

1. Jasno je da se apsolutna suma datog reda ograničava sa $const \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^a}$, gde je $a = 2$, odnosno 3, pa on konvergira u svakom smislu.

2. a) -0.2693 u 1. grupi i -0.1181 u 2. grupi.

b) Jedina svrha zadatka je da se vidi da li studenti znaju da tražene aproksimacije povežu sa podeljenim razlikama 1.i 2.reda.

3. Na 4 decimale se već jako brzo dobije 0.9357 u 1.grupi i 0.5166 u 2. - onima koji dotle urade ja dajem tipa 17-18 poena od 25

4. Kako nam nije eksplicitno rečeno koju kvadraturnu formulu da koristimo, odlučujemo se za Simsonovu jer ima veći stepen tačnosti nego Trapezna. Jasno je da izvodi funkcije $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$ nisu bas pristupačni za traženje maksimuma, pa je preporučljivije da grešku procenjujemo Runge-ovom metodom Da bismo mogli da primenimo formulu sa Runge-ovu ocenu greške, najlakše je da krenemo od koraka 0.5 i da ga prepolovljavamo dok se ne ostvari zadata tačnost.

Za $x = 0$ data funkcija nije definisana, tako da za $f(0)$ treba da uzmemo $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 0$ (na osnovu Lopitalovog pravila).

Za $h = 0.5$ imamo

$$S_2^{(0.5)} = \frac{0.5}{3} (f(0) + 4f(0.5) + f(1)) = 0.592252.$$

a za $h = 0.25$

$$S_2^{(0.25)}(f) = \frac{0.25}{3} [(f(0) + 4(f(0.25) + f(0.75))) + 2 \cdot f(0.5) + f(1)] = 0.610423.$$

Ograničenje

$$\frac{|0.610423 - 0.592252|}{2^4 - 1} = 0.0012 > 0.0005$$

očito nije dovoljno dobro, pa moramo dalje da polovimo korak. Za $h = 0.125$ je

$$S_2^{(0.125)}(f) = \frac{0.125}{3} [(f(0) + 4(f(0.125) + f(0.375) + f(0.625) + f(0.875))) + 2(f(0.250) + f(0.500) + f(0.750)) + f(1)] = 0.616952.$$

Sada je

$$R_2(f) \leq \left| \frac{S_2^{(0.125)}(f) - S_2^{(0.25)}(f)}{2^4 - 1} \right| = 0.000435 < 0.0005.$$

odnosno

$$\int_0^1 f(x) dx = 0.616952 \pm 0.000435.$$