

Materijal sa vežbi

Primer Razviti funkciju

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$$

u stepeni red po x .

Funkciju f možemo napisati u sledećem obliku

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$$

Dobijamo $A = -1$ i $B = 1$, odnosno

$$f(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{1-x} - \frac{1}{2} \frac{1}{1-\frac{x}{2}}.$$

Svaki od članova sa desne strane može da se napiše preko zbiru geometrijskog reda, na sledeći način

$$\begin{aligned}\frac{1}{1-x} &= 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} x^k, \\ \frac{1}{1-\frac{x}{2}} &= 1 + \frac{x}{2} + \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^k.\end{aligned}$$

Sada je

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \sum_{k=0}^{\infty} x^k - \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^k = \sum_{k=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2^{k+1}}\right) x^k.$$

Poluprečnik konvergencije ovog reda je $R = 1$. Red absolutno konvergira za $|x| < 1$.

Aleksandar Pejčev