

# DINAMIKA AUTOMATSKOG ORUŽJA

Kretanje delova mehanizama automatskog oružja vrši se pod dejstvom

- Sile pritiska barutnih gasova
- Sila elastičnosti opruga
- Sila inercije
- Sila trenja
- Sila težine

**Sila pritiska barutnih gasova** pri opaljenju metka predstavlja osnovnu pokretačku silu, pod čijim dejstvom se ubrzava osnovni element automatike (zatvarač, cev ili klip povratnika) sve dok ne dostigne brzinu koja je neophodna za obavljanje jednog ciklusa rada automatike.

**Sile elastičnosti opruga** koriste se kao sile otpora (pri sabijanju opruga) i kao pokretačke sile (pri otpuštanju opruga).

**Sile inercije delova** zavise od kretanja, a njihov intenzitet je najveći pri udarima pojedinih elemenata mehanizama automatike.

**Sile trenja** u najvećoj meri zavise od karaktera veze elemenata mehanizama automatike i veoma su značajne pri određivanju kinematskih karakteristika oružja.

**Sile težine** pri radu mehanizama automatskog oružja su manje značajne i uzimaju se u obzir pri proverbi pouzdanosti rada automatike pri različitim uglovima elevacije, jer sile težine mogu da usporavaju ili da ubrzavaju kretanje delova automatskog oružja.

Budući da se energija osnovnog elementa automatike koristi za pokretanje svih ostalih mehanizama koji omogućavaju automatsku paljbu, osnovni zadatak je da se odredi kinematska zavisnost između kretanja osnovnog člana (zatvarač, cev ili klip povratnika) i ostalih članova mehanizma automatike.

Određivanje kretanja mehanizama automatskog oružja zasniva se na rešavanju diferencijalnih jednačina koje opisuju kretanje pojedinih članova mehanizma automatike. Rad mehanizama automatike karakteriše niz osobenosti među kojima su najvažnije

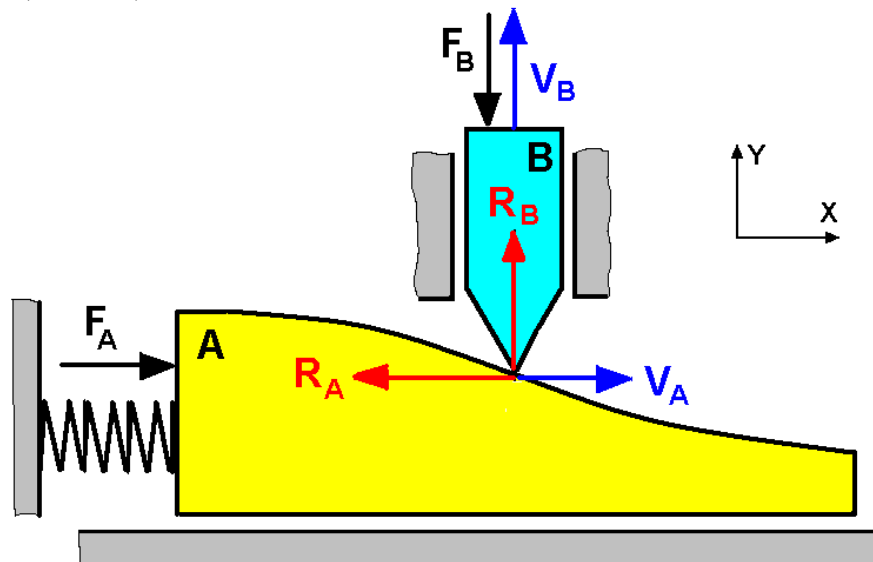
- Nestacionarni karakter rada sistema.
- Varijabilnost odnosa između parametara, određena vezama elemenata.
- Promena strukture mehanizma tokom radnog ciklusa (priključivanje jednih i odvajanje drugih elemenata mehanizma).
- Priključivanje elemenata mehanizma sa udarom

Budući da navedene osobenosti u značajnoj meri komplikuju rešavanje jednačina koje opisuju rad automatike, najčešće se rad mehanizma automatike razmatra parcijalno - po delovima. Obično se pri formiranju matematičkog modela izabere sistem nelinearnih diferencijalnih jednačina koje se dobijaju pri određenim uprošćenjima. Jedno od osnovnih uprošćenja je da se članovi mehanizma smatraju apsolutno krutim i da u kinematskim vezama članova mehanizma nema zazora. Ovakvo uprošćenje omogućuje da se u najvećem broju slučajeva dovoljno tačno opiše kretanje delova mehanizma.

## Određivanje karakteristika kretanja članova mehanizma automatskog oružja

### 1. Jednačine kretanja delova automatike pri nepokretnom oružju

Na slici 1 data je šema mehanizma koji se sastoji od osnovnog člana (A) i jednog radnog člana (B) međusobno povezanih kinematskom vezom. Članovi mehanizma kreću se pravolinijski u okviru nepokretnog tela (sanduka).



Sl. 1 Šema mehanizma sastavljenog od osnovnog člana i jednog radnog člana

Primenom metode redukovanih masa određivanje kretanja članova mehanizma svodi se na određivanje kretanja dve vezane materijalne tačke (A i B) u kojima su koncentrisane mase odgovarajućih članova.

Jednačine kretanja članova mehanizma određuju se korišćenjem D'alambert-ovog principa za vezani sistem, prema kome se pogonske sile uravnotežuju reakcijama veze, pa se problem svodi na rešavanje čisto statičkog zadatka ravnoteže razmatranog člana pod dejstvom reakcije veze i pogonskih sila.

Prema koordinatnom sistemu na slici 1 dobijaju se jednačine kretanja članova A i B:

$$m_A \cdot \frac{dV_A}{dt} = F_A - R_A \quad (1)$$

$$m_B \cdot \frac{dV_B}{dt} = R_B - F_B \quad (2)$$

$m_A, m_B$  - mase članova A i B  
 $V_A$  - brzina člana A  
 $V_B$  - brzina člana B  
 $F_A$  - pokretačka sila koja deluje na osnovni član A  
 $F_B$  - sila korisnog otpora koja deluje na radni član B  
 $R_A, R_B$  - reakcije veze članova A i B na pravcu kretanja članova mehanizma

Za **idealnu vezu** članova (slika 1) dobija se na osnovu **principa mogućih pomeranja**:

$$R_A dx = R_B dy$$

odnosno deljenjem prethodne jednačine sa dt dobija se:

$$R_A V_A = R_B V_B$$

Kod **realnih mahanizama** automatskog oružja u vezama elemenata javljaju se sile trenja, tako da se u prethodnu jednačinu uvodi koeficijent korisnog dejstva veze ( $\eta$ ) koji uzima u obzir gubitke usled trenja:

$$\eta R_A V_A = R_B V_B$$

Odnos između brzine radnog člana i brzine osnovnog člana naziva se **prenosni odnos** veze (prva prenosna funkcija mehanizma):

$$\varepsilon = \frac{V_B}{V_A}$$

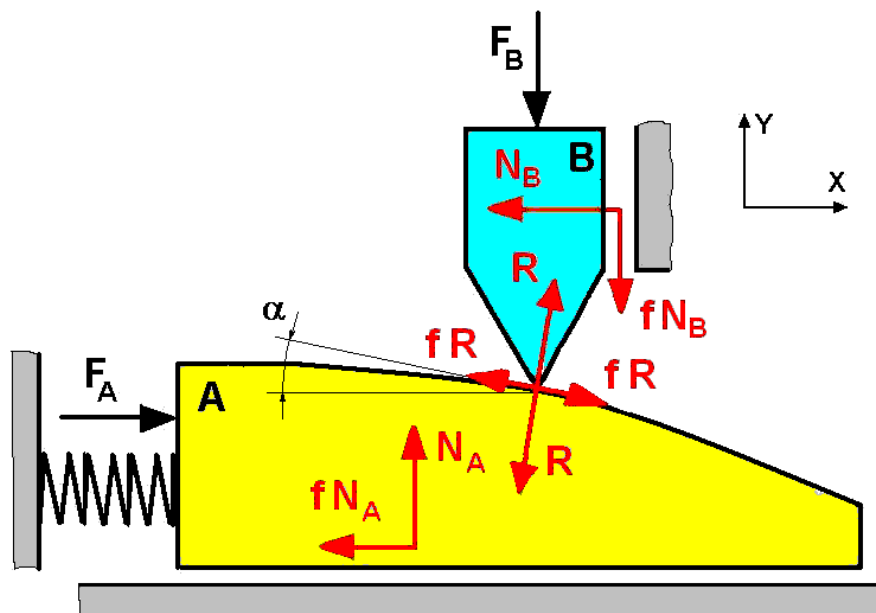
pa je

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\eta}{\varepsilon} \quad (3)$$

Koeficijent korisnog dejstva  $\eta$  predstavlja odnos između elementarnog rada sile korisnog otpora ( $F_B$ ) i pokretačke (pogonske) sile ( $F_A$ ):

$$\eta = \frac{F_B dy}{F_A dx} = \frac{F_B V_B}{F_A V_A}, \quad \text{odnosno} \quad \boxed{\eta = \varepsilon \frac{F_B}{F_A}} \quad (4)$$

Na slici 2 prikazana je šema realnog mehanizma koji se sastoji od osnovnog člana (A) i jednog radnog člana (B) međusobno povezanih kinematskom vezom. Ako se veza zameni reakcijama veze mogu se za članove A i B napisati sledeće jednačine:



Sl. 2 Šema realnog mehanizma sastavljenog od osnovnog člana i jednog radnog člana

Član A

$$\Sigma X=0 \quad -R(\sin \alpha + f \cos \alpha) - f N_A + F_A = 0$$

$$\Sigma Y=0 \quad -R(\cos \alpha - f \sin \alpha) + N_A = 0$$

Član B

$$\Sigma X=0 \quad R(\sin \alpha + f \cos \alpha) - N_B = 0$$

$$\Sigma Y=0 \quad R(\cos \alpha - f \sin \alpha) - f N_B - F_B = 0$$

Iz prethodnih jednačina, ako se zanemare članovi koji sadrže  $f^2$ , dobija se:

$$F_A = R(\sin \alpha + 2 f \cos \alpha)$$

$$F_B = R(\cos \alpha - 2 f \sin \alpha)$$

Prenosni odnos mehanizma sa slike 2 je  $\varepsilon = \frac{V_B}{V_A} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha$ , pa je koeficijent korisnog dejstva:

$$\eta = \varepsilon \frac{F_B}{F_A} = \varepsilon \frac{1 - 2 f \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + 2 f} = \varepsilon \frac{1 - 2 f \varepsilon}{\varepsilon + 2 f} \quad (5)$$

Ako se članovi mehanizma kreću ubrzano, mogu se na osnovu D'alambert-ovog principa napisati jednačine ravnoteže za članove A i B, čijim rešavanjem se dobija:

$$F_A = R(\sin \alpha + 2 f \cos \alpha) + m_A \frac{dV_A}{dt} = R_A + m_A \frac{dV_A}{dt} \quad (6)$$

$$F_B = R(\cos \alpha - 2f \sin \alpha) - m_B \frac{dV_B}{dt} = R_B - m_B \frac{dV_B}{dt} \quad (7)$$

Iz jednačina (6), (7) i (3) dobija se:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{F_B + m_B \frac{dV_B}{dt}}{F_A - m_A \frac{dV_A}{dt}} = \frac{\eta}{\varepsilon}, \quad \text{odnosno}$$

$$m_A \frac{dV_A}{dt} + m_B \frac{dV_B}{dt} \cdot \frac{\varepsilon}{\eta} = F_A - F_B \cdot \frac{\varepsilon}{\eta} \quad (8)$$

$$(V_B = \varepsilon V_A, \quad dV_B = d\varepsilon V_A + \varepsilon dV_A) \Rightarrow$$

$$\left( m_A + m_B \frac{\varepsilon^2}{\eta} \right) \frac{dV_A}{dt} + m_B V_A \frac{d\varepsilon}{dt} \cdot \frac{\varepsilon}{\eta} = F_A - F_B \cdot \frac{\varepsilon}{\eta}$$

$$\text{Pošto je } V_A dt = dx \Rightarrow$$

$$\left( m_A + m_B \frac{\varepsilon^2}{\eta} \right) \frac{dV_A}{dt} + m_B V_A^2 \frac{d\varepsilon}{dx} \cdot \frac{\varepsilon}{\eta} = F_A - F_B \frac{\varepsilon}{\eta} \quad (9)$$

Nazvaćemo  $m_{A,\text{red}}$  - redukovana masa osnovnog člana mehanizma  
 $F_{A,\text{red}}$  - redukovana aktivna sila koja deluje na osnovni član mehanizma

$$m_{A,\text{red}} = m_A + m_B \frac{\varepsilon^2}{\eta}$$

$$F_{A,\text{red}} = F_A - F_B \frac{\varepsilon}{\eta}$$

$$\boxed{m_{A,\text{red}} \frac{dV_A}{dt} + m_B V_A^2 \frac{d\varepsilon}{dx} \cdot \frac{\varepsilon}{\eta} = F_{A,\text{red}}} \quad (10)$$

Jednačina (10) predstavlja jednačinu kretanja osnovnog člana mehanizma automatike.

$$(1^\circ) \quad \eta = \eta_{\text{sr}} = \text{const}$$

$$m_{A,\text{red}} = m_A + m_B \frac{\varepsilon^2}{\eta} \Rightarrow \frac{dm_{A,\text{red}}}{dx} = m_B \frac{2\varepsilon}{\eta} \cdot \frac{d\varepsilon}{dx}$$

Jednačina (10) postaje:

$$m_{A,\text{red}} \frac{dV_A}{dt} + \frac{1}{2} V_A^2 \frac{dm_{A,\text{red}}}{dx} = F_{A,\text{red}}$$

odnosno nakon množenja sa dx i zamenom  $V_A = dx/dt$ :

$$m_{A,\text{red}} V_A dV_A + \frac{1}{2} V_A^2 dm_{A,\text{red}} = F_{A,\text{red}} dx$$

Leva strana prethodne jednačine je totalni diferencijal:

$$d\left(\frac{1}{2} m_{A,\text{red}} V_A^2\right) = F_{A,\text{red}} dx$$

pa se integraljenjem dobija jednačina priraštaja kinetičke energije:

$$\frac{1}{2} (m_{A,\text{red}} V_A^2 - m_{A,\text{red},0} V_{A,0}^2) = \int_0^x F_{A,\text{red}} dx \quad (11)$$

koja u slučaju  $\varepsilon = \text{const}$  ima oblik:

$$\frac{1}{2} m_{A,\text{red}} (V_A^2 - V_{A,0}^2) = \int_0^x F_{A,\text{red}} dx \quad (11-a)$$

**(2°)  $\eta \neq \text{const}$**

$$m_{A,\text{red}} \frac{dV_A}{dt} + m_B V_A^2 \frac{d\varepsilon}{dx} \cdot \frac{\varepsilon}{\eta} = F_{A,\text{red}}$$

ili

$$V_A \frac{dV_A}{dx} + \frac{m_B}{m_{A,\text{red}}} \cdot \frac{\varepsilon d\varepsilon}{\eta dx} V_A^2 = \frac{F_{A,\text{red}}}{m_{A,\text{red}}}$$

Uvodi se smena  $Z = V_A^2$

$$\frac{dZ}{dx} + \frac{2m_B}{m_{A,\text{red}}} \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dx} Z = \frac{2F_{\text{red}}}{m_{A,\text{red}}}$$

Ako sile  $F_A$  i  $F_B$  zavise samo od koordinate osnovnog člana (x) onda je:

$$p(x) = \frac{2m_B}{m_{A,\text{red}}} \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dx} \quad : \quad q(x) = \frac{2F_{A,\text{red}}}{m_{A,\text{red}}}$$

$$\frac{dZ}{dx} + p(x)Z - q(x) = 0$$

Integraljenjem se dobija:

$$Z = V_A^2 = \frac{C + \int q(x) e^{\int p(x) dx} dx}{e^{\int p(x) dx}}$$

Konstanta C određuje se iz početnih uslova.

Prikazane jednačine mogu da se koriste pri analizi pojedinih mehanizama automatskog oružja (naprimera mehanizma za pokretanje redenika ili mehanizma za ubrzavanje trzanja zatvarača).

Međutim, pri radu više mehanizama kod kojih sistem članova mehanizma ima jedan stepen slobode kretanja, jednačina kretanja osnovnog člana (10) dobija sledeći oblik:

$$m_{A,red} \frac{dV_A}{dt} + m_{\Sigma} V_A^2 = F_{A,red} \quad (12)$$

<b><u>Paralelna veza</u></b> osnovnog člana sa više radnih članova	<b><u>Redna veza</u></b> osnovnog člana sa više radnih članova
$m_{A,red} = m_A + \sum_{i=1}^n \frac{\epsilon_i^2}{\eta_i} m_i$	$m_{A,red} = m_A + \sum_{i=1}^n \frac{\prod_{k=1}^i \epsilon_k^2}{\prod_{k=1}^i \eta_k} m_i$
$m_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{\epsilon_i}{\eta_i} m_i \frac{d\epsilon_i}{dx}$	$m_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{\prod_{k=1}^i \epsilon_k}{\prod_{k=1}^i \eta_k} m_i \left( \prod_{k=1}^i \frac{d\epsilon_k}{dx} \right)$
$F_{A,red} = F_A - \sum_{i=1}^n \frac{\epsilon_i}{\eta_i} F_i$	$F_{A,red} = F_A - \sum_{i=1}^n \frac{\prod_{k=1}^i \epsilon_k}{\prod_{k=1}^i \eta_k} F_i$

Pravolinijsko kretanje pojedinih članova mehanizma opisuje se opštom jednačinom:

$$m_i \cdot \frac{dV_i}{dt} = P_i + R_i' \quad (13)$$

- $m_i$  - masa i-tog člana mehanizma
- $V_i$  - brzina i-tog člana
- $P_i$  - aktivna sila koja deluje na i-ti član

$R_i'$  - projekcija rezultujuće reakcije veza susednih članova na pravac kretanja i-tog člana (sile trenja su uzete u obzir)

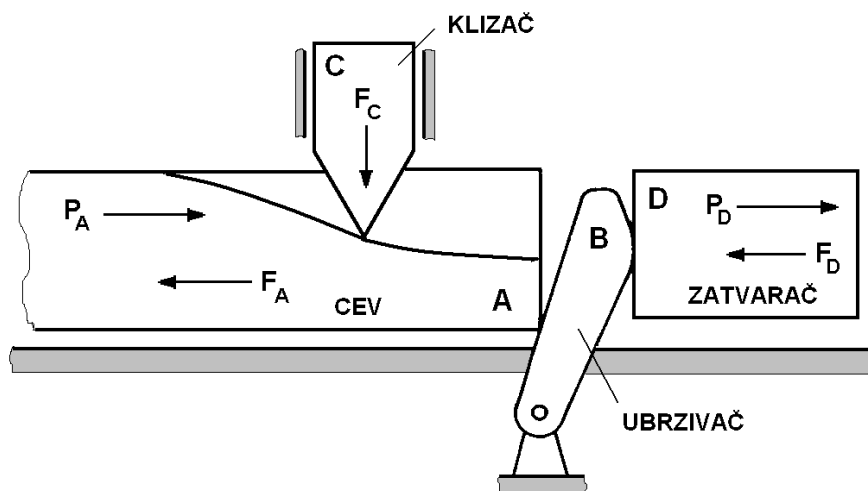
Opšta jednačina obrtnog kretanja pojedinih članova mehanizma ima oblik:

$$I_j \cdot \frac{d\omega_j}{dt} = L_j + \mu_j \quad (14)$$

- $I_j$  - moment inercije j-tog člana mehanizma
- $\omega_j$  - ugon brzina j-tog člana
- $L_j$  - moment aktivne sile koji deluje na j-ti član
- $\mu_j$  - rezultujući moment reakcija veze susednih članova

Lako je zapaziti da su jednačine (13) i (14) analogne.

Na slici 3 prikazana je šema mehanizma koji se sastoji od jednog osnovnog člana sa pravolinijskim kretanjem (cev) i tri radna člana (klizač, ubrzivač i zatvarač). Klizač mehanizma za pokretanje redenika (C) i ubrzivač trzanja zatvarača (B) su u paralelnoj vezi sa cevi, pri čemu klizač vrši pravolinijsko kretanje, a ubrzivač vrši obrtno kretanje. Zatvarač, koji vrši pravolinijsko kretanje, je u rednoj vezi sa ubrzivačem u odnosu na osnovni član (cev).



- $P_A, P_D$  - pogonske sile koje deluju na cev i zatvarač
- $F_A, F_C, F_D$  - sile korisnog otpora koje deluju na cev, klizač i zatvarač

Sl. 3 Šema realnog mehanizma sastavljenog od osnovnog člana i tri radna člana

## 2. Jednačine kretanja delova automatike pri pokretnom oružju

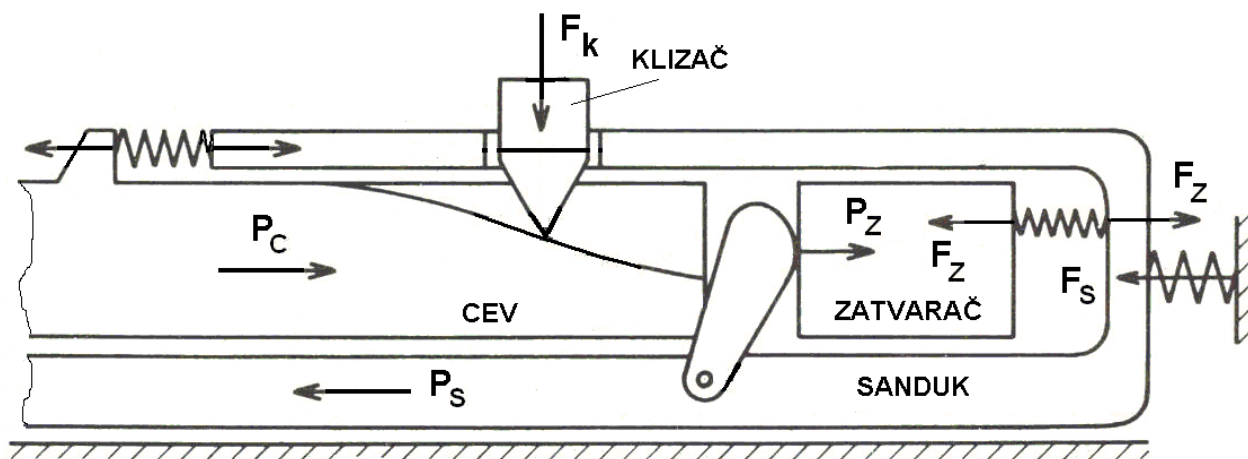
Kada sanduk oružja može da se pomera duž vođice (pokretno oružje), pri određivanju kretanja delova mehanizma automatike treba da se odredi kretanje **osnovnog člana** (najčešće cev ili zatvarač), **radnih članova** i **vodećeg člana**, odnosno člana koji objedinjuje sve članove (sanduk).



Kod najvećeg broja automatskih oružja osnovni član (cev, zatvarač ili klip povratnika) i vodeći član (sanduk u vođicama) se obično kreću pravolinijski.

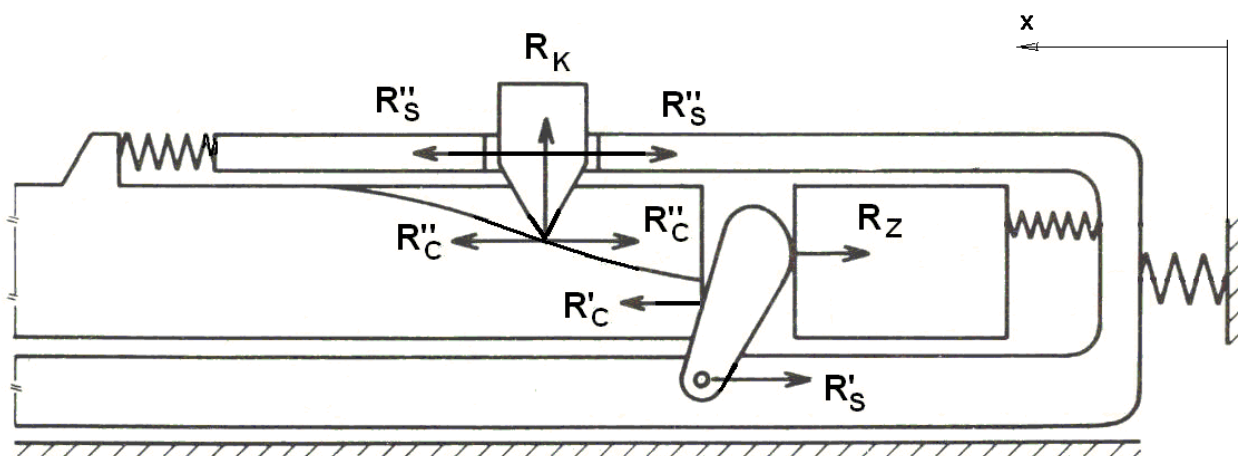
Radni članovi mogu da se kreću u različitim pravcima, a najčešće se kreću upravno (mehanizam za pokretanje redenika) ili paralelno (ubrzivač).

Na slici 4 prikazan je mehanizam automatike koji vrši pokretanje redenika i ubrzavanje zatvarača. U šemi ovog mehanizma cev je osnovni član, a zatvarač i mehanizam za pokretanje redenika radni članovi, a sanduk vodeći član mehanizma.



Sl. 4

Zamenom članova mehanizma redukovanim masama određuje se kretanje 4 materijalne tačke sa odgovarajućim reakcijama veze (slika 5).



Sl. 5

Za svaki član mehanizma mogu se napisati jednačine kretanja (pri zanemarivanju mase ubrzivača).

## Jednačine kretanja

Sanduk: 
$$m_s \ddot{x} = R'_s + R''_s + F_C - F_s + F_Z \quad (15)$$

Cev: 
$$m_c (\ddot{\xi} + \ddot{x}) = P_c - R'_c - R''_c - F_c \quad (16)$$

Zatvarač: 
$$m_z (\ddot{\gamma} + \ddot{x}) = P_z + R_z - F_z \quad (17)$$

Klizač mehanizma za pokretanje redenika:

$$m_k \ddot{\sigma} = R_k - F_k \quad (18)$$

$$m_k \ddot{x} = R''_c - R''_s \quad (19)$$

$x$	- koordinata sanduka
$\xi$	- koordinata cevi u odnosu na sanduk
$\gamma$	- koordinata zatvarača u odnosu na sanduk
$\sigma$	- koordinata klizača u odnosu na sanduk
$m_s, m_c, m_z, m_k$	- mase sanduka, cevi, zatvarača i klizača
$R'_s, R'_c, R_z$	- projekcije reakcije veze u pravcu brzine sanduka, cevi i zatvarača uslovljene vezom mehanizma za ubrzavanje zatvarača
$R''_s, R''_c, R_k$	- projekcije reakcije veze u pravcu brzine sanduka, cevi i klizača uslovljene vezom mehanizma za pokretanje redenika

Pri idealnoj vezi (bez trenja) važe jednačine:

$$R'_c = R_z + R'_s \quad (20)$$

$$R'_c (\ddot{\xi} + \ddot{x}) = R_z (\ddot{\gamma} + \ddot{x}) + R'_s \ddot{x} \quad (21)$$

$$R''_c (\ddot{\xi} + \ddot{x}) = R_k \ddot{\sigma} + R''_s \ddot{x} \quad (22)$$

Iz jednačina (20) i (21), odnosno (20) i (22) dobija se:

$$R'_c = \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\xi}} R_z \quad ; \quad R''_c = \frac{\dot{\sigma}}{\dot{\xi}} R_k$$

Pošto je prenosni odnos veze cev - zatvarač  $\epsilon_z = \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\xi}}$ ,

a prenosni odnos veze cev - klizač  $\epsilon_k = \frac{\dot{\sigma}}{\dot{\xi}}$

onda je

$$R'_C = \varepsilon_Z R_Z$$

$$R''_C = \varepsilon_K R_K$$

Pri realnoj vezi (trenje nije zanemarljivo) u prethodnim relacijama figurira mehanički koeficijent korisnog dejstva, pa se dobija:

$$R'_C = \frac{\varepsilon_Z}{\eta_Z} R_Z \quad (23)$$

$$R''_C = \frac{\varepsilon_K}{\eta_K} R_K \quad (24)$$

$\eta_Z$  - mehanički koeficijent korisnog dejstva ubrzača

$\eta_K$  - mehanički koeficijent korisnog dejstva mehanizma za pokretanje redenika kada je cev osnovni član

Eliminacijom reakcija veze iz jednačina (15) ÷ (22) dobijaju se dve diferencijalne jednačine:

$$(m_C + m_Z + m_K + m_S) \ddot{x} + m_C \ddot{\xi} + m_Z \ddot{\gamma} = P_C - P_Z - P_S - F_S \quad (25)$$

$$\left( m_C + m_Z \frac{\varepsilon_Z}{\eta_Z} \right) \ddot{x} + m_C \ddot{\xi} + m_Z \frac{\varepsilon_Z}{\eta_Z} \ddot{\gamma} + m_K \frac{\varepsilon_K}{\eta_K} \ddot{\sigma} = P_C - F_C + (P_Z - F_Z) \frac{\varepsilon_Z}{\eta_Z} - F_K \frac{\varepsilon_K}{\eta_K} \quad (26)$$

Ako označimo:

$$m_O = m_C + m_Z + m_K + m_S$$

$$Q_X = P_C - P_Z - P_S - F_S$$

$$Q_\xi = P_C - F_C + (P_Z - F_Z) \frac{\varepsilon_Z}{\eta_Z} - F_K \frac{\varepsilon_K}{\eta_K}$$

dobija se:

$$m_O \ddot{x} + m_C \ddot{\xi} + m_Z \ddot{\gamma} = Q_X \quad (25-a)$$

$$\left( m_C + m_Z \frac{\varepsilon_Z}{\eta_Z} \right) \ddot{x} + m_C \ddot{\xi} + m_Z \frac{\varepsilon_Z}{\eta_Z} \ddot{\gamma} + m_K \frac{\varepsilon_K}{\eta_K} \ddot{\sigma} = Q_\xi \quad (26-a)$$

Iz izraza za prenosni odnos dobijaju se sledeće relacije:

$$\dot{\gamma} = \varepsilon_Z \dot{\xi} \quad \Rightarrow \quad \ddot{\gamma} = \varepsilon_Z \ddot{\xi} + \dot{\varepsilon}_Z \dot{\xi}$$

$$\dot{\sigma} = \epsilon_K \dot{\xi} \quad \Rightarrow \quad \ddot{\sigma} = \epsilon_K \ddot{\xi} + \dot{\epsilon}_K \dot{\xi}$$

Uvođenjem navedenih izraza za  $\ddot{\gamma}$  i  $\ddot{\sigma}$  u jednačine (25a) i (26a) dobija se:

$$m_O \ddot{x} + m_C \ddot{\xi} + m_Z (\epsilon_Z \ddot{\xi} + \dot{\epsilon}_Z \dot{\xi}) = Q_x$$

$$\left( m_C + m_Z \frac{\epsilon_Z}{\eta_Z} \right) \ddot{x} + m_C \ddot{\xi} + m_Z \frac{\epsilon_Z}{\eta_Z} (\epsilon_Z \ddot{\xi} + \dot{\epsilon}_Z \dot{\xi}) + m_K \frac{\epsilon_K}{\eta_K} (\epsilon_K \ddot{\xi} + \dot{\epsilon}_K \dot{\xi}) = Q_\xi$$

odnosno

$$m_O \ddot{x} + (m_C + m_Z \epsilon_Z) \ddot{\xi} + m_Z \dot{\epsilon}_Z \dot{\xi} = Q_x$$

$$\left( m_C + m_Z \frac{\epsilon_Z}{\eta_Z} \right) \ddot{x} + \left( m_C + m_Z \frac{\epsilon_Z^2}{\eta_Z} + m_K \frac{\epsilon_K^2}{\eta_K} \right) \ddot{\xi} + \left( m_Z \frac{\epsilon_Z}{\eta_Z} \dot{\epsilon}_Z + m_K \frac{\epsilon_K}{\eta_K} \dot{\epsilon}_K \right) \dot{\xi} = Q_\xi$$

Ako označimo:

$$M = m_C + m_Z \epsilon_Z$$

$$m_\eta = m_C + m_Z \frac{\epsilon_Z}{\eta_Z}$$

$$m_C^* = m_C + m_Z \frac{\epsilon_Z^2}{\eta_Z} + m_K \frac{\epsilon_K^2}{\eta_K}$$

$\Rightarrow$

$$\dot{M} = m_Z \dot{\epsilon}_Z$$

$$\dot{m}_C^* = 2 m_Z \frac{\epsilon_Z}{\eta_Z} \dot{\epsilon}_Z + 2 m_K \frac{\epsilon_K}{\eta_K} \dot{\epsilon}_K$$

dobija se

$$\boxed{m_O \ddot{x} + M \ddot{\xi} + \dot{M} \dot{\xi} = Q_x} \quad (27)$$

$$\boxed{m_\eta \ddot{x} + m_C^* \ddot{\xi} + \frac{\dot{m}_C^*}{2} \dot{\xi} = Q_\xi} \quad (28)$$

Eliminacijom  $\ddot{x}$  iz jednačina (27) i (28) dobija se

$$m_\eta \frac{Q_x - M \ddot{\xi} - \dot{M} \dot{\xi}}{m_O} \ddot{x} + m_C^* \ddot{\xi} + \frac{\dot{m}_C^*}{2} \dot{\xi} = Q_\xi$$

odnosno

$$\left( m_c^* - \frac{M m_\eta}{m_o} \right) \ddot{\xi} + \left( \frac{\dot{m}_c^*}{2} - \frac{\dot{M} m_\eta}{m_o} \right) \dot{\xi} = Q_\xi - Q_x \frac{m_\eta}{m_o} \quad (29)$$

ili u drugom obliku

$$\left( m_c^* - \frac{M m_\eta}{m_o} \right) \ddot{\xi} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left( m_c^* - \frac{M m_\eta}{m_o} \right) \dot{\xi} + \frac{M^2}{2 m_o} \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{m_\eta}{M} \right) \dot{\xi} = Q_\xi - Q_x \frac{m_\eta}{m_o} \quad (29-a)$$

*Dokaz:*

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left( m_c^* - \frac{M m_\eta}{m_o} \right) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left( m_c^* - \frac{M^2}{m_o} \cdot \frac{m_\eta}{M} \right) = \frac{1}{2} \dot{m}_c^* - \frac{1}{2 m_o} \left[ \frac{d(M^2)}{dt} \cdot \left( \frac{m_\eta}{M} \right) + M^2 \frac{d}{dt} \left( \frac{m_\eta}{M} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \dot{m}_c^* - \frac{1}{2 m_o} \left[ 2 M \dot{M} \frac{m_\eta}{M} + M^2 \frac{d}{dt} \left( \frac{m_\eta}{M} \right) \right] = \frac{1}{2} \dot{m}_c^* - \frac{\dot{M} m_\eta}{m_o} - \frac{M^2}{2 m_o} \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{m_\eta}{M} \right) \Rightarrow \\ \frac{1}{2} \dot{m}_c^* - \frac{\dot{M} m_\eta}{m_o} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left( m_c^* - \frac{M m_\eta}{m_o} \right) + \frac{M^2}{2 m_o} \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{m_\eta}{M} \right) \end{aligned}$$

Pri  $\frac{m_\eta}{M} = \text{const}$  jednačina (29-a) dobija oblik:

$$m_r \ddot{\xi} + \frac{1}{2} \cdot \frac{dm_r}{dt} \dot{\xi} = Q_\xi - Q_x \frac{m_\eta}{m_o} \quad (30)$$

gde je označeno  $m_r = m_c^* - \frac{M m_\eta}{m_o}$

Pošto je  $\frac{dm_r}{dt} = \frac{dm_r}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dt} = \frac{dm_r}{d\xi} \dot{\xi}$  jednačina (30) postaje:

$$m_r \ddot{\xi} + \frac{1}{2} \cdot \frac{dm_r}{d\xi} \dot{\xi}^2 = Q_\xi - Q_x \frac{m_\eta}{m_o} \quad (31)$$

Leva strana jednačine (31) je totalni diferencijal, pa je

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{d\xi} (m_r \dot{\xi}^2) = Q_\xi - Q_x \frac{m_\eta}{m_o} \quad (32)$$

*Dokaz:*

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{d\xi} (m_r \dot{\xi}^2) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{dm_r}{d\xi} \dot{\xi}^2 + \frac{1}{2} m_r \frac{d}{d\xi} (\dot{\xi}^2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{dm_r}{d\xi} \dot{\xi}^2 + m_r \dot{\xi} \frac{d\dot{\xi}}{d\xi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dm_r}{d\xi} \dot{\xi}^2 + m_r \dot{\xi} \frac{d\dot{\xi}}{dt} \cdot \frac{dt}{d\xi} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{dm_r}{d\xi} \dot{\xi}^2 + m_r \dot{\xi} \xi \frac{1}{\xi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dm_r}{d\xi} \dot{\xi}^2 + m_r \dot{\xi} \end{aligned}$$

Rešenje diferencijalne jednačine (32) dobija se u obliku

$$\boxed{\frac{1}{2} (m_r \dot{\xi}^2 - m_{r0} \dot{\xi}_0^2) = \int_{\xi_0}^{\xi} \left( Q_{\xi} - Q_x \frac{m_n}{m_o} \right) d\xi} \quad (33)$$

Na sličan način mogu da se izvedu jednačine za slučaj kada je mehanizam za pokretanje redenika vezan za zatvarač.

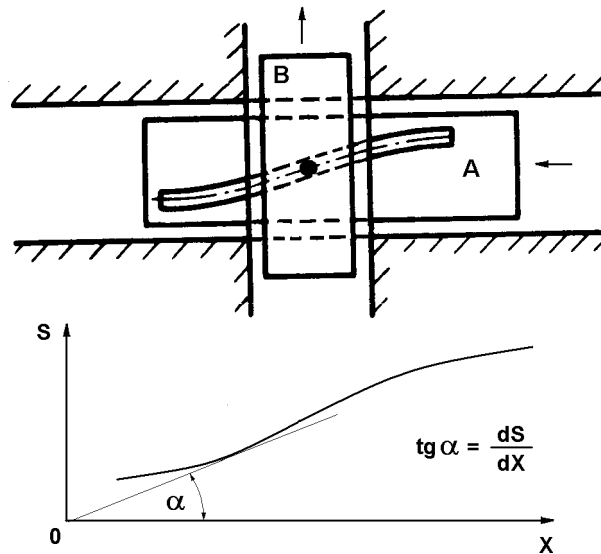
### Prenosni odnos

Prenosni odnos veze članova mehanizma predstavlja odnos između brzine radnog člana i brzine osnovnog člana:

$$\varepsilon = \frac{V_B}{V_A}$$

#### a) Mehanizam sa žljebom

Na slici 6 prikazana je šema mehanizma sa žljebom (mehanizam za pokretanje redenika), kao i teorijska kriva žljeba preko koga se kretanje prenosi sa zatvarača (A) na klizač mehanizma (B).



**Sl. 6 Šema mehanizma sa žljebom**

Kriva žljeba može se predstaviti kao funkcija  $S = f(X)$ , gde je  $S$  - koordinata klizača mehanizma (tačka B) a  $X$  – koordinata zatvarača (tačka A).

Kod ovakvog tipa mehanizma prenosni odnos je

$$\varepsilon = \frac{V_B}{V_A} = \frac{dS}{dX} = \operatorname{tg} \alpha \quad (34)$$

Prenosni odnos tokom kretanja osnovnog člana mehanizma određen je izvodom funkcije  $S(X)$  po argumentu  $X$ .

Kada je žljeb pravolinijski ( $S = a \cdot X$ ) prenosni odnos je:

$$\varepsilon = \frac{dS}{dX} = a = \operatorname{const}$$

Ako je žljeb deo kruga, jednačina žljeba može se izraziti parametarskim jednačinama:

$$S = S_0 + r \sin t$$

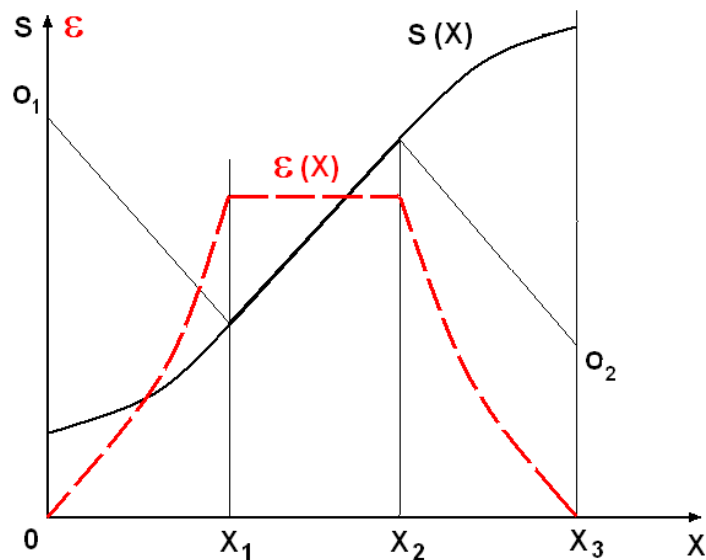
$$X = X_0 + r \cos t$$

gde su

$X_0, S_0$  - koordinate centra kruga

$t$  - parametar koji se menja od 0 do  $2\pi$

Obično se žljeb sastoji od kružnog i pravolinijskog dela. Na slici 7 je dat primer ovakvog profila žljeba.



Sl. 7 Profil žljeba i prenosni odnos tipa mehanizma sa slike 6

U ovom slučaju prenosni odnos je:

$$\varepsilon = -\operatorname{ctg} t \quad , \quad 0 \leq X \leq X_1$$

$$X = 0 \quad , \quad t = \frac{3\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = -\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{2} = 0$$

$$X = X_1 \quad , \quad t = \frac{5\pi}{3} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = -\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\varepsilon = a \quad , \quad X_1 \leq X \leq X_2$$

$$\varepsilon = a = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

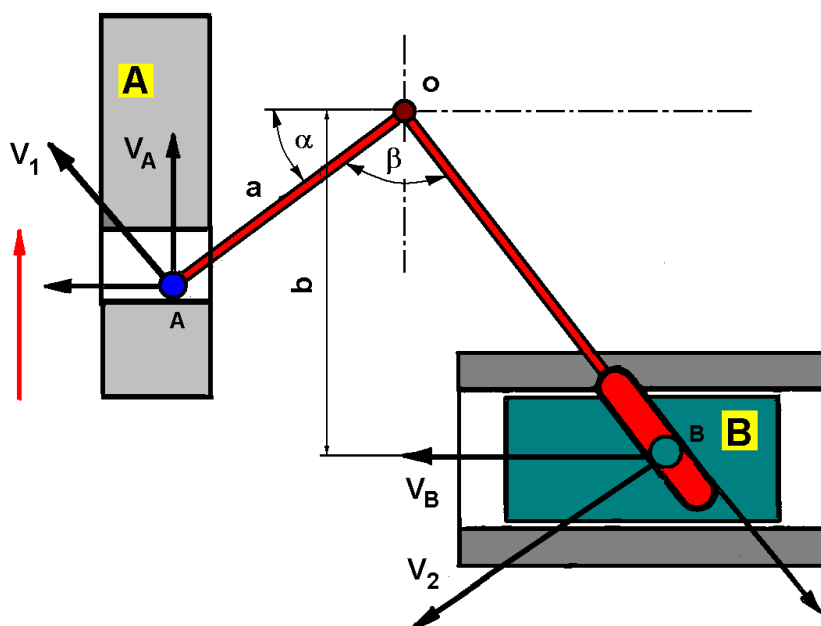
$$\varepsilon = -\operatorname{ctg} t \quad , \quad X_2 \leq X \leq X_3$$

$$X = X_2 \quad , \quad t = \frac{2\pi}{3} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = -\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$X = X_3 \quad , \quad t = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} = 0$$

#### b) Mehanizam sa dvokrakom polugom

Za mehanizam sa dvokrakom polugom (slika 9), kada je A osnovni član a B radni član (naprimer klizač mehanizma za pokretanje redenika), prenosni odnos se određuje na sledeći način:



Sl. 8 Šema mehanizma sa dvokrakom polugom



Pri kretanju člana A vertikalno naviše, kretanje se preko dvokrake poluge koja se okreće oko tačke O prenosi na klizač B (ispust klizača B nalazi se u prerezu dvokrake poluge).

Ako se označi:

- a - dužina kraka OA dvokrake poluge
- $\alpha$  - ugao između horizontale i kraka OA dvokrake poluge
- $\beta$  - ugao između krakova dvokrake poluge ( $\beta = \text{const}$ )
- $V_A$  - brzina člana A
- $V_B$  - brzina člana B

brzina kraka OA poluge (tačka A) je određena izrazom:

$$V_1 = \frac{V_A}{\cos \alpha}$$

Ugaona brzina dvokrake poluge je:

$$\omega = \frac{V_1}{a} = \frac{V_A}{a \cos \alpha}$$

Brzina kraka OB dvokrake poluge (tačka B) je

$$V_2 = \overline{OB} \omega$$

pri čemu je

$$\overline{OB} = \frac{b}{\cos(\alpha + \beta - 90^\circ)} = \frac{b}{\sin(\alpha + \beta)}$$

pa je

$$V_2 = \frac{V_A}{a \cos \alpha} \cdot \frac{b}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Brzina klizača B je

$$V_B = \frac{V_2}{\cos(\alpha + \beta - 90^\circ)}$$

Prenosni odnos mehanizma je:

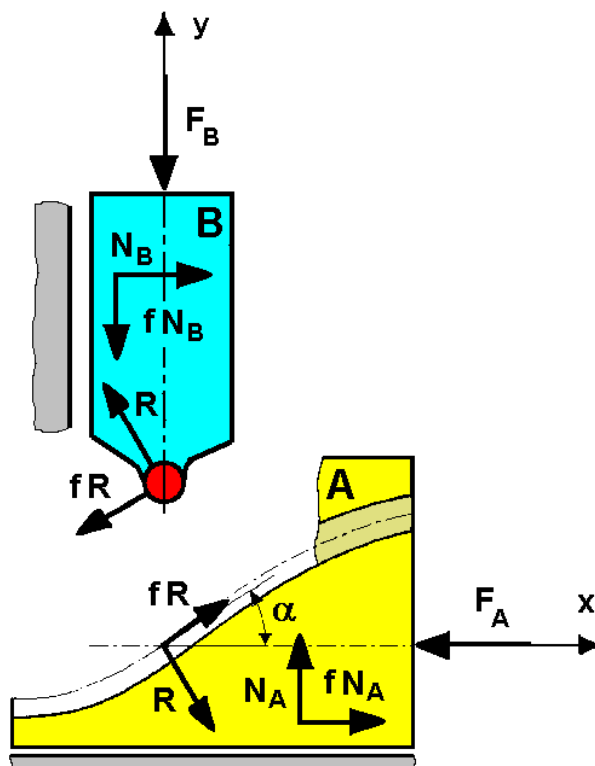
$$\boxed{\epsilon = \frac{V_B}{V_A} = \frac{b}{a} \cdot \frac{1}{\cos \alpha \sin^2(\alpha + \beta)}} \quad (35)$$

## Određivanje koeficijenta korisnog dejstva

Pri određivanju koeficijenta korisnog dejstva primenjuje se D'alamber-ov princip.

### a) Mehanizam sa žljebom

Na slici 9 prikazan je mehanizam kod koga je veza između dva člana zamenjena reakcijama veze, pri čemu je pretpostavljeno da pogonske sile deluju na mestu dodira dva člana.



Sl. 9 Šema mehanizma sa žljebom (član A je vodeći član)

Uslovi ravnoteže za član A

$$\Sigma X=0 \quad R \sin \alpha + f R \cos \alpha + f N_A - F_A = 0$$

$$\Sigma Y=0 \quad N_A - R \cos \alpha + f R \sin \alpha = 0$$

Uslovi ravnoteže za član B

$$\Sigma X=0 \quad N_B - R \sin \alpha - f R \cos \alpha = 0$$

$$\Sigma Y=0 \quad R \cos \alpha - f R \sin \alpha - N_B - F_B = 0$$

Eliminacijom reakcija veze  $N_A$ ,  $N_B$  i  $R$  iz prethodnih jednačina i zanemarivanjem članovi koji sadrže  $f^2$ , dobija se izraz za odnos sila  $F_A/F_B$ :

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{1 - 2f \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + 2f} \quad (36)$$

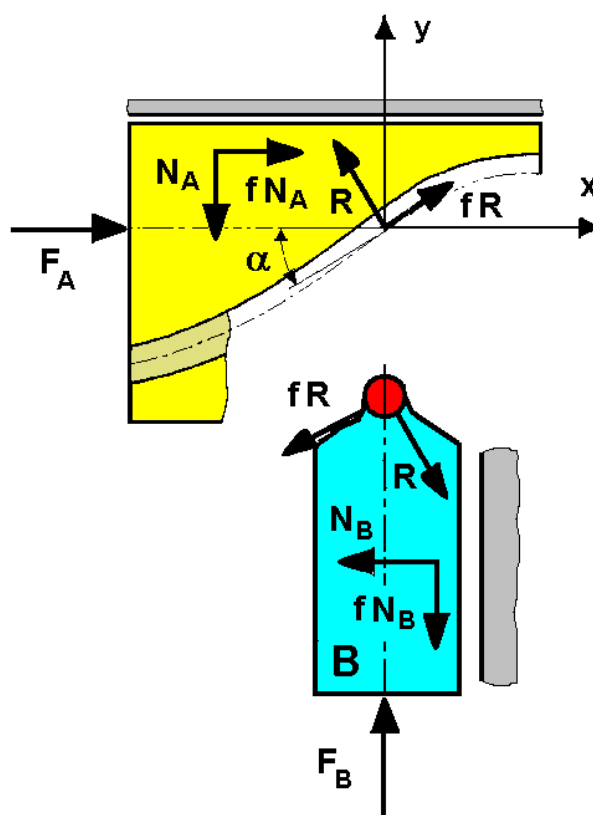
Koeficijent korisnog dejstva mehanizma kada je član A vodeći član je:

$$\eta_A = \frac{F_B}{F_A} \epsilon_A = \frac{1 - 2f \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + 2f} \epsilon_A \quad (37)$$

gde je  $\epsilon_A$  prenosni odnos od člana A ka članu B. Pošto je  $\operatorname{tg} \alpha = \epsilon_A$  onda je:

$$\eta_A = \frac{1 - 2f \epsilon_A}{\epsilon_A + 2f} \epsilon_A \quad (38)$$

Pri radu automatike članovi mehanizma često menjaju uloge, tako da vođeni član postaje vodeći i obrnuto. Posle izmene uloga članova mehanizma menja se i šema dejstva sila (slika 10).



**Sl. 10** Šema mehanizma sa žljebom (član B je vodeći član)

Iz jednačina ravnoteže za član A i B dobija se:

$$\eta_B = \frac{F_A}{F_B} \epsilon_B = \frac{1 - 2f \epsilon_B}{\epsilon_B + 2f} \epsilon_B \quad (39)$$

Pošto je  $\epsilon_A = \frac{V_B}{V_A}$  i  $\epsilon_B = \frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{\epsilon_A}$ , gde je  $\epsilon_B$  – prenosni odnos od člana B ka članu A, jednačina (39) postaje:

$$\eta_B = \frac{1}{\epsilon_A} \cdot \frac{\epsilon_A - 2f}{1 + 2f \epsilon_A} \quad (39-a)$$

Izrazi za koeficijent korisnog dejstva (38) i (39) su identični po obliku. Za proračun koeficijenta korisnog dejstva pomoću izraza (39) mora da se uvede novi prenosni odnos ( $\epsilon_B$ ), što nije podesno. Da bi se to izbeglo može se predstaviti

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{\epsilon_B}{\eta_B} = \frac{1}{\eta_B \epsilon_A}, \quad \frac{F_A}{F_B} = \frac{\epsilon_A}{\eta_A}$$

Može se dokazati da jednačine dinamike mehanizma ostaju nepromenjene ako se uvede recipročna vrednost koeficijenta korisnog dejstva

$$\eta_B^* = \frac{1}{\eta_B}$$

odnosno

$$\eta_B^* = \frac{1 + 2f \epsilon_A}{\epsilon_A - 2f} \epsilon_A \quad (40)$$

Izraz za  $\eta_B^*$  (jedn. (40)) može se dobiti kada se u izraz za  $\eta_A$  (jedn. (38)) uvede koeficijent trenja sa izmenjenim znakom (-f).

### **b) Mehanizam sa dvokrakom polugom**

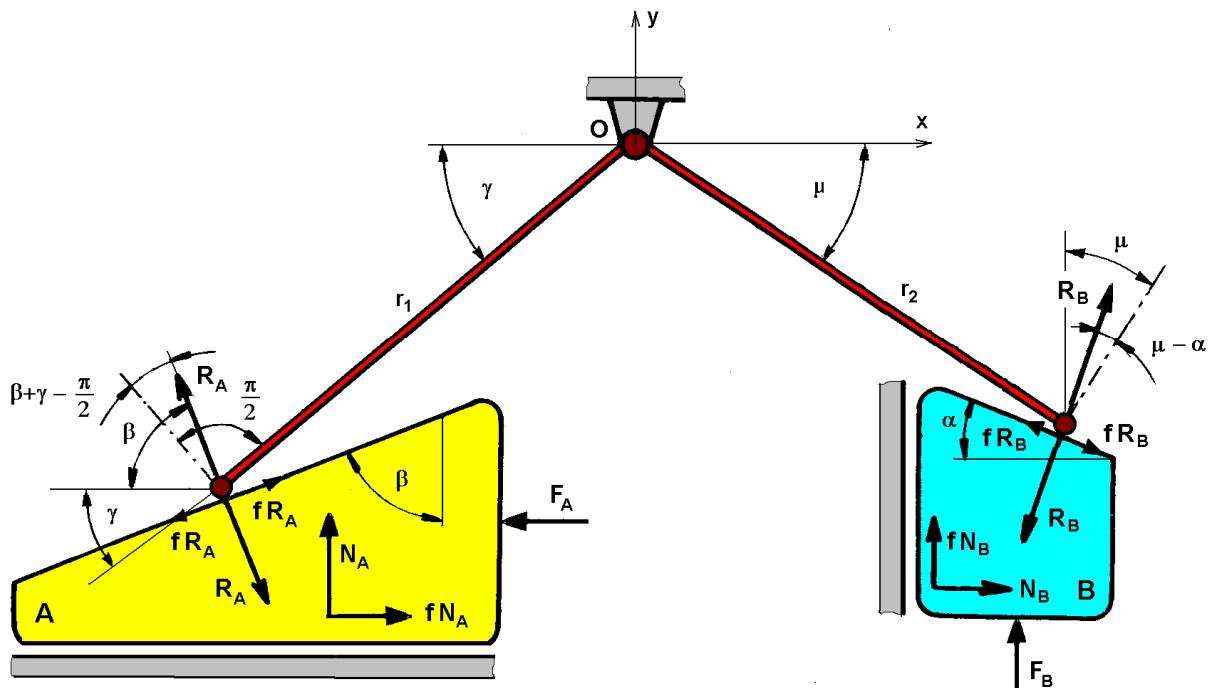
Za mehanizam sa dvokrakom polugom (slika 11) koeficijent korisnog dejstva se određuje po istom postupku

Uslovi ravnoteže za član A

$$\begin{aligned} \Sigma X=0 & \quad R_A \cos \beta + f R_A \sin \beta + f N_A - F_A = 0 \\ \Sigma Y=0 & \quad N_A + f R_A \cos \beta - R_A \sin \beta \end{aligned}$$

Uslovi ravnoteže za član B

$$\begin{aligned} \Sigma X=0 & \quad N_B - R_B \sin \alpha - f R_B \cos \alpha = 0 \\ \Sigma Y=0 & \quad f N_B + F_B - R_B \cos \alpha + f R_B \sin \alpha = 0 \end{aligned}$$



**Sl. 11 Šema mehanizma sa dvokrakom polugom (član A je vodeći član)**

Uslovi ravnoteže za dvokraku polugu

$$\Sigma M_O = 0 \quad r_1 R_A \sin(\beta + \gamma) - f r_1 R_A \cos(\beta + \gamma) - r_2 R_B \cos(\mu - \alpha) - f r_2 R_B \sin(\mu - \alpha) = 0$$

Zanemarivanjem članova sa  $f^2$  dobijaju se sledeće relacije:

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{r_1 \sin(\beta + \gamma) (\cos \alpha - 2f \sin \alpha)}{r_2 \cos(\mu - \alpha) (\cos \beta + 2f \sin \alpha)}$$

Prenosni odnos (član A je vodeći član):

$$\epsilon_A = \frac{r_2 \cos(\mu - \alpha) \cos \beta}{r_1 \sin(\beta + \gamma) \cos \alpha} \quad (41)$$

Koeficijent korisnog dejstva (član A je vodeći član):

$$\eta_A = \frac{F_B}{F_A} \epsilon_A = \frac{1 - 2f \operatorname{tg} \alpha}{1 + 2f \operatorname{tg} \beta} \quad (42)$$

Koeficijent korisnog dejstva pri obrnutom kretanju, nakon promene uloge vodećeg i vođenog člana, dobija se promenom znaka koeficijenta trenja:

$$\eta_B = \frac{1 + 2f \operatorname{tg} \alpha}{1 - 2f \operatorname{tg} \beta} \quad (43)$$

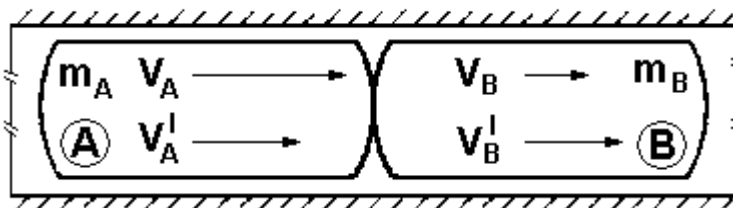
## Udari u mehanizmima automatskog oružja

Udari se pri radu automatike javljaju pri zabavljanju i odbravljanju zatvarača, pri radu mehanizma za uvođenje metka, pri dolasku pokretnih delova u zadnji i prednji položaj.

Pri analizi kretanja članova mehanizma vrši se redukcija masa pojedinih članova i predpostavlja se da su sve veze za vreme udara idealne. Na taj način se olakšava analiza jer reakcije veze, koje se javljaju u parovima članova mehanizma za vreme udara, ne moraju da se uzimaju u obzir.

### Centralni udar članova mehanizma

Kod automatskog oružja veliki broj delova se kreće pravolinijski, tako da se često pojavljuju udari članova mehanizma, koji mogu da se svedu na slučaj centralnog udara dva člana A i B (slika 12).



Sl. 12 Centralni udar tela A i B

Na osnovu zakona o količini kretanja sledi:

$$m_A V_A + m_B V_B = m_A V_A^I + m_B V_B^I \quad (44)$$

gde su

$m_A, m_B$  - masa tela A i B

$V_A, V_B$  - brzina tela A i B pre udara

$V_A^I, V_B^I$  - brzina tela A i B posle udara

Na osnovu eksperimentalnih rezultata je utvrđeno da odnos između brzina tela pre i posle udara zavisi od karakteristika materijala tih tela i može se za slučaj  $V_A > V_B$  predstaviti sledećim izrazom:

$$b = \frac{V_B^I - V_A^I}{V_A - V_B} \quad (45)$$

Koeficijent  $b$  zavisi od materijala tela koja se sudaraju i naziva se **koeficijent uspostavljanja**. Na osnovu rezultata merenja kod većeg broja realizovanih modela automatskog oružja utvrđeno je da je pri udaru čeličnih delova  $b = 0.35 \div 0.45$ .

Iz jednačina (44) i (45) dobija se

$$V_A^I = V_A - \frac{(V_A - V_B)(1+b)}{1 + \frac{m_A}{m_B}} \quad (46)$$

$$V_B^I = V_B + \frac{(V_A - V_B)(1+b)}{1 + \frac{m_B}{m_A}} \quad (47)$$

Na osnovu jednačina (46) i (47) dobija se gubitak kinetičke energije pri udaru dva tela:

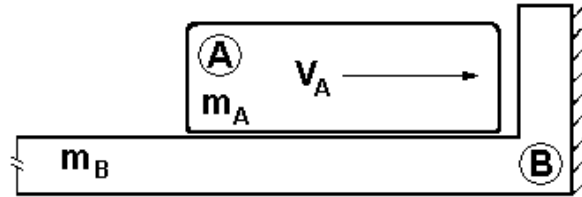
$$\Delta E = \frac{1}{2} \left[ m_A (V_A^2 - V_A^{I2}) + m_B (V_B^2 - V_B^{I2}) \right]$$

odnosno

$$\Delta E = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} (1 - b^2) (V_A - V_B)^2 \quad (48)$$

a) udar zatvarača u nepokretni sanduk

Kada je sanduk čvrsto vezan za podlogu (slika 13)  $V_B = V_B^I = 0$ .



**Sl. 13 Centralni udar zatvarača i nepokretnog sanduka**

Jednačina (47) se sada svodi na:

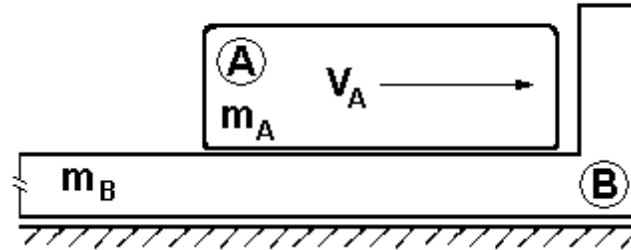
$$\frac{m_A V_A (1+b)}{m_A + m_B} = 0$$

čije je jedino rešenje  $m_B = \infty$ . Prema tome, za nepokretni sanduk se može uzeti  $m_B \gg m_A$  ( $m_B = \infty$ ), pa se iz jednačine (46) dobija brzina zatvarača nakon udara:

$$V_A^I = -b V_A \quad (49)$$

a) udar zatvarača u pokretni sanduk

Kada sanduk nije čvrsto vezan za podlogu (slika 14)  $V_B = 0$ . Brzina zatvarača i sanduka nakon udara su:



**Sl. 14 Centralni udar zatvarača i pokretnog sanduka**

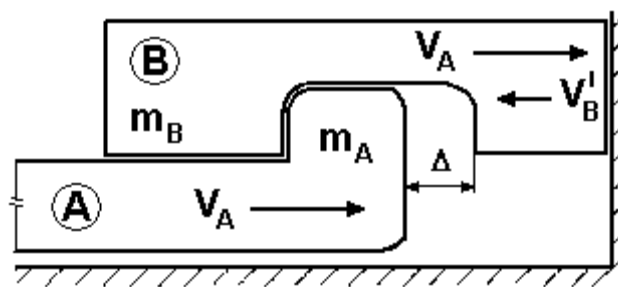
$$V_A^I = V_A \frac{m_A - b m_B}{m_A + m_B} \quad (50)$$

$$V_B^I = \frac{m_A V_A (1 + b)}{m_A + m_B} \quad (51)$$

c) udar zatvarača i nosača zatvarača u nepokretni sanduk sa mogućnošću uzdužnog pomeranja

Kod nekih mehanizama, pri udaru nosača zatvarača i zatvarača u sanduk, zatvarač ima mogućnost uzdužnog pomeranja u odnosu na nosač zatvarača. U ovom slučaju javlja se više uzastopnih udara.

Na slici 15 prikazan je nosač zatvarača i zatvarač sa mogućnošću uzdužnog pomeranja zatvarača u odnosu na nosač zatvarača za dužinu  $\Delta$ .



**Sl. 15 Centralni udar nosača zatvarača (A), zatvarača (B) i nepokretnog sanduka**

U ovom slučaju dolazi do znatno većeg gubitka kinetičke energije, tako da je brzina vraćanja nosača zatvarača i zatvarača u prednji položaj vrlo mala.



Ako je sanduk čvrsto vezan za podlogu, a zatvarač i nosač zatvarača dolaze u zadnji položaj brzinom  $V_A$ , zatvarač će nakon udara u sanduk imati brzinu:

$$V_B^I = -b V_A \quad (52)$$

Pri povratku zatvarač se sudara sa nosačem zatvarača, čija brzina je  $\approx V_A$  (zanemaruje se rad povratne opruge na putu  $\Delta$ ). Brzina zatvarača posle prvog sudara sa nosačem je:

$$V_B^{II} = V_B^I - (V_B^I - V_A) m_A \frac{1+b}{m_A + m_B}$$

a brzina nosača nakon prvog sudara sa zatvaračem:

$$V_A^{II} = V_A + (V_B^I - V_A) m_B \frac{1+b}{m_A + m_B}$$

Ako se označi  $C = \frac{1+b}{m_A + m_B}$  i zameni  $V_B^I$  iz jednačine (52) brzine zatvarača i nosača posle prvog sudara su:

$$\boxed{V_B^{II} = V_A [C m_A (1+b) - b]} \quad (53)$$

$$\boxed{V_A^{II} = V_A [1 - C m_B (1+b)]} \quad (54)$$

Posle prvog sudara zatvarač ponovo udara u sanduk brzinom  $V_B^{II}$  i odbija se od njega brzinom:

$$V_{B1}^{II} = -b V_B^{II}$$

kojom udara u nosač koji se kreće brzinom  $V_A^{II}$ . Brzina zatvarača i nosača posle drugog sudara je:

$$V_B^{III} = V_{B1}^{II} - (V_{B1}^{II} - V_A^{II}) m_A \frac{1+b}{m_A + m_B}$$

$$V_A^{III} = V_A^{II} + (V_{B1}^{II} - V_A^{II}) m_B \frac{1+b}{m_A + m_B}$$

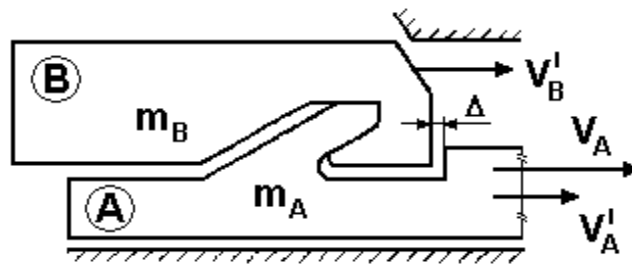
odnosno

$$\boxed{V_B^{\text{III}} = -b V_B^{\text{II}} + (b V_B^{\text{II}} + V_A^{\text{II}}) C m_A} \quad (55)$$

$$\boxed{V_A^{\text{III}} = V_A^{\text{II}} - (V_A^{\text{II}} + b V_B^{\text{II}}) C m_B} \quad (56)$$

Intenzitet udara se postepeno smanjuje, pri čemu se brzina zatvarača i nosača zatvarača određuje iz analognih jednačina. Ovakvi uzastopni udari se koriste kod rada automatike za smanjivanje brzine gađanja (višestrukim udarima smanjuje se početna brzina vraćanja zatvarača u prednji položaj) i smanjivanje naprezanja sanduka, nosača zatvarača i zatvarača.

Na slici 16 dat je šematski prikaz udara nosača zatvarača i zatvarača pri odbravljivanju.



**Sl. 16 Centralni udar i nosača zatvarača (A) i zatvarača (B) pri odbravljivanju zatvarača**

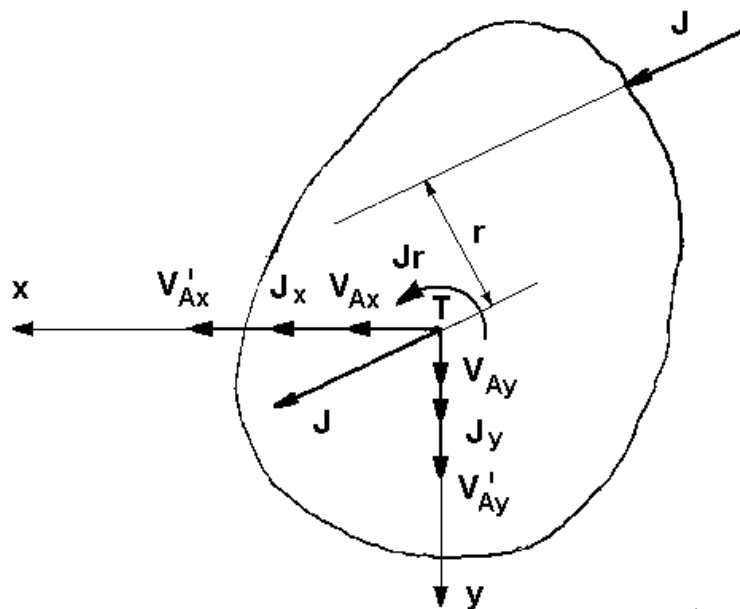
Ako se pretpostavi da se posle udara nosač zatvarača izatvarač čvrsto spoje, onda to odgovara slučaju potpuno neelastičnog udara. Brzina zatvarača i nosača određuju se korišćenjem jednačina (46) i (47) u kojima se za neelastični udar uzima  $b = 0$ . U stvarnosti, između zatvarača i nosača zatvarača postoji zazor  $\Delta$ , tako da zatvarač nakon odbravljivanja ima mogućnost neznatnog pomeranja u odnosu na nosač zatvarača, pri čemu se javljaju višestruki uzastopni udari. Brzine zatvarača i nosača se ovim višestrukim udarima izjednače, što odgovara slučaju neelastičnog udara. Brzina zatvarača i nosača može se odrediti iz jednačina (46) i (47) ako se pretpostavi da ima  $n$  udara i da  $n \rightarrow \infty$ :

$$V_A^{\infty} = V_B^{\infty} = V_A \frac{m_A}{m_A + m_B}$$

### Kosi udar članova mehanizma

Za proračun kretanja pri udaru pojedinih članova mehanizma koji vrše obrtno ili pravolinijsko kretanje u različitim pravcima u odnosu na udarnu površinu koristi se teorija kosog udara.

Ako je slobodno telo izloženo udaru i ako se centar mase tela ne nalazi na liniji udara, pri analizi kretanja za vreme udara može se pretpostaviti da u centru tela deluju impulsivna sila  $J$  i impulsivni moment  $J_r$  (slika 17).



Sl. 17 Kosi udar

Jednačine održanja količine kretanja za slučaj prikazan na slici 17 su:

$$\begin{aligned} m_A (V'_{Ax} - V_{Ax}) &= J_x \\ m_A (V'_{Ay} - V_{Ay}) &= J_y \\ m_A (\omega'_A - \omega_A) &= J r \end{aligned} \quad (57)$$

gde je:

- $m_A$  - masa tela
- $V_{Ax}, V_{Ay}$  - projekcija brzine centra mase tela na koordinatne ose pre udara
- $V'_{Ax}, V'_{Ay}$  - projekcija brzine centra mase tela na koordinatne ose posle udara
- $\omega_A$  - ugaona brzina centra mase tela pre udara
- $\omega'_A$  - ugaona brzina centra mase tela posle udara
- $J_x, J_y$  - projekcije impulsa na koordinatne ose
- $\rho$  - poluprečnik inercije tela u odnosu na centar mase
- $r$  - rastojanje centra mase od linije dejstva impulsa J

Ako je poznata veličina impulsa J, tri nepoznate veličine ( $V'_{Ax}$ ,  $V'_{Ay}$  i  $\omega'_A$ ) određuju se iz jednačina (57).

Određivanje koordinata tačke, oko koje se vrši slobodno obrtanje tela nakon udara, ima veliki praktičan značaj. Naime, za svako ravno telo koje ima pokretnu osovinu normalnu na ravan kretanja,

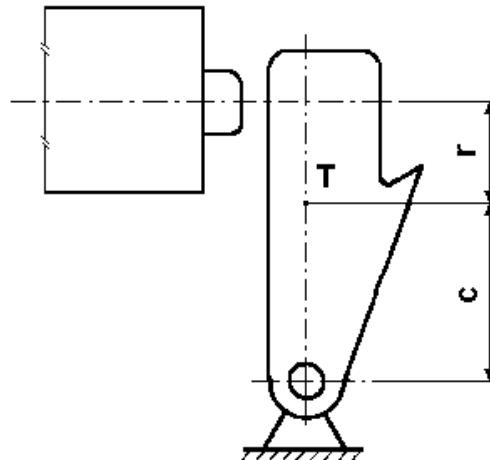
optimalni položaj te osovine je upravo u tački oko koje se vrši obrtanje tela nakon udara, jer u tom slučaju osovina oko koje se obrće telo ne trpi nikakvo opterećenje usled udara. Položaj ose oko koje se obrće slobodno telo pri udaru može se odrediti pomoću izraza:

$$c = \frac{\rho^2}{r} \quad (58)$$

gde su:

- $\rho$  - poluprečnik inercije tela u odnosu na centar mase
- $r$  - rastojanje centra mase od linije udara
- $c$  - rastojanje ose obrtanja od centra mase po liniji koja prolazi kroz centar mase, a normalna je na liniju udara

Primer: pomoću jednačine (57) može se odrediti položaj osovine čekića udarnog mehanizma, pri čemu osovina pri okidanju neće biti opterećena reakcijama udara (slika 18).



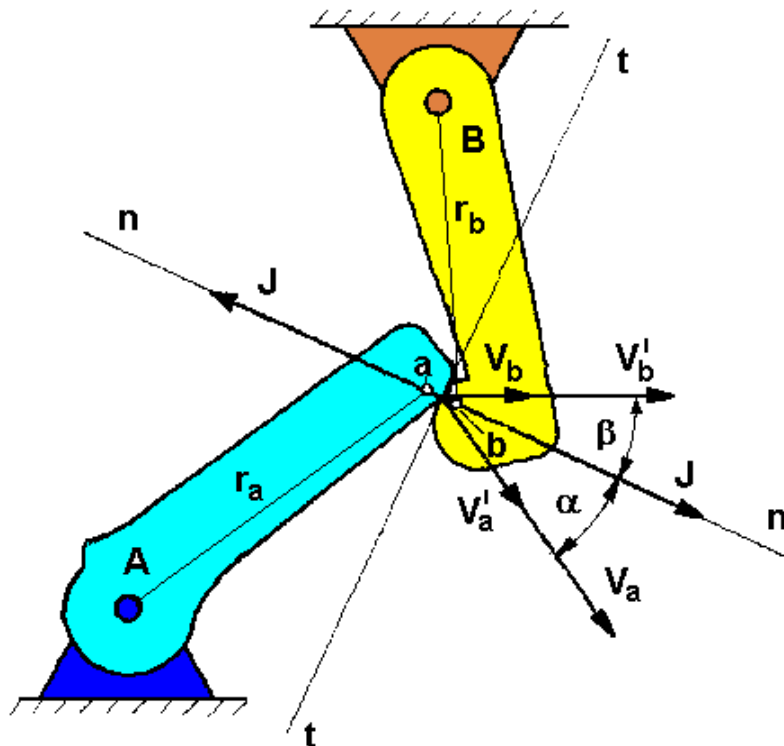
**Sl. 18 Određivanje položaja osovine čekića udarnog mehanizma**

U slučaju udara dva člana mehanizma koji se obrću u jednoj ravni oko nepokretnih osovine, može se postaviti šest jednačina i pomoću njih odrediti projekcije brzine centara mase tela A i B, kao i ugaone brzine ovih tela, pod uslovom da su poznati veličina i pravac dejstva impulsa.

Kada veličina i pravac dejstva impulsa nisu poznati, za njegovo određivanje se postavljaju sledeće pretpostavke:

- smer udarnog impulsa je normalan na udarne površine,
- odnos razlike projekcija brzina tačaka sudara na zajedničku normalu udarajućih površina (u tački udara) posle sudara i pre sudara je konstantna veličina koja zavisi samo od materijala tela koja se sudaraju i jednaka je koeficijentu uspostavljanja.

Šema udara dva člana mehanizma koji se obrću oko nepomičnih osa u jednoj ravni prikazana je na slici 19.



Sl. 19 Šema udara dva člana mehanizma koji se obrću oko nepomičnih osa

Pomoću metode redukovanih masa, masa svakog člana može da se skoncentriše u tački dodira oba člana za vreme udara. Na osnovu šeme date na slici 19 mogu se formirati sledeće jednačine održanja momenta količine kretanja:

$$\text{Član A: } r_a m_a (V_a - V_a') = r_a J \cos \alpha \quad (59)$$

$$\text{Član B: } r_b m_b (V_b' - V_b) = r_b J \cos \beta \quad (60)$$

Koeficijent uspostavljanja je:

$$b = \frac{V_b' \cos \beta - V_a' \cos \alpha}{V_a \cos \alpha - V_b \cos \beta} \quad (61)$$

Ovde su:

- $m_a, m_b$  - mase tela A i B skoncentrisane u tačkama **a** i **b**
- $V_a, V_b$  - brzine tačaka **a** i **b** pre udara
- $V_a', V_b'$  - brzine tačaka **a** i **b** posle udara
- $r_a, r_b$  - rastojanje tačaka **a** i **b** od njihovih osa obrtanja
- $J$  - impuls udara

Pri određivanju brzine tačaka **a** i **b** posle udara može se uvesti oznaka

$$\varepsilon = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \quad (62)$$

što predstavlja prenosni odnos od tačke **b** ka tački **a** pri kretanju bez udara članova A i B. Sada su brzine tačaka **a** i **b** posle udara:

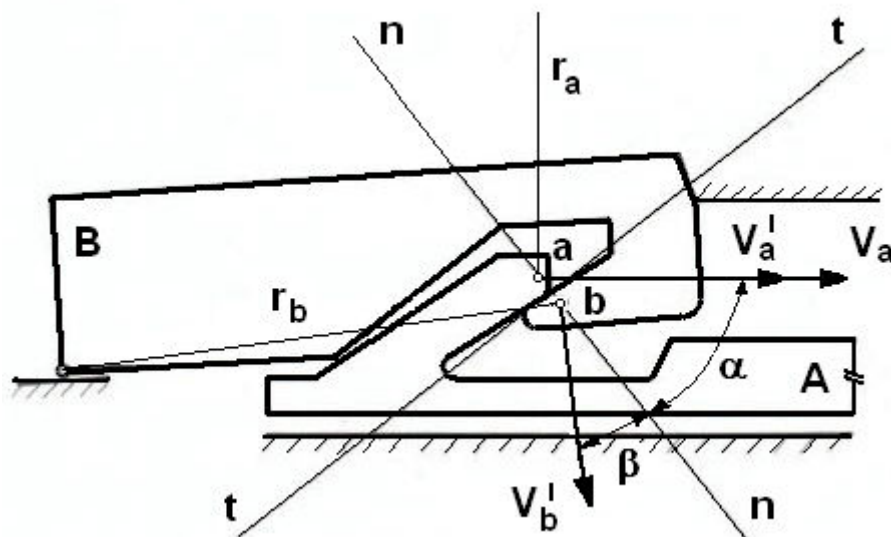
$$V_a^I = V_a - \frac{\left(V_a - V_b \frac{1}{\varepsilon}\right)(1+b)}{1 + \frac{m_a}{m_b} \varepsilon^2} \quad (63)$$

$$V_b^I = V_b + \frac{(V_a \varepsilon - V_b)(1+b)}{1 + \frac{m_b}{m_a} \varepsilon^2} \quad (64)$$

Jednačina gubitka kinetičke energije pri kosom sudaru je

$$\Delta E = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_a m_b}{m_a + m_b} \varepsilon^2 (1 - b^2) (V_a \varepsilon - V_b)^2 \quad (65)$$

Teorija kosog udara može se primeniti pri analizi odbravljivanja zatvarača koji je prikazan na slici 20.



Sl. 20 Šema udara nosača i zatvarača pri odbravljivanju zatvarača

Za proračun brzine zatvarača i nosača zatvarača posle udara treba odrediti:

- redukovanu masu zatvarača u tački dodira sa nosačem zatvarača pomoću izraza

$$m_b = m_z \frac{\rho^2}{r_b^2} \quad (66)$$

gde su

$m_z$  - masa zatvarača

$\rho$  - poluprečnik inercije zatvarača u odnosu na osu obrtanja

$r_b$  - rastojanje tačke b od ose obrtanja

- redukovanu masu nosača zatvarača u tački dodira sa zatvaračem (tačka **a**). Redukovana masa je u ovom slučaju jednaka masi nosača zatvarača

$$m_a = m_{nz} \quad (67)$$

- prenosni odnos od tačke **b** ka tački **a** na osnovu uglova  $\alpha$  i  $\beta$  (slika 20).

Brzine tačaka a i b posle udara određuju se iz jednačina (63) i (64).