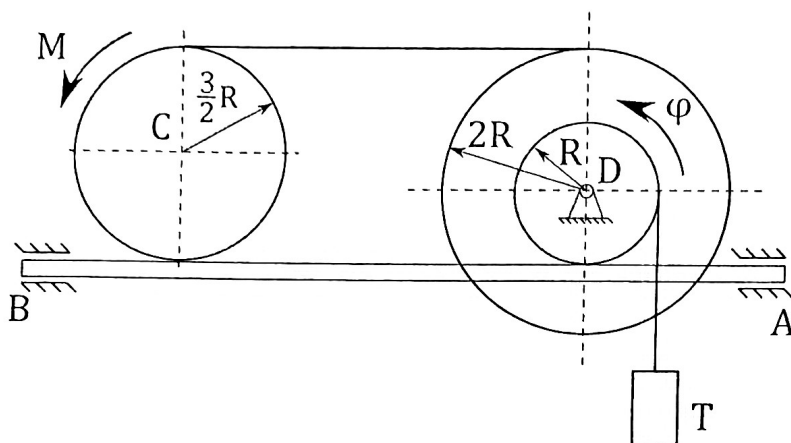
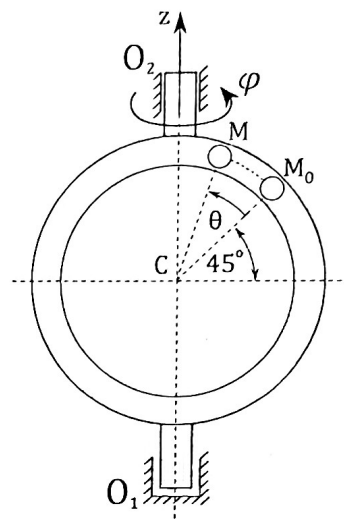


1. Диск полупречника $\frac{3}{2}R$ може да се котрља без клизања по штапу AB масе $2m$. На диск делује спрег сила интензитета момента спрега $M = 3mgR$. Штап AB доводи у кретање коаксијални цилиндар масе $4m$, полупречника R и $2R$ и полупречника инерције $i_0 = \sqrt{2}R$, при чему између њих нема проклизавања. Коаксијални цилиндар може да се обрће око хоризонталне осе која пролази кроз тачку D . На мањи цилиндар намотано је лако неистегљиво уже о које је обешен терет T масе m . На већи цилиндар намотано је лако неистегљиво уже, чији је други крај намотан на диск. Одредити угаоно убрзање коаксијалног цилиндра.



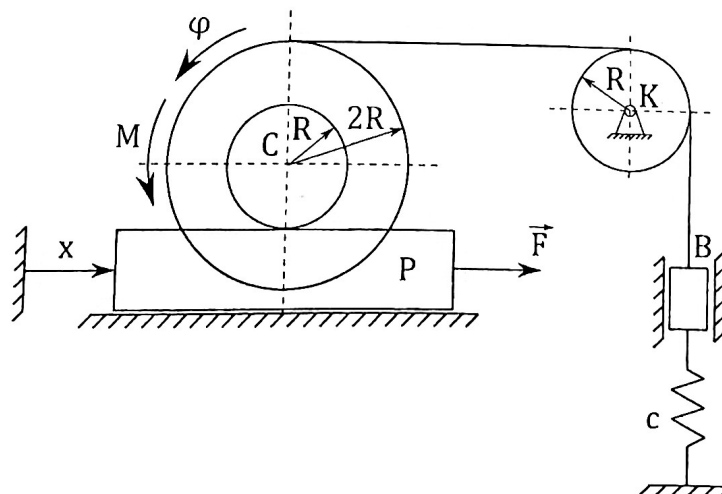
Слика 1



Слика 2

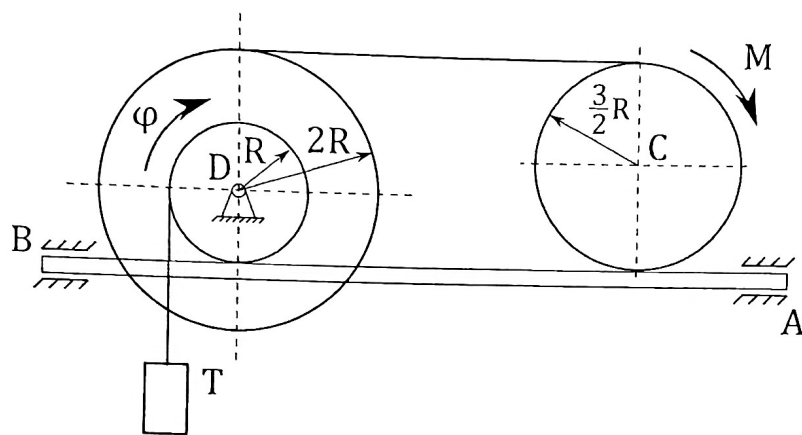
2. На Сл. 2 приказан је танак кружни прстен полупречника R , који може да се обрће око вертикалне осе z по закону $\varphi = \sqrt{\frac{g}{R}}t$. Унутар прстена може да се креће тачка M масе $m = 1 \text{ kg}$, под дејством привлачне централне силе интензитета $F = 2\sqrt{3}mg$, са центром у тачки C . Тачка је започела кретање из положаја приказаног на слици, одређеним углом од 45° , а интензитет почетне брзине тачке је $V_0 = \sqrt{4gR}$. Одредити укупну реакцију жљеба на тачку M када она заузме положај одређен углом $\theta_1 = \frac{\pi}{4}$.

3. Кућиште P масе m , које се налази под дејством силе интензитета F правца и смера приказаног на слици, може да клизи по глаткој хоризонталној подлози. По кућишту може да се котрља без клизања коаксијални цилиндар полупречника R и $2R$, масе $2m$ и полупречника инерције $i_0 = \sqrt{2}R$, на који делује спрег сила интензитета момента спрега M . На коаксијални цилиндар је намотано лако неистегљиво уже које је пребачено преко диска K полупречника R и масе $3m$. За други крај ужета везан је клизач B масе m који се креће по вертикалној вођици. Терет је такође везан за опругу крутости c . Написати диференцијалне једначине кретања система. За генералисане координате усвојити $q_1 = x$ и $q_2 = \varphi$. У почетном тренутку, када су вредности генералисаних координата $x(0) = 0$ и $\varphi(0) = 0$, опруга је била ненапрегнута.

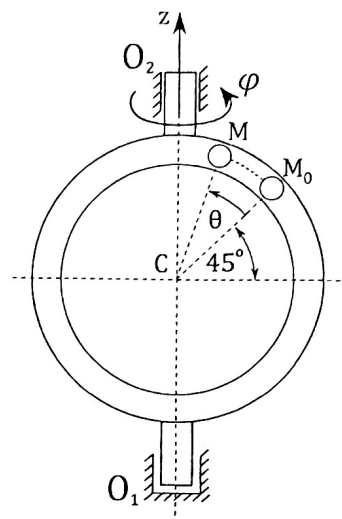


Слика 3

1. Диск полупречника $\frac{3}{2}R$ може да се котрља без клизања по штапу AB масе $2m$. На диск делује спрег сила интензитета момента спрега $M = 3mgR$. Штап AB доводи у кретање коаксијални цилиндар масе $4m$, полупречника R и $2R$ и полупречника инерције $i_0 = \sqrt{2}R$, при чему између њих нема проклизавања. Коаксијални цилиндар може да се обрће око хоризонталне осе која пролази кроз тачку D . На мањи цилиндар намотано је лако неистегљиво уже о које је обешен терет T масе m . На већи цилиндар намотано је лако неистегљиво уже, чији је други крај намотан на диск. Одредити угаоно убрзање коаксијалног цилиндра.

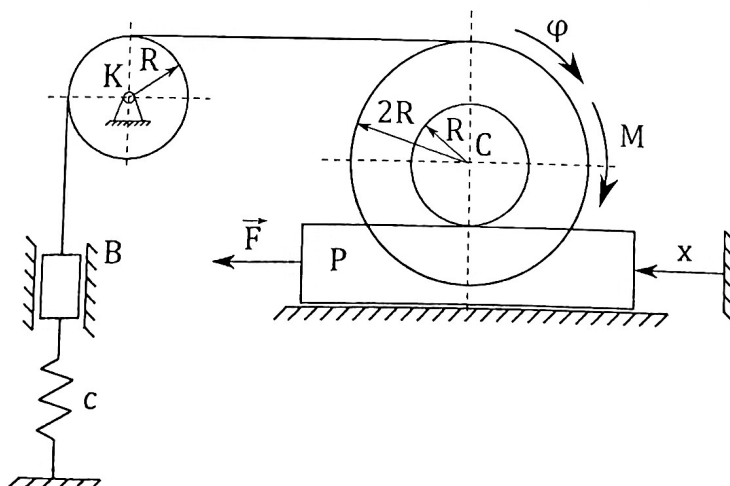


Слика 1



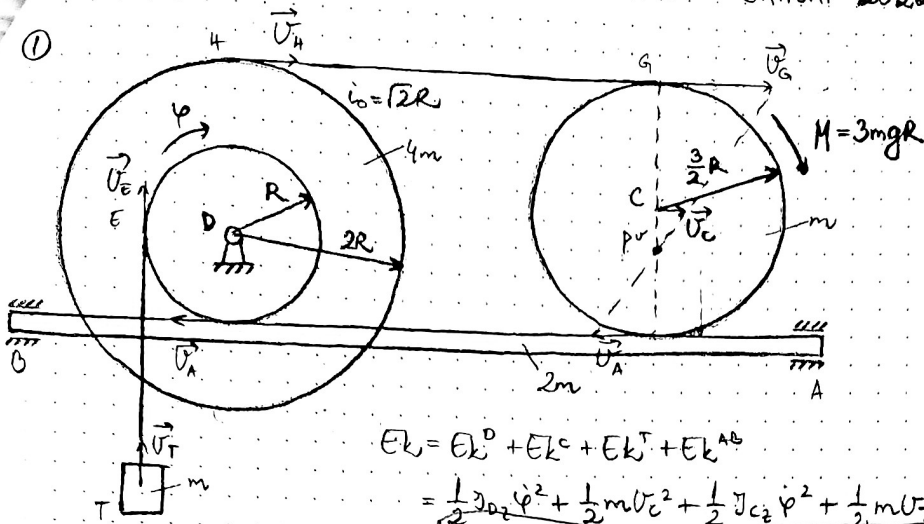
Слика 2

2. На Сл. 2 приказан је танак кружни прстен полупречника R , који може да се обрће око вертикалне осе z по закону $\varphi = \sqrt{\frac{g}{R}}t$. Унутар прстена може да се креће тачка M масе $m = 1 \text{ kg}$, под дејством привлачне централне силе интензитета $F = mg$, са центром у тачки C . Тачка је започела кретање из положаја приказаног на слици, одређеним углом од 45° , а интензитет почетне брзине тачке је $V_0 = \sqrt{5gR}$. Одредити укупну реакцију жљеба на тачку M када она заузме положај одређен углом $\theta_1 = \frac{\pi}{4}$.
3. Кућиште P масе m , које се налази под дејством силе интензитета F правца и смера приказаног на слици, може да клизи по глаткој хоризонталној подлози. По кућишту може да се котрља без клизања коаксијални цилиндар полупречника R и $2R$, масе $2m$ и полупречника инерције $i_0 = \sqrt{2}R$, на који делује спрег сила интензитета момента спрега M . На коаксијални цилиндар је намотано лако неистегљиво уже које је пребачено преко диска K полупречника R и масе $3m$. За други крај ужета везан је клизач B масе m који се креће по вертикалној вођици. Терет је такође везан за опругу крутости c . Написати диференцијалне једначине кретања система. За генералисане координате усвојити $q_1 = x$ и $q_2 = \varphi$. У почетном тренутку, када су вредности генералисаних координата $x(0) = 0$ и $\varphi(0) = 0$, опруга је била ненапрегнута.



Слика 3

①



$$U_H = U_T = U_C = R\dot{\varphi}$$

$$U_H = 2R\dot{\varphi} = U_G = 2R\omega_D \Rightarrow \omega_D = \dot{\varphi}$$

$$U_C = \overline{CP}\omega_D = \frac{1}{2}R\dot{\varphi}$$

$$\delta A(m\vec{g}) = -mgR\dot{\varphi}$$

$$\delta A(\vec{H}) = M\dot{\varphi} = 3mgr\dot{\varphi}$$

$$\delta A = 2mgr\dot{\varphi} \Rightarrow \frac{\delta A}{\delta t} = 2mgr\dot{\varphi}$$

$$E_k = E_k^D + E_k^C + E_k^T + E_k^{AB}$$

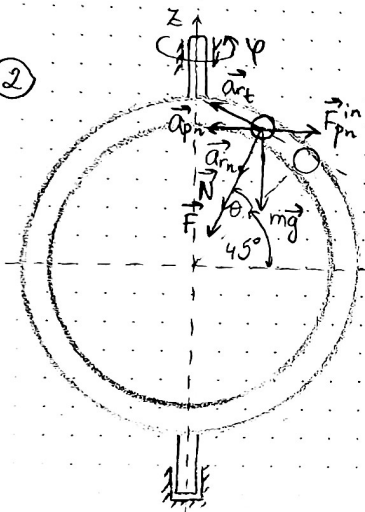
$$= \frac{1}{2}I_{Dz}\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}mU_C^2 + \frac{1}{2}I_{Cz}\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}mU_T^2 + \frac{1}{2}2mU_A^2$$

$$= \left[\frac{1}{2}4m(2R)^2\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}m\frac{1}{4}R^2\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}m\left(\frac{3}{2}R\right)^2\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}mR^2\dot{\varphi}^2 + mR^2\dot{\varphi}^2 \right]$$

$$E_k = \frac{99}{16}mR^2\dot{\varphi}^2 \Rightarrow \frac{dE_k}{dt} = \frac{99}{8}mR^2\dot{\varphi}\ddot{\varphi}$$

$$\boxed{\dot{\varphi} = \frac{16}{99}\frac{g}{R}}$$

②



$$\vec{a}_{pt} \otimes \vec{F}_{pt}^{in} \quad a_{pt} = R\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)\dot{\varphi}^2 = 0$$

$$\vec{a}_{pn} \otimes \vec{F}_{pn}^{in} \quad a_{pn} = R\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)\dot{\varphi}^2 = g\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\vec{a}_{cor} \otimes \vec{F}_{cor}^{in} \quad a_{cor} = 2\sqrt{\frac{3}{2}}R\dot{\theta}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{N}_b + \vec{F}_{pt}^{in} + \vec{F}_{pn}^{in} + \vec{F}_{cor}^{in}$$

$$(1) \quad mR\ddot{\theta} = -mg\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - mg\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right), \quad \ddot{\theta} = \frac{1}{2}\frac{d(\dot{\theta}^2)}{d\theta}$$

$$(2) \quad mR\dot{\theta}^2 = mg\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + N - mg\cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + F$$

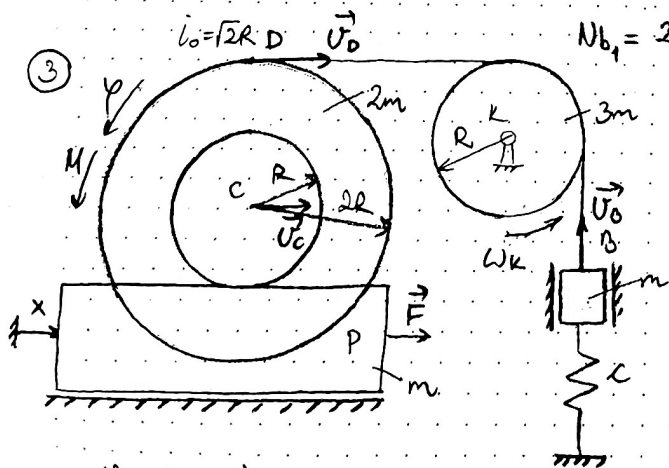
$$(3) \quad 0 = N_b - 2m\sqrt{\frac{3}{2}}R\dot{\theta}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$(1) \Rightarrow \dot{\theta}^2 - \frac{4g}{R} = -\frac{2g}{R}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{g}{2R}\left[1 - \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$\text{I } \theta_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \dot{\theta}_1^2 = \frac{g}{R} \quad \text{II } \theta_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \dot{\theta}_1^2 = \frac{2g}{R} \Rightarrow N_1 = 0, N_b = 2\sqrt{2}mg$$

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= mg - mg - F = -2\sqrt{3}mg \\ N_b &= 2m\sqrt{\frac{3}{2}}R\sqrt{\frac{g}{R}} = 2mg \end{aligned} \right\} N_{uk1} = 4mg$$

③



$$U_C = \dot{x} - R\dot{\varphi}$$

$$U_D = \dot{x} - 3R\dot{\varphi} = U_B$$

$$\omega_K = \frac{\dot{x} - 3R\dot{\varphi}}{R}$$

$$E_k = E_k^P + E_k^C + E_k^D + E_k^K$$

$$= \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}2m(\dot{x} - R\dot{\varphi})^2 + \frac{1}{2}2m(2R)^2\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}3mR^2\frac{(\dot{x} - 3R\dot{\varphi})^2}{R^2} + \frac{1}{2}m(\dot{x} - 3R\dot{\varphi})^2$$

$$E_k = \frac{11}{4}m\dot{x}^2 - \frac{19}{2}mR\dot{x}\dot{\varphi} + \frac{57}{4}mR^2\dot{\varphi}^2$$

$$\delta A(m\vec{g}) = -mg(dx - 3Rd\varphi)$$

$$E_p = \frac{1}{2}c(x - 3R\varphi)^2 \Rightarrow Q_x = -cx - 3cR\varphi$$

$$Q_\varphi = -3cRx + 9cR^2\varphi$$

$$\delta A(\vec{F}) = Fdx, \quad \delta A(\vec{H}) = Hd\varphi$$

$$\frac{11}{2}m\ddot{x} - \frac{19}{2}mR\ddot{\varphi} = -mg - cx - 3cR\varphi + F$$

$$-\frac{19}{2}mR\ddot{x} + \frac{57}{2}mR^2\ddot{\varphi} = -3mgR - 3cRx + 9cR^2\varphi + H$$