sqrt{2}\omega_0t+C_2\sin\sqrt{2}\omega_0t+4R\sin\omega_0t-2R \qquad C_1=3R \qquad C_2=\frac{4}{\sqrt2}R$$

| (2) gr: $\ddot\xi+2\omega_0^2\xi=4R\omega_0^2\sin\omega_0t$

$\xi=C_1\cos\sqrt2\omega_0t+C_2\sin\sqrt2\omega_0t+4R\sin\omega_0t$

$C_1=R \qquad C_2=\frac{4}{\sqrt2}R$

(III) ZADATAK (1) gr: $\varphi(0)=\varphi_0$ (2) gr: $\varphi(0)=\beta$



$$T=\frac{1}{2}mV_A^2+\frac{1}{2}(4m)V_c^2+\frac{1}{2}J_{cz}\omega^2 \qquad V_c^2=\dot x^2+2R^2\dot\varphi^2+2\sqrt2R\dot x\dot\varphi\cos\varphi$$

$$J_{cz}=\frac{16}{3}mR^2 \qquad V_A=\dot x \qquad \omega=\dot\varphi$$

$$T=\frac{5}{2}m\dot x^2+\frac{20}{3}mR^2\dot\varphi^2+4\sqrt2mR\dot x\dot\varphi\cos\varphi \qquad \begin{cases}Q_x=0\\ Q_\varphi=-4\sqrt2mgR\sin\varphi\end{cases}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot x}-\cancel{\frac{\partial T}{\partial x}}=\cancel{Q_x} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial\dot x}=C \Rightarrow 5\dot x+4\sqrt2R\dot\varphi\cos\varphi=0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot\varphi}-\frac{\partial T}{\partial\varphi}=Q_\varphi \qquad \frac{40}{3}mR^2\ddot\varphi+4\sqrt2mR\ddot x\cos\varphi-\cancel{4\sqrt2mR\dot x\dot\varphi\sin\varphi}-\left(\cancel{-4\sqrt2mR\dot x\dot\varphi\sin\varphi}\right)=-4\sqrt2mgR\sin\varphi \quad (2)$$

$$\sin\varphi\approx\varphi \quad \cos\varphi\approx1 \qquad 5\ddot x+4\sqrt2R\ddot\varphi=0 \;(1') \qquad \frac{40}{3}R\ddot\varphi+4\sqrt2\ddot x=-4\sqrt2g\varphi \;(2') \qquad \ddot\varphi+\left(\frac{15\sqrt2}{26}\frac{g}{R}\right)\varphi=0$$

$$\varphi=C_1\cos kt+\cancel{C_2}\sin kt \qquad k^2=\frac{15\sqrt2}{26}\frac{g}{R} \qquad \varphi=\varphi_0\cos kt \qquad x=\frac{4\sqrt2}{5}R\left(\sin\varphi_0-\sin\varphi\right)$$