

Математика 1 - први колоквијум (смене 1 и 9)

13.11.2020.

Група 1

1. Ако су дате тачке $O(0, 0, 0)$, $A(2, -2, 4)$, $C(3, 1, 6)$ и $O_1(4, -1, 0)$
- (а) Одредити косинус угла између вектора \overrightarrow{AO} и \overrightarrow{AC} .
 - (б) Одредити запремину тетраедра $OACO_1$, као и дужину његове висине из темена O .
 - (в) Одредити координате подножја висине из темена O на раван ACO_1 .
 - (г) Ако су координате тачке $F(\lambda + 4, 0, \lambda + 3)$ за које су вредности параметра $\lambda \in \mathbb{R}$ вектори \overrightarrow{OF} , \overrightarrow{OA} и $\overrightarrow{OO_1}$ копланарни?
 - (д) Ако су тачке O , A , B , C , O_1 , A_1 , B_1 и C_1 темена паралелоипеда са основом $OABC$, одредити његова 4 преостала темена, тј. координате тачака B , A_1 , B_1 и C_1 .

2. Решити матричну једначину $(AX)^{-1} = B - X^{-1}C^T$, где је

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

3. У зависности од реалног параметра p решити систем

$$\begin{array}{rrcrcl} (p-1)x & + & y & - & z & = & 0 \\ x & + & (p-1)y & - & z & = & 1 \\ x & + & y & + & (1-p)z & = & p. \end{array}$$

4. Написати једначину праве која пролази кроз тачку $M_1(-2, -4, 3)$, паралелна је равни $-2x - 3y + 3z - 7 = 0$ и сече праву $\frac{x+4}{-2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$, као и једначину равни коју тада одређују ове две међусобно пресецајуће праве.

5. Класификовати криву

$$x^2 + 4xy - 2y^2 - 2x - 4y - 2 = 0,$$

а затим је свести на канонски облик.

СРЕЋНО!!!

Математика 1 - први колоквијум (смене 1 и 9)

13.11.2020.

Група 2

1. Ако су дате тачке $O(0, 0, 0)$, $A(2, 4, -2)$, $C(3, 6, 1)$ и $O_1(4, 0, -1)$
- (а) Одредити косинус угла између вектора \overrightarrow{AO} и \overrightarrow{AC} .
 - (б) Одредити запремину тетраедра $OACO_1$, као и дужину његове висине из темена O .
 - (в) Одредити координате подножја висине из темена O на раван ACO_1 .
 - (г) Ако су координате тачке $F(\lambda + 4, 0, \lambda + 3)$ за које су вредности параметра $\lambda \in \mathbb{R}$ вектори \overrightarrow{OF} , \overrightarrow{OA} и $\overrightarrow{OO_1}$ копланарни?
 - (д) Ако су тачке O , A , B , C , O_1 , A_1 , B_1 и C_1 темена паралелопипеда са основом $OABC$, одредити његова 4 преостала темена, тј. координате тачака B , A_1 , B_1 и C_1 .

2. Решити матричну једначину $X^{-1}A = B - (C^T X)^{-1}$, где је

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad C = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

3. У зависности од реалног параметра p решити систем

$$\begin{array}{rrrrrcl} (1-p)x & + & y & + & z & = & p \\ x & - & y & + & (1-p)z & = & -1 \\ -x & + & (p-1)y & + & z & = & 0 \end{array}$$

4. Написати једначину праве која пролази кроз тачку $M_1(-2, 3, -4)$, паралелна је равни $-2x + 3y - 3z - 7 = 0$ и сече праву $\frac{x+4}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{2}$, као и једначину равни коју тада одређују ове две међусобно пресецајуће праве.

5. Класификовати криву

$$2x^2 - 4xy - y^2 + 4x + 2y + 2 = 0,$$

а затим је свести на канонски облик.

СРЕЋНО!!!