

Математика 1 - први колоквијум (смене 1 и 9)
18.11.2022.

Група 1

1. Ако су дате тачке $A_1(1, 3, 20)$, $B(3, 1, 5)$, $C(3, 2, 2)$ и $D(4, 5, 2)$
- (а) Одредити угао између вектора $\overrightarrow{BA_1}$ и \overrightarrow{DC} .
 - (б) Одредити запремину тетраедра A_1BCD , као и дужину његове висине из темена A_1 .
 - (в) Одредити координате подножја висине из темена A_1 на раван BCD .
 - (г) Ако су тачке A , B , C , D , A_1 , B_1 , C_1 и D_1 темена паралелоипеда са основом $ABCD$, одредити координате његова 4 преостала темена.

2. Решити матричну једначину $(X^{-1} + A)^{-1}A = BXA$, где је

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

3. У зависности од реалног параметара p решити систем

$$\begin{aligned} x + y + z &= p \\ x + (1+p)y + z &= 2p \\ x + y + p(z+1) &= 0, \end{aligned}$$

а затим потврдити уклопивост добијених резултата у Кронекер-Капелијеву теорему.

4. Дата је раван $x + y = 0$ и праве $p : \frac{x}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ и

$$q : \begin{cases} y = z + 2 \\ x = 1. \end{cases}$$

Одредити праву паралелну датој равни која сече дате праве у тачкама чије је међусобно растојање једнако 3.

5. За које вредности параметара m и n једначина

$$nx^2 + 3xy + 5y^2 + mx - 4y - 2 = 0$$

представља: а) централну криву (елипса/хипербола); б) параболу; в) пар паралелних правих? Ако је $m = 3$ и $n = 1$, свести дату криву на канонски облик.

СРЕЋНО!!!

Математика 1 - први колоквијум (смене 1 и 9)
18.11.2022.

Група 2

1. Ако су дате тачке $A_1(3, 1, 20)$, $B(1, 3, 5)$, $C(2, 3, 2)$ и $D(5, 4, 2)$
- (а) Одредити угао између вектора $\overrightarrow{BA_1}$ и \overrightarrow{DC} .
 - (б) Одредити запремину тетраедра A_1BCD , као и дужину његове висине из темена A_1 .
 - (в) Одредити координате подножја висине из темена A_1 на раван BCD .
 - (г) Ако су тачке A , B , C , D , A_1 , B_1 , C_1 и D_1 темена паралелоипеда са основом $ABCD$, одредити координате његова 4 преостала темена.

2. Решити матричну једначину $AXB = (X^{-1} + B)^{-1}B$, где је

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. У зависности од реалног параметара p решити систем

$$\begin{array}{rrcrcl} x & + & y & + & z & = & p \\ x & + & y & + & (1+p)z & = & 2p \\ x & + & p(y+1) & + & z & = & 0, \end{array}$$

а затим потврдити уклопивост добијених резултата у Кронекер-Капелијеву теорему.

4. Дата је раван $x + y = 0$ и праве $p: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{-2}$ и

$$q: \begin{cases} x = z + 2 \\ y = 1. \end{cases}$$

Одредити праву паралелну датој равни која сече дате праве у тачкама чије је међусобно растојање једнако 3.

5. За које вредности параметара m и n једначина

$$x^2 + 3xy + ny^2 + 3x + my - 2 = 0$$

представља: а) централну криву (елипса/хипербола); б) параболу; в) пар паралелних правих? Ако је $m = -4$ и $n = 5$, свести дату криву на канонски облик.

СРЕЋНО!!!