Математика 3 - други колоквијум (смене 4 и 6)
30.12.2020.

Група 1

(Задатак на тему градива Првог колоквијума): Наћи оно решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 3x - 2y, \quad x = x(t) \\ \dot{y} &= 2x - y + 15e^t\sqrt{t}, \quad y = y(t) \end{aligned}$$

које испуњава почетне услове $x(1) = 1$, $y(1) = 0$.

1. Израчунати
$$\int_L (2x + y)ds,$$
ако је L део параболе $y^2 = 3x$ од тачке $A(1, \sqrt{3})$ до тачке $B(3, 3)$.

2. Израчунати површину оног дела површи
$$z = 1 - x^2 + y$$
која се налази изнад троугаоне области са теменима $A(1, 0, 0)$, $B(0, -1, 0)$ и $C(0, 1, 0)$.

3. Израчунати
$$\iiint_T \frac{dxdydz}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - 3)^2}},$$
где је тело T дато са $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

4. а) Израчунати
$$\iint_\Gamma (y - z)dydz + (z - x)dzdx + (x - y)dxdy,$$
где је Γ доња страна конуса $z^2 = x^2 + y^2$ између равни $z = 0$ и $z = \frac{1}{3}$.

б) Применом формуле Гаус-Остроградског израчунати проток (флукс) векторског поља
$$\vec{A} = \left(x^3, \frac{y^3}{4}, \frac{z^3}{4}\right)$$
кроз елипсоид $4x^2 + y^2 + z^2 + 4x = 0$.

ОКРЕНУТИ ПАПИР!!!

5. Израчунати циркулацију векторског поља $\vec{A} = (y^2 + z^2, z^2 + x^2, x^2 + y^2)$ дуж криве дате пресеком површи $x^2 + y^2 + z^2 = 6x$ и $x^2 + y^2 = 2x$ изнад равни Oxy, у позитивној оријентацији посматрано "с врха" $z-$осе.

СРЕЋНО!!!

Математика 3 - други колоквијум (смене 4 и 6)
30.12.2020.

Група 2

(Задатак на тему градива Првог колоквијума): Наћи оно решење система диференцијалних једначина

$$\dot{x} = -x + 2y + 15e^t\sqrt{t}, \quad y = y(t)$$
$$\dot{y} = -2x + 3y, \quad x = x(t)$$

које испуњава почетне услове $x(1) = 1$, $y(1) = 0$.

1. Израчунати
$$\int_L (x + 3y)ds,$$
ако је L део параболе $y^2 = 2x$ од тачке $A(1, \sqrt{2})$ до тачке $B(2, 2)$.

2. Израчунати површину оног дела површи
$$z = 1 + x - y^2$$
која се налази изнад троугаоне области са теменима $A(0, 1, 0)$, $B(-1, 0, 0)$ и $C(1, 0, 0)$.

3. Израчунати
$$\iiint_T \frac{dxdydz}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-2)^2}},$$
где је тело T дато са $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

4. а) Израчунати
$$\iint_\Gamma (y - z)dydz + (z - x)dzdx + (x - y)dxdy,$$
где је Γ горња страна конуса $z^2 = x^2 + y^2$ између равни $z = 0$ и $z = \frac{1}{2}$.

б) Применом формуле Гаус-Остроградског израчунати проток (флукс) векторског поља
$$\vec{A} = \left(\frac{x^3}{4}, y^3, \frac{z^3}{4}\right)$$
кроз елипсоид $x^2 + 4y^2 + z^2 + 4y = 0$.

ОКРЕНУТИ ПАПИР!!!

5. Израчунати циркулацију векторског поља $\vec{A} = (y^2 + z^2, z^2 + x^2, x^2 + y^2)$ дуж криве дате пресеком површи $x^2 + y^2 + z^2 = 10x$ и $x^2 + y^2 = 4x$ изнад равни Oxy, у позитивној оријентацији посматрано "с врха" $z-$осе.

СРЕЋНО!!!