ПРВА ГРУПА

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ
КАТЕДРА ЗА МЕХАНИКУ
ул. Краљице Марије 16, 11120 Београд 35

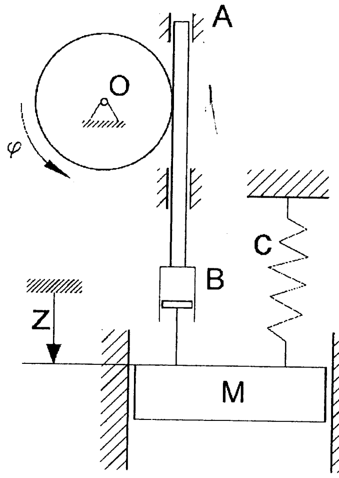
http://nastava.mas.bg.ac.rs/nastava/viewforum.php?f=65

МЕХАНИКА 3

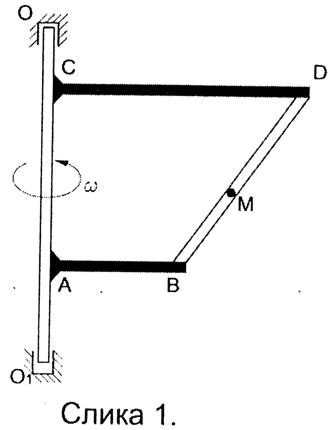
30. **септембар** 2017.

1. Два хоризонтална штапа AB (масе m и дужине R) и CD (масе $2m$ и дужине $2R$) круто су спојени за вертикалну осовину OO_1. За крајеве ових штапова заварена је глатка цев BD занемарљиве масе (слика 1). У почетном тренутку тачка M масе m се налазила у положају B и пуштена је да се креће кроз цев BD из стања релативног мировања. Одредити максимално растојање између штапова AB и CD да би тачка стигла у положај D ако је у почетном тренутку угаона брзина система $\omega_0 = \sqrt{g/R}$.

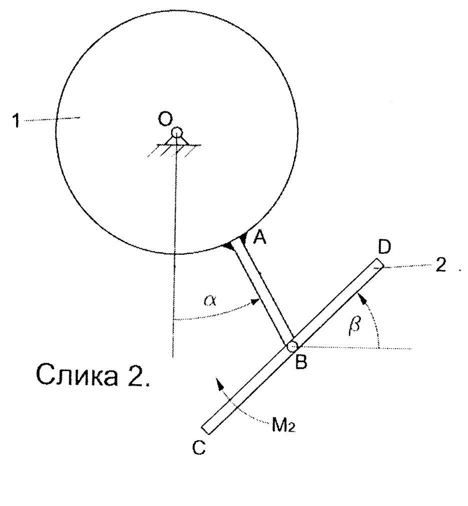
2. Зупчаник полупречника $R = 1m$ обрће се око непокретне хоризонталне осе која пролази кроз тачку O, при чему се угао обртања мења по закону $\varphi = \sin(t)[rad]$ (позитиван смер угла обртања је дат на слици). Зупчаник покреће зупчасту летву AB која се креће дуж вертикалних вођица. За крај B летве везан је цилиндар пригушивача. Тело M, масе $m = 1kg$, везано је за клип пригушивача и опругом крутости $c = 20N/m$ за непокретну тачку. Кретањем клипа у цилиндру пригушивача јавља се сила отпора кретању пропорционална првом степену брзине клипа у односу на цилиндар. Коефицијент пропорционалности је $b = 8Ns/m$. Одредити коначну једначину кретања тела M ако је у почетном тренутку оно мировало у положају статичке равнотеже. За координатни почетак узети положај статичке равнотеже (Оса z је усмерена вертикално наниже).



3. Материјални систем састоји се од тела 1, кога чине круто спојени диск полупречника R масе m и штап AB дужине R масе m, и тела 2-штапа CD дужине $2R$ масе $2m$ (слика 2). У тачки B зглобно су везани тело 1 и тело 2 тако да је $\overline{CB} = \overline{BD}$. На тело 1 дејствује спрег сила интензитета момента M_1, а на тело 2 спрег сила интензитета момента M_2. Ако се систем налази у вертикалној равни, написати диференцијалне једначине кретања система за задате генералисане координате.



Слика 1.



Слика 2.

1. $L_{OZ0} = L_{OZ1}$ $\frac{1}{3} m_{AB} R_{AB}^2 \omega_0 + \frac{1}{3} m_{CD} R_{CD}^2 \omega_0 + m_M R_{AB}^2 \omega_0 = \frac{1}{3} m_{AB} R_{AB}^2 \omega_1 + \frac{1}{3} m_{CD} R_{CD}^2 \omega_1 + m_M R_{CD}^2 \omega_1$ $\boxed{\omega_1 = \frac{4}{7}\omega_0}$

$T_1 - T_0 = A(m_M \vec{g})$

$$\frac{1}{2}\frac{1}{3} m_{AB} R_{AB}^2 \omega_1^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{3} m_{CD} R_{CD}^2 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_M R_{CD}^2 \omega_1^2 - \left(\frac{1}{2}\frac{1}{3} m_{AB} R_{AB}^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{3} m_{CD} R_{CD}^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_M R_{AB}^2 \omega_0^2\right) = -m_M g \overline{AC}$$

$$\boxed{\overline{AC} = \frac{6}{7}\frac{R^2\omega_0^2}{g}} \quad \boxed{\overline{AC} = \frac{6}{7}R}$$

2.

$$m\ddot{z} = mg - b(\dot{z} + R\dot{\varphi}) - c(z + f_{st}),$$

$$\ddot{z} + \frac{b}{m}\dot{z} + \frac{c}{m}z = -\frac{b}{m}R\cos t,$$

$$\ddot{z} + 8\dot{z} + 20z = -8\cos t,$$

$$z = z_h + z_p, \quad z_0 = 0, \quad \dot{z}_0 = 0,$$

$$z_h = e^{-4t}\left(C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t\right)$$

$$z_p = -\frac{64}{425}\sin t - \frac{152}{425}\cos t$$

$$C_1 = \frac{152}{425}, \quad C_2 = \frac{336}{425},$$

$$z = \frac{8}{425}e^{-4t}\left(19\cos 2t + 42\sin 2t\right) - \frac{8}{425}\left(19\cos t + 8\sin t\right).$$

3. $J_{OZ(1)} = \frac{1}{2}mR^2 + \left(\frac{1}{12}mR^2 + m\left(R + \frac{1}{2}R\right)^2\right) = \frac{17}{6}mR^2$

$$T_1 = \frac{1}{2}J_{OZ(1)}\dot{\alpha}^2 = \frac{17}{12}mR^2\dot{\alpha}^2 \quad T_2 = \frac{1}{2}J_{BZ(2)}\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}2mV_B^2 = 4mR^2\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{3}mR^2\dot{\beta}^2$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{65}{12}mR^2\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{3}mR^2\dot{\beta}^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = \frac{65}{6}mR^2\dot{\alpha}, \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = \frac{65}{6}mR^2\ddot{\alpha}, \quad \frac{\partial T}{\partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = \frac{2}{3}mR^2\dot{\beta}, \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = \frac{2}{3}mR^2\ddot{\beta}$$

$$\delta A(m\vec{g}) = -mg\frac{3}{2}R\sin\alpha\delta\alpha - 2mg2R\sin\alpha\delta\alpha = -\frac{11}{2}mgR\sin\alpha\delta\alpha \Rightarrow Q_\alpha^{m\vec{g}} = -\frac{11}{2}mgR\sin\alpha$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{65}{6}mR^2\ddot{\alpha} = -\frac{11}{2}mgR\sin\alpha + Q_\alpha^M \\ &\frac{2}{3}mR^2\ddot{\beta} = Q_\beta^M \end{aligned}}$$

$$Q_\alpha^M = M_1, \; Q_\beta^M = -M_2$$