

Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

1. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

a) $\rho'''/\varphi = \sin \frac{\varphi}{2}$, $\rho = \rho(\varphi)$, koje zadovoljava početne uslove $\rho(\pi/2) = 1$, $\rho'(\pi/2) = 0$, $\rho''(\pi/2) = -1$ (ukoliko takvo rešenje postoji); (4p)

b) $t = (T''^2 - 1)^2 + (T'' + 1)^4 + 1$ koje zadovoljava početne uslove $T(1) = 0$, $T'(1) = 0$ (ako takvo rešenje postoji). (5p)

c) Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine $1 + H^3 H'' = H^4$, $H = H(h)$. (6p)

2. Naći opšte rešenje nehomogene linearne diferencijalne jednačine 2.reda

$$x^2(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 3x^5, \quad y = y(x), \quad x > 0. \quad (9p)$$

3. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine 3. reda

$$2y''' - y'' + y' + y = e^{-\frac{x}{2}} + x \sin \frac{x\sqrt{3}}{2}, \quad y = y(x). \quad (10p)$$

4. Vektorsko polje brzine nestišljivog fluida glasi $\vec{A}(x, y, z) = (z - y, x - z, y - x)$.

a) Izračunati rotor i divergenciju ovog polja i naći onu strujnicu datog fluida koja prolazi kroz tačku $(1, 2, 3)$. (6p)

b) Naći bar jedan vektorski potencijal ovog vektorskog polja ukoliko postoji. (5p)

c) Naći sve vrednosti konstante c takve da polje $\vec{A} + c\vec{B}$, gde je $\vec{B} = (z, x, y)$, ima skalarni potencijal i naći ga u slučajevima u kojima postoji. (5p)

5. Odrediti dva puta diferencijabilnu funkciju $f(r)$ takvu da je

$$r \operatorname{div}(\operatorname{grad} f(r)) + \operatorname{div} \frac{\vec{r}}{r} = 0,$$

gde je \vec{r} vektor položaja proizvoljne tačke u prostoru, a r njegov intenzitet. (10p)

Aleksandar Pejčev

Jelena Tomanović

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

SREĆNO!!!

Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

1. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

a) $\rho'''/\varphi = \cos \frac{\varphi}{2}$, $\rho = \rho(\varphi)$, koje zadovoljava početne uslove $\rho(\pi/2) = 1$, $\rho'(\pi/2) = 0$, $\rho''(\pi/2) = -1$ (ukoliko takvo rešenje postoji); (4p)

b) $t = (T''^2 - 1)^2 + (T'' - 1)^4 + 1$ koje zadovoljava početne uslove $T(1) = 0$, $T'(1) = 0$ (ako takvo rešenje postoji). (5p)

c) Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine $H^4 - 1 - H^3 H'' = 0$, $H = H(h)$. (6p)

2. Naći opšte rešenje nehomogene linearne diferencijalne jednačine 2.reda

$$x^2(x^2 - 1)y'' + 2xy' - 2y = 6x^5, \quad y = y(x), \quad x > 1. \quad (9p)$$

3. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine 3. reda

$$2y''' + y'' + y' - y = e^{\frac{x}{2}} + x \cos \frac{x\sqrt{3}}{2}, \quad y = y(x). \quad (10p)$$

4. Vektorsko polje brzine nestišljivog fluida glasi $\vec{A}(x, y, z) = (y - z, z - x, x - y)$.

a) Izračunati rotor i divergenciju ovog polja i naći onu strujnicu datog fluida koja prolazi kroz tačku $(1, 2, 3)$. (6p)

b) Naći bar jedan vektorski potencijal ovog vektorskog polja ukoliko postoji. (5p)

c) Naći sve vrednosti konstante c takve da polje $\vec{A} + c\vec{B}$, gde je $\vec{B} = (z, x, y)$, ima skalarni potencijal i naći ga u slučajevima u kojima postoji. (5p)

5. Odrediti dva puta diferencijabilnu funkciju $f(r)$ takvu da je

$$r \operatorname{div}(\operatorname{grad} f(r)) = -\operatorname{div} \frac{\vec{r}}{r},$$

gde je \vec{r} vektor položaja proizvoljne tačke u prostoru, a r njegov intenzitet. (10p)

Aleksandar Pejčev

Jelena Tomanović

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

SREĆNO!!!