Korekcija rešenja zadatka sa predavanja

Napomena. Nema veze sa ispravljenim rešenjem koje sledi, ali vezano za "nabla-operator" obratiti pažnju na vektorsku prirodu istog u smislu simbolike $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$. Naime, kada "ovakva nabla" deluje na skalar U, to zapisujemo po principu množenja odgovarajućeg vektora skalarom

$$\nabla U = \left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}\right) = grad\, U,$$

dok ako deluje na vektor $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$, zapisujemo po principu skalarnog množenja dva vektora

$$\nabla \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = div \vec{A}$$

Zadatak. Naći ugao izmedju gradijenata skalarnog polja $U(x, y, z) = e^{\frac{xy^2}{z}}$ u tačkama $A(1, 1, -2)$ i $B(-2, 3, 5)$.

Rešenje. Gradijent datog polja je

$$\nabla U = \left(e^{\frac{xy^2}{z}} \cdot \frac{y^2}{z}, e^{\frac{xy^2}{z}} \cdot \frac{2xy}{z}, e^{\frac{xy^2}{z}} \cdot \left(-\frac{xy^2}{z^2}\right)\right) = e^{\frac{xy^2}{z}} \left(\frac{y^2}{z}, \frac{2xy}{z}, -\frac{xy^2}{z^2}\right),$$

dakle

$$\nabla U(A) = e^{-\frac{1}{2}} \left(-\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{4}\right), \ \nabla U(B) = e^{-\frac{18}{5}} \left(\frac{9}{5}, -\frac{12}{5}, \frac{18}{25}\right).$$

Kosinus ugla izmedju datih vektora je

$$\cos\varphi = \frac{e^{-\frac{1}{2}-\frac{18}{5}} \left(\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{9}{5} + (-1) \cdot \left(-\frac{12}{5}\right) - \frac{1}{4} \cdot \frac{18}{25}\right)}{e^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} e^{-\frac{18}{5}} \sqrt{\left(\frac{9}{5}\right)^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{18}{25}\right)^2}} = ...$$

Jasno je da će se eksponencijalni deo potpuno skratiti jer se i u brojiocu i u imeniocu e zbirno stepenuje istim eksponentom.

Aleksandar Pejčev,

Mašinski fakultet u Beogradu