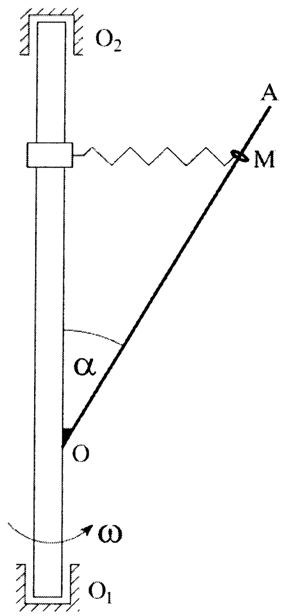
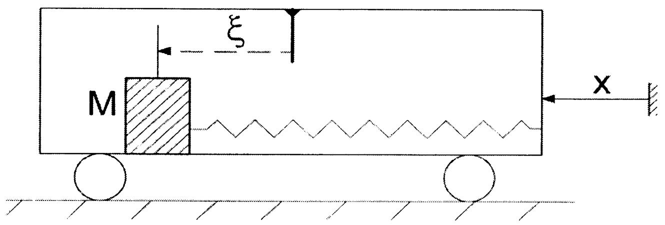
1. Po glatkoj cevi *OA* može da klizi prsten *M* mase *m* (slika 1). Cev je u tački *O* pod uglom $\alpha = 30^\circ$ zavarena za vertikalnu osovinu O_1O_2 koja može da se obrće oko vertikalne ose. Masa cevi je $2m$, a poluprečnik inercije u odnosu na osu obrtanja je $i_{Oz} = R$. Kretanje prstena ograničava horizontalna opruga krutosti $c=mg/R$. U početnom trenutku prsten je bio u položaju *A* u relativnom mirovanju, dužina opruge je iznosila $2R$, a ugaona brzina ω_0. Dužina nenapregnute opruge je *R*. Odrediti ugaonu brzinu cevi u trenutku kada prsten stigne u položaj u kome je opruga nenapregnuta, kao i relativnu brzinu prstena u tom trenutku.



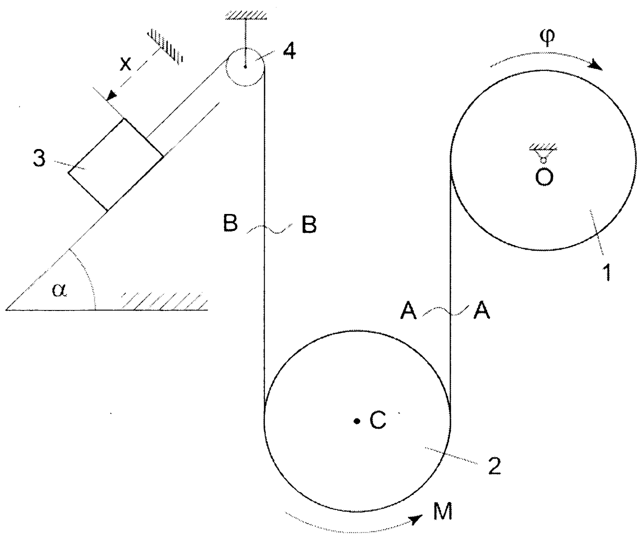
Slika 1.

2. Kolica se kreću po horizontalnoj podlozi (slika 2), zakon kretanja dat je sa $x = \sin(\omega t)$, gde je ω poznata konstanta. Unutar kolica nalazi se teret *M* mase *m* koji može da klizi po glatkoj unutrašnjoj horizontalnoj podlozi. Za teret je vezana opruga krutosti $c = 2m\omega^2$. Položaj tereta u odnosu na kolica odredjen je relativnom koordinatom ξ. U početnom trenutku, teret je bio u relativnom mirovanju u koordinatnom početku ($\xi = 0$), i opruga je tada bila nenapregnuta. Odrediti konačnu jednačinu relativnog kretanja tereta *M*.



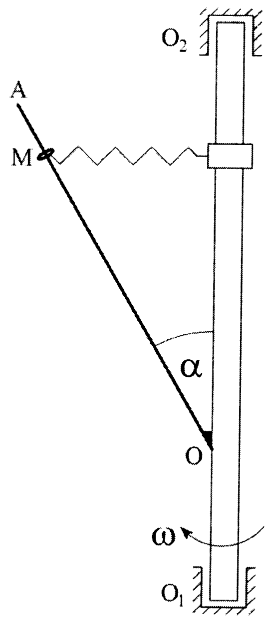
Slika 2.

3. Sistem prikazan na slici ispod nalazi se u vertikalnoj ravni i sastoji od dva homogena diska *1* i *2* mase *m* i poluprečnika *R*, i tereta *3* mase *m* koji može da klizi po glatkoj strmoj ravni nagiba $\alpha = 30^\circ$. Disk *1* obrće se oko horizontalne ose koja prolazi tačku *O*. Uže je prebačeno preko kotura *4* zanemarljive mase. Izmedju užeta i diskova nema proklizavanja. Na disk *2* deluje spreg sila momenta $M = mgR/4$. Za zadate generalisane koordinate x i φ odrediti diferencijalne jednačine kretanja sistema, kao i sile u užetu u presecima *A-A* i *B-B*.



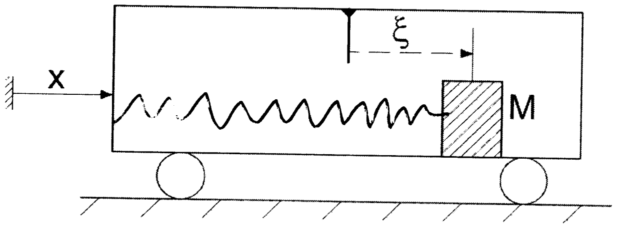
MEHANIKA 3 GRUPA **2** OKTOBAR 2

1. Po glatkoj cevi *OA* može da klizi prsten *M* mase *m* (slika 1). Cev je u tački *O* pod uglom $\alpha = 30^\circ$ zavarena za vertikalnu osovinu O_1O_2 koja može da se obrće oko vertikalne ose. Masa cevi je $2m$, a poluprečnik inercije u odnosu na osu obrtanja je $i_{Oz} = R$. Kretanje prstena ograničava horizontalna opruga krutosti $c = mg/R$. U početnom trenutku prsten je bio u položaju *A* u relativnom mirovanju, dužina opruge je iznosila $2R$, a ugaona brzina ω_0. Dužina nenapregnute opruge je *R*. Odrediti ugaonu brzinu cevi u trenutku kada prsten stigne u položaj u kome je opruga nenapregnuta, kao i relativnu brzinu prstena u tom trenutku.



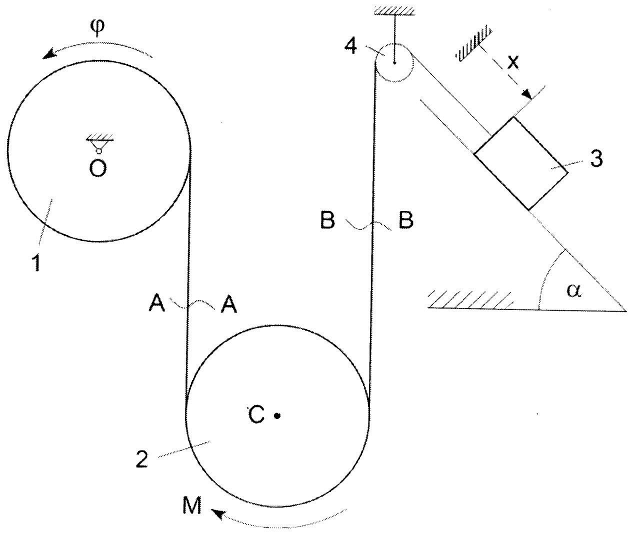
Slika 1.

2. Kolica se kreću po horizontalnoj podlozi (slika 2), zakon kretanja dat je sa $x = \sin(\omega t)$, gde je ω poznata konstanta. Unutar kolica nalazi se teret *M* mase *m* koji može da klizi po glatkoj unutrašnjoj horizontalnoj podlozi. Za teret je vezana opruga krutosti $c = 2m\omega^2$. Položaj tereta u odnosu na kolica odredjen je relativnom koordinatom ξ. U početnom trenutku, teret je bio u relativnom mirovanju u koordinatnom početku ($\xi = 0$), i opruga je tada bila nenapregnuta. Odrediti konačnu jednačinu relativnog kretanja tereta *M*.



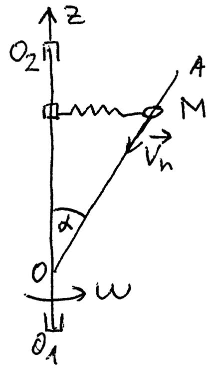
Slika 2.

3. Sistem prikazan na slici ispod nalazi se u vertikalnoj ravni i sastoji od dva homogena diska *1* i *2* mase *m* i poluprečnika *R*, i tereta *3* mase *m* koji može da klizi po glatkoj strmoj ravni nagiba $\alpha = 30^\circ$. Disk *1* obrće se oko horizontalne ose koja prolazi tačku *O*. Uže je prebačeno preko kotura *4* zanemarljive mase. Izmedju užeta i diskova nema proklizavanja. Na disk *2* deluje spreg sila momenta $M = mgR/4$. Za zadate generalisane koordinate x i φ odrediti diferencijalne jednačine kretanja sistema, kao i sile u užetu u presecima *A-A* i *B-B*.



MEH3 $\quad$ OKT 2-2019

1



$$\frac{dL_{oz}}{dt} = 0, \quad L_{oz} = L_{oz0}$$

$$J_{oz}\omega_1 + Rm(R\omega_1) = J_{oz}\omega_0 + 2Rm(2R\omega_0)$$

$$2mR^2\omega_1 + mR^2\omega_1 = 2mR^2\omega_0 + 4R^2m\omega_0$$

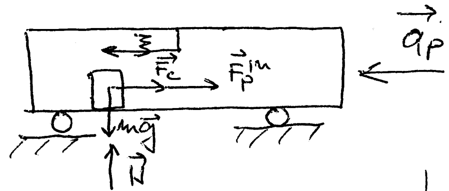
$$3\omega_1 = 6\omega_0, \quad \boxed{\omega_1 = 2\omega_0}$$

$$E_K - E_{K,0} = A(m\vec{g}) + A(\vec{F_c})$$

$$\frac{1}{2}J_{oz}\omega_1^2 + \frac{1}{2}m(V_{p1}^2 + V_{r1}^2) - \frac{1}{2}J_{oz}\omega_0^2 - \frac{1}{2}mV_{p0}^2 = mg\frac{R}{tg\alpha} + \frac{c}{2}R^2$$

$$\ldots \quad \boxed{V_{r1} = \sqrt{gR(1+2\sqrt{3}) - 6R^2\omega_0^2}}$$

2



$$m\vec{a}_r = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F_c} + \vec{F}_p^{in} + \cancel{\vec{F}_{cor}^{in}} \to 0$$

$$m\ddot{\xi} = -F_c - F_p^{in} = -c\xi - m\ddot{x}$$

$$m\ddot{\xi} + c\xi = -m(-\omega^2 \sin\omega t)$$

$$m\ddot{\xi} + 2m\omega^2\xi = m\omega^2 \sin\omega t$$

$$\ddot{\xi} + 2\omega^2\xi = \omega^2 \sin\omega t$$

$$\ddot{\xi} + 2\omega^2\xi = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{2}\omega j$$

$$\xi_h = C_1\cos\sqrt{2}\omega t + C_2\sin\sqrt{2}\omega t$$

$$\xi_p = A\sin\omega t + B\cos\omega t$$

$$\ldots \quad \xi_p = \sin\omega t$$

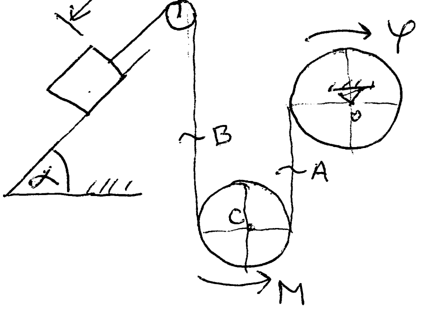
$$\xi = \xi_h + \xi_p = C_1\cos\sqrt{2}\omega t + C_2\sin\sqrt{2}\omega t + \sin\omega t$$

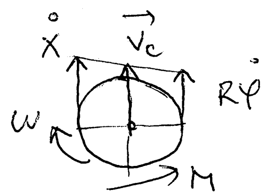
$$\xi_0 = 0, \quad \dot{\xi}_0 = 0$$

$$0 = C_1, \quad 0 = \sqrt{2}\omega C_2 + \omega, \quad C_2 = -1/\sqrt{2}$$

$$\boxed{\xi(t) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\sqrt{2}\omega t + \sin\omega t}$$

3





$$V_c = \frac{\dot{x} + R\dot{\varphi}}{2}, \quad \omega = \frac{\dot{x} - R\dot{\varphi}}{2R}$$

$$E_K = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}mV_c^2 + \frac{1}{2}J_{cz}\omega^2 + \frac{1}{2}J_{oz}\dot{\varphi}^2$$

$$\ldots \quad E_K = \frac{11}{16}m\dot{x}^2 + \frac{7}{16}mR^2\dot{\varphi}^2 + \frac{mR}{8}\dot{x}\dot{\varphi}$$

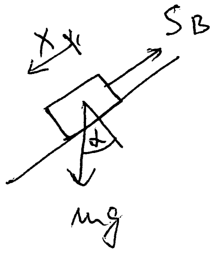
$$\delta A = \delta A(m_c\vec{g}) + \delta A(\vec{M}) + \delta A(m_3\vec{g})$$

$$\delta A = mg\sin\alpha\,\delta x - mg\,\frac{\delta x + R\delta\varphi}{2} - M\,\frac{\delta x - R\delta\varphi}{2R}$$

$$\ldots\ \delta A = -\frac{mg}{8}\,\delta x - \frac{3}{8}\,mgR\,\delta\varphi\ ,\quad \boxed{Q_x = -\frac{mg}{8}\ ,\quad Q_\varphi = -\frac{3}{8}mgR}$$

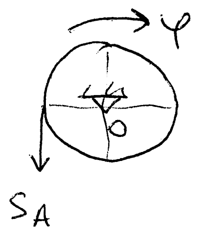
Л.Ј-НЕ II ВРСТЕ

$$\left.\begin{aligned} 11\ddot{x} + R\ddot{\varphi} &= -g \\ 7R\ddot{\varphi} + \ddot{x} &= -3g \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{\begin{aligned} \ddot{x} &= -\frac{g}{19} \\ \ddot{\varphi} &= -\frac{8}{19}\cdot\frac{g}{R} \end{aligned}}$$



$$m\ddot{x} = mg\sin\alpha - S_B$$

$$S_B = \frac{mg}{2} + m\frac{g}{19} = \boxed{\frac{10}{19}mg = S_B}$$



$$J_O\ddot{\varphi} = -S_A\cdot R$$

$$\frac{mR^{\cancel{2}}}{2}\ddot{\varphi} = -S_A\cancel{R}\ ,\quad -\frac{m\cancel{R}}{\cancel{2}}\,\frac{\cancel{8}^{\,4}}{19}\,\frac{g}{\cancel{R}} = -S_A$$

$$\boxed{S_A = \frac{4}{19}\cdot mg}$$