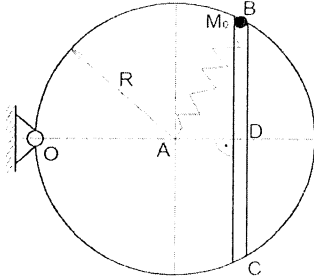


МЕХАНИКА 3

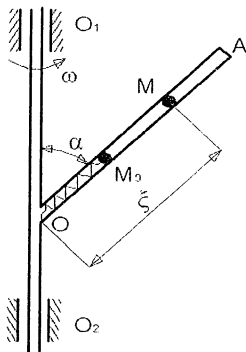
писмени део испита, 03.09.2016.

Задатак бр. 1: Диск полупречника R и масе m , који се налази у хоризонталној равни обрће се око вертикалне оsovине Oz . По каналу BC ($AD=R/2$) креће се тачка M масе m , која је опругом, крутости c , везана за зглоб A . Дужина ненапрегнуте опруге је $l_0=R/2$. У почетном тренутку, када се тачка налазила на крају канала у тачки B систем је мировао. Одредити угаону брзину плоче ω_1 у тренутку када тачка стигне у средиште канала D .

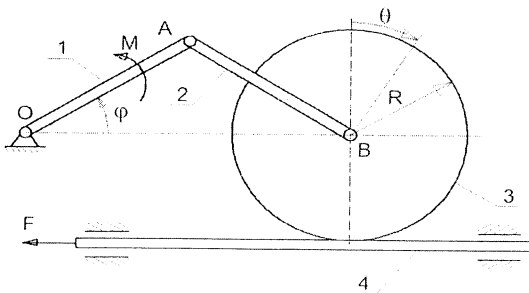


Задатак бр. 2: Куглица M занемарљивих димензија, масе m , може да се креће унутар глатке цеви OA , која се обрће константном угаоном брзином ω око вертикалне осе O_1O_2 градећи са њом угао $\alpha = 45^\circ$. У почетном тренутку куглица се налазила на растојању $a = l/\omega^2$ од тачке O у релативном мировању.

Куглица је везана опругом крутости $c = \frac{3}{2}m\omega^2$ за тачку O . У почетном тренутку опруга је била ненапрегнута. Одредити закон кретања куглице унутар цеви ($\xi = \overline{OM} = ?$).

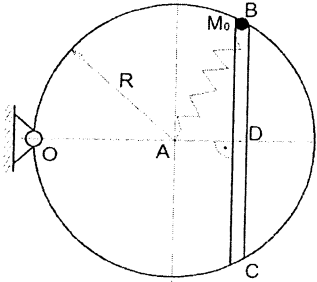


Задатак бр. 3: Криваја 1, дужине l , масе m , може да се обрће у вертикалној равни око осе која пролази корз тачку O . Зупчаник 3, који се може сматрати хомогеним диском полупречника R , масе m , спрегнут је са зупчастом летвом 4, масе m , која може да се креће по хоризонталним вођицама. Криваја 1 и зупчаник 3 зглобно су везани штапом занемарљиве масе 2, дужине l . На зупчасту летву 4 делује сила интензитета F , а на кривају 1 спрег сила момента M . У почетном тренутку систем је мировао, а криваја 1 је заузимала хоризонталан положај, док је $\theta_0 = 0$. Саставити диференцијалне једначине кретања система ако су генерализане координате φ и θ и одредити почетне вредности угаоних убрзања криваје 1 и зупчаника 3 у почетном тренутку.



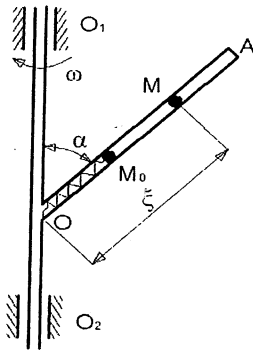
- Употреба литературе није дозвољена.
- Овај формулар са задацима предати заједно са испитном свеском.
- Сва евентуална питања у вези текста задатака постављати дежурним наставницима и асистентима.
- На насловној страни испитне свеске обавезно уписати све податке, а у рубрици *Напомене* име предметног наставника.
- Шифра испита МЕХ 210 - 0799.

Задатак бр. 1: Диск полупречника R и масе m , који се налази у хоризонталној равни обрће се око вертикалне осовине Oz . По каналу BC ($AD=R/2$) креће се тачка M масе m , која је опругом, крутости c , везана за зглоб A . Дужина ненапрегнуте опруге је $l_0=R/2$. У почетном тренутку, када се тачка налазила на крају канала у тачки B систем је мировао. Одредити релативну брзину тачке v_{r1} у тренутку када тачка стигне у средиште канала D .

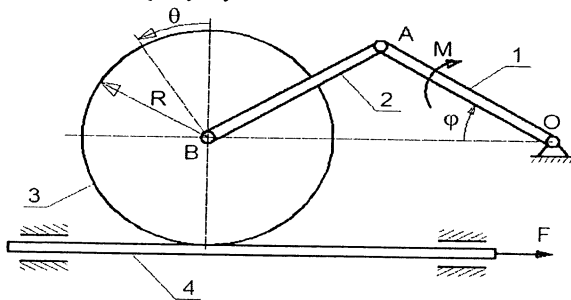


Задатак бр. 2: Куглица M занемарљивих димензија, масе $2m$, може да се креће унутар глатке цеви OA , која се обрће константном угаоном брзином ω око вертикалне осе O_1O_2 градећи са њом угао $\alpha = 45^\circ$. У почетном тренутку куглица се налазила на растојању $a = 1/\omega^2$ од тачке O у релативном мировању.

Куглица је везана опругом крутости $c = \frac{3}{2}m\omega^2$ за тачку O . У почетном тренутку опруга је била ненапрегнута. Одредити закон кретања куглице унутар цеви ($\xi = \overline{OM} = ?$).

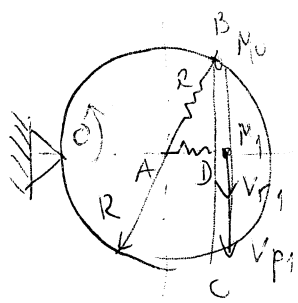


Задатак бр. 3: Криваја 1, дужине l , масе m , може да се обрће у вертикалној равни око осе која пролази корз тачку O . Зупчаник 3, који се може сматрати хомогеним диском полупречника R , масе m , спрегнут је са зупчастом летвом 4, масе m , која може да се креће по хоризонталним вођицама. Криваја 1 и зупчаник 3 зглобно су везани штапом занемарљиве масе 2, дужине l . На зупчасту летву 4 делује сила интензитета F , а на кривају 1 спрег сила момента M . У почетном тренутку систем је мировао, а криваја 1 је заузимала хоризонталан положај, док је $\theta_0 = 0$. Саставити диференцијалне једначине кретања система ако су генералисане координате φ и θ и одредити почетне вредности угаоних убрзања криваје 1 и зупчаника 3 у почетном тренутку.



- Употреба литературе није дозвољена.
- Овај формулар са задацима предати заједно са испитним свеском.
- Сва евентуална питања у вези текста задатака постављати дежурним наставницима и асистентима.
- На насловној страни испитне свеске обавезно уписати све податке, а у рубрици **Напомене** име предметног наставника.
- Шифра испита МЕХ 210 - 0799.

①



$$AD = \frac{R}{2}$$

$$l_0 = \frac{R}{2}$$

$$L_{0z} = \text{const} \rightarrow L_{0z_1} = L_{0z_0} = 0$$

$$-J_{0z} \omega_1 + m \frac{3R}{2} (V_{p1} + V_{r1}) = 0$$

$$J_{0z} = \frac{3}{2} m R^2$$

$$V_{p1} = \frac{3}{2} R \omega_1$$

$$V_{r1} = -\frac{1}{2} R \omega_1$$

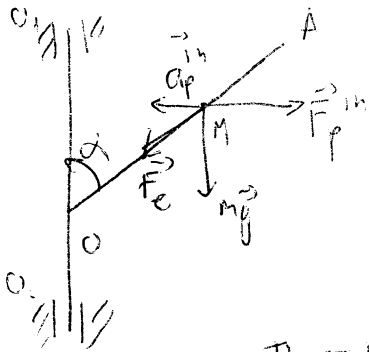
$$T_1 - T_0 = A_{0,1}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} m R^2 \right) \omega_1^2 + \frac{1}{2} m (V_{p1} + V_{r1})^2 = \frac{1}{2} \kappa \frac{R^2}{4} \rightarrow$$

$$\text{I} \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{\kappa}{10m}}$$

$$\text{II} \quad V_{r1} = -\frac{1}{2} R \sqrt{\frac{\kappa}{10m}}$$

②



$$\text{I) } \vec{a}_{\text{cm}}^{\text{in}}$$

$$\otimes \vec{F}_{\text{cor}}^{\text{in}}$$

$$\text{II) } \vec{a}_{\text{cm}}^{\text{in}}$$

$$\otimes \vec{F}_{\text{cor}}^{\text{in}}$$

$$a = \frac{1}{\omega^2}$$

$$\kappa = \frac{3}{2} m \omega^2 \quad \text{I)}$$

$$\kappa = 3m \omega^2 \quad \text{II)}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\text{I) } F_p^{\text{in}} = m \omega^2 \int \sin \alpha = m \omega^2 \int \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{II) } F_p^{\text{in}} = 2m \omega^2 \int \sin \alpha = m \omega^2 \int \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$F_c = \kappa (\xi - \xi_0) = \kappa \xi - \kappa a$$

I)

$$\xi: m \ddot{\xi} = -mg \cos 45 + F_p^{\text{in}} \cos 45 - F_c$$

II)

$$\xi: 2m \ddot{\xi} = -2mg \cos 45 + F_p^{\text{in}} \cos 45 - F_c$$

$$\text{I} \& \text{II} \rightarrow \left[\ddot{\xi} + \omega^2 \xi = -g \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{2} \right]$$

$$\xi = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t - \frac{(g\sqrt{2}-3)}{2\omega^2}$$

$$C_1 = 0 \quad \wedge \quad C_2 = \frac{g\sqrt{2}-1}{2\omega^2}$$

$$\xi = \frac{g\sqrt{2}-1}{2\omega^2} \cos \omega t - \frac{(g\sqrt{2}-3)}{2\omega^2}$$

3. I & II

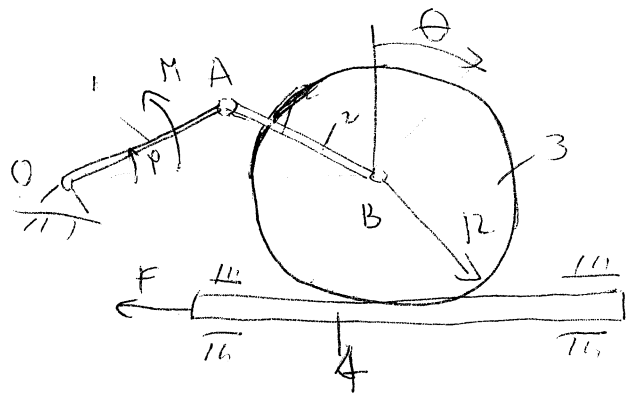
$$E_u = E_{u1} + E_{u3} + E_{u4}$$

$$E_{u1} = \frac{1}{2} J_{O2} \omega_1^2$$

$$E_{u3} = \frac{1}{2} J_{B2} \omega_3^2 + \frac{1}{2} m_3 v_B^2$$

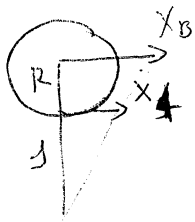
$$E_{u4} = \frac{1}{2} m_4 v_4^2$$

$$E_{u2} = 0$$



$$x_B = 2l \cos \psi \rightarrow \dot{x}_B = -2l \sin \psi \dot{\psi}$$

$$y_{T1} = \frac{l}{2} \sin \psi \rightarrow \dot{y}_{T1} = \frac{l}{2} \cos \psi \dot{\psi} \rightarrow \delta y_{T1} = \frac{l}{2} \cos \psi \delta \psi$$



$$\left. \begin{aligned} \frac{x_B}{R + \beta} &= \frac{x_4}{\beta} \\ \dot{x}_4 &= \beta \dot{\theta} \end{aligned} \right\} \rightarrow \beta = \frac{\dot{x}_B}{\dot{\theta}} - R \rightarrow \boxed{x_4 = \dot{x}_B - R \dot{\theta}}$$

$$E_u = \left(\frac{1}{6} m l^2 + 4 m l^2 \sin^2 \psi \right) \dot{\psi}^2 + \frac{3}{4} m R^2 \dot{\theta}^2 + 2 m l R \sin \psi \dot{\psi} \dot{\theta}$$

$$\delta A = -F \delta x_4 + M \delta \psi - m g \delta y_{T1} = (2l F \sin \psi - m g \frac{l}{2} \cos \psi + M) \delta \psi + F R \delta \theta$$

$$1) \left(\frac{1}{3} m + 8 m \sin^2 \psi \right) l^2 \ddot{\psi} + 4 m l^2 \sin 2\psi \dot{\psi}^2 + 2 l R m \sin \psi \ddot{\theta} = 2 l F \sin \psi - m g \frac{l}{2} \cos \psi + M$$

$$2) \frac{3}{2} m R^2 \ddot{\theta} + \frac{1}{2} m (4 R l \dot{\psi}^2 \cos \psi + 4 R l \sin \psi \ddot{\psi}) = F R$$

3a $t_0 = 0 \rightarrow \psi_0 = \theta_0 = 0$ u $\dot{\psi}_0 = \dot{\theta}_0 = 0$

$$\ddot{\psi}_0 = \frac{3M}{m l^2} - \frac{3g}{2l}$$

$$\ddot{\theta}_0 = \frac{2F}{3mR}$$