

Numerička integracija

Zadatak. Funkcija $y = f(x)$ je zadata tablično

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_k	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
y_k	1.3117	1.4843	1.6075	1.7033	1.7818	1.8482	1.9058	1.9551	1.9953.

Izračunati približno

$$\int_{0.2}^{1.0} f(x) dx$$

oceniti grešku.

Rešenje. S obzirom na to da je funkcija zadata tablično, jedina mogućnost nam je da koristimo Runge-ovu metodu ocene greške. Kako nam nije eksplicitno rečeno koju kvadraturnu formulu da koristimo, odlučujemo se za Simsonovu jer ima veći stepen tačnosti nego Trapezna. Imamo ($h = 0.1$)

$$S_2^{(h)}(f) = \frac{0.1}{3} [(1.3117 + 4(1.4843 + 1.7033 + 1.8482 + 1.9551) + 2(1.6075 + 1.7818 + 1.9058) + 1.9953)] = 1.3954.$$

Da bismo mogli da primenimo formulu sa Runge-ovu ocenu greške, treba nam i odgovarajuća kvadraturna formula sa korakom $2h = 0.2$, čija je tabela

k	1	2	3	4	5
X_k	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
Y_k	1.3117	1.6075	1.7818	1.9058	1.9953

.

Dakle,

$$S_2^{(2h)}(f) = \frac{0.2}{3} [(1.3117 + 4(1.6075 + 1.9058) + 2 \cdot 1.7818 + 1.9953)] = 1.3949.$$

Sada je

$$R_2(f) \leq \left| \frac{S_2^{(h)}(f) - S_2^{(2h)}(f)}{2^4 - 1} \right| = 0.00003,$$

odnosno

$$\int_{0.2}^{1.0} f(x) dx = 1.3954 \pm 0.00003.$$

A. Pejčev