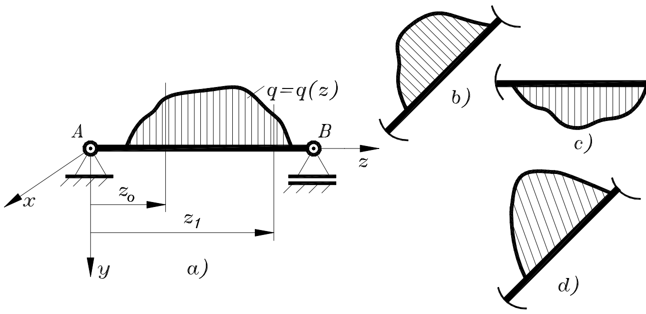
# Statički nosači

## Vrste opterećenja

Pod <u>opterećenjem</u> se podrazumeva svaki aktivni uticaj koji deluje na telo. Opterećenja se mogu podeliti na:



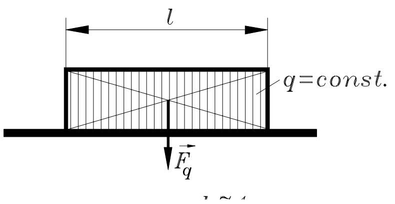

- koncentrisana i
- kontinualna

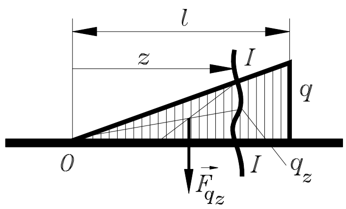
Kontinualno opterećenje može biti:

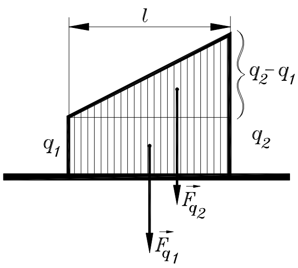
- ravnomerno i
- neravnomerno.

$$F_q = \int_{z_0}^{z_1} q(z)dz$$

Trapezno opterećenje može biti




$$F_{q_1} = q_1 l; \qquad F_{q_2} = \frac{1}{2}(q_2 - q_1)l$$

$$q:q_z = l:z$$

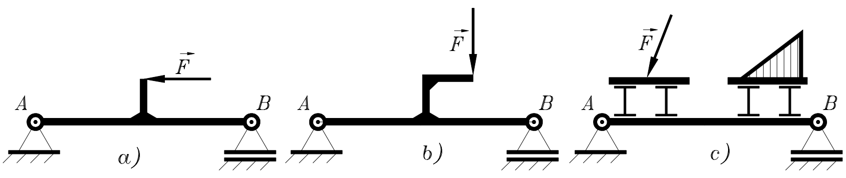
$$q_z = \frac{q}{l}z$$

$$F_{q_z} = \frac{1}{2}q_z z$$

$$F_{q_z} = \frac{1}{2}\frac{q}{l}z^2$$

Opterećenja mogu biti podeljena i po načinu dejstva na

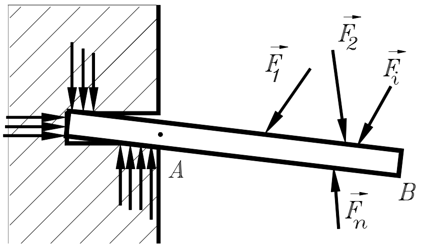
- neposredna i
- posredna.

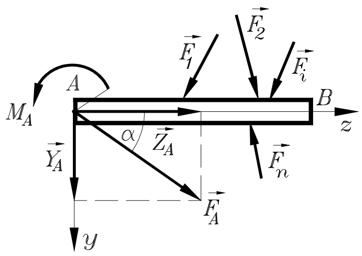



Prema prirodi dejstva opterećenja mogu biti podeljena na

- stalna i
- promenljiva

**Određivanje reakcije veze ukljęštenog tela**




Sila $\vec{F}_A$ i moment uklještenja $M_A$ nazivaju se reakcije uklještenja. Dakle, postoje tri nepoznate veličine koje treba odrediti i to su: intenzitet $F_A$, ugao $\alpha$ koji sila $\vec{F}_A$ zaklapa sa osom *Az* i projekcija momenta uklještenja $M_A$ na osu *Ax*.

$$F_A = \sqrt{Y_A^2 + Z_A^2}, \quad tg\alpha = \frac{Y_A}{Z_A}$$

## Osnovni statički nosači

Nosači se mogu podeliti na:

– ravne i

– prostorne.

Nosači se mogu podeliti i na:

– pune i

– rešetkaste.

Nosači se, takođe, mogu podeliti na:

– proste i

– složene.

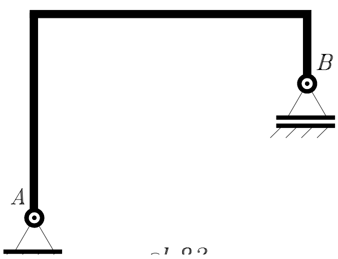
Prost nosač je onaj koga čini jedno telo ili jedna kruta konstrukcija. Složeni nosač je onaj koji je sastavljen od više prostih nosača međusobno povezanih zglobovima. Ovakvi nosači se nazivaju i *Gerberovi* nosači.

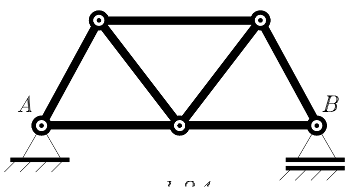
Razlikuju se sledeći tipovi prostih, ravnih, linijskih i rešetkastih nosača:

1) Prosta greda

2) Greda sa prepustima



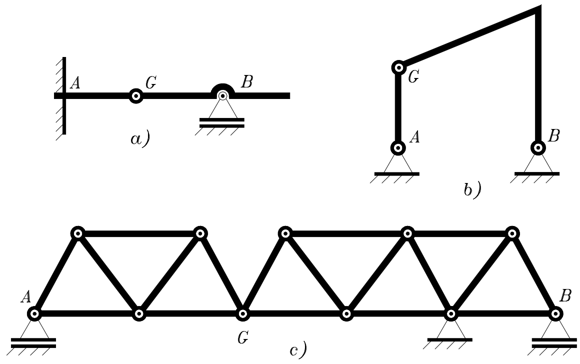




3) Konzola

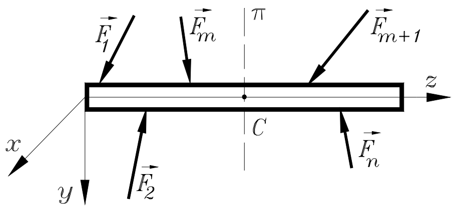
4) Okvirni nosač (ram)

5) Rešetkasti nosač (rešetka)

Neki tipovi složenih, ravnih, linijskih, okvirnih i rešetkastih nosača (*Gerberovi* nosači)




## Osnovne statičke veličine u poprečnom preseku nosača

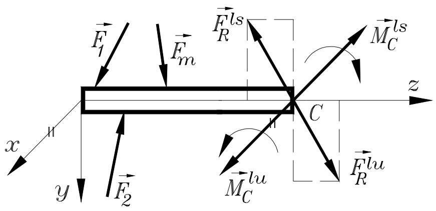


$$(\vec{F}_1,\vec{F}_2,\ldots,\vec{F}_j,\ldots,\vec{F}_m,\vec{F}_{m+1},\ldots,\vec{F}_k,\ldots,\vec{F}_n)\sim 0$$

$$(\vec{F}_1,\vec{F}_2,\ldots,\vec{F}_j,\ldots,\vec{F}_m)\sim(\vec{F}_R^{ls};\vec{M}_C^{ls})$$

$$\vec{F}_R^{ls}=\sum_{j=1}^{m}\vec{F}_j$$

$$\vec{M}_C^{ls}=\sum_{j=1}^{m}\vec{M}_c(\vec{F}_j)$$



$$(\vec{F}_R^{ls};\vec{M}_C^{ls},\vec{F}_R^{lu};\vec{M}_C^{lu})\sim 0$$

$$\vec{F}_R^{ls}+\vec{F}_R^{lu}=0$$

$$\vec{M}_C^{ls}+\vec{M}_C^{lu}=0$$

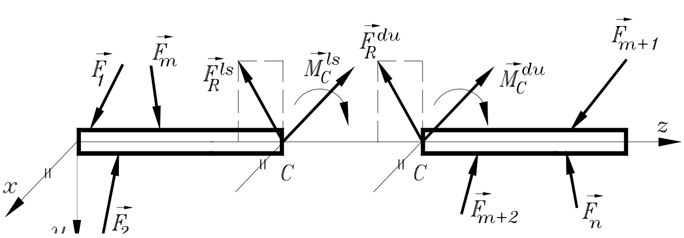
$$(\vec{F}_{m+1},\vec{F}_{m+2},\ldots,\vec{F}_k,\ldots,\vec{F}_n)\sim(\vec{F}_R^{ds};\vec{M}_C^{ds})$$

$$\vec{F}_R^{ds}=\sum_{k=m+1}^{n}\vec{F}_k$$

$$\vec{M}_C^{ds}=\sum_{k=m+1}^{n}\vec{M}_c(\vec{F}_k)$$

$$\vec{F}_R^{ds}+\vec{F}_R^{du}=0$$

$$\vec{M}_C^{ds}+\vec{M}_C^{du}=0$$



$$\vec{F}_R^{s}=\vec{F}_R^{ls}+\vec{F}_R^{ds}=0$$

$$\vec{M}_C^{s}=\vec{M}_C^{ls}+\vec{M}_C^{ds}=0$$

$$\vec{F}_R^{lu}=-\vec{F}_R^{ls}=-(-\vec{F}_R^{ds})=\vec{F}_R^{ds}$$

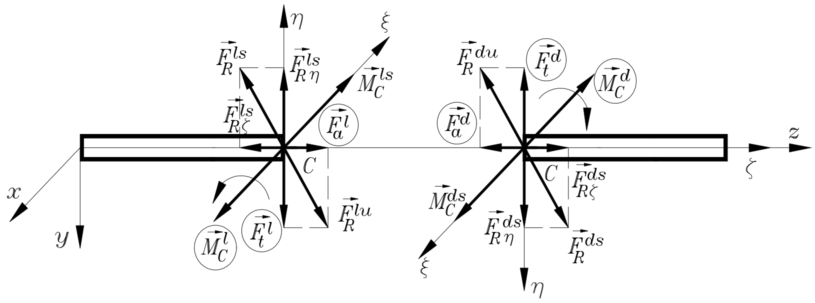
$$\vec{M}_C^{lu}=\vec{M}_C^{ds}$$

$$\vec{F}_R^{du}=\vec{F}_R^{ls}$$

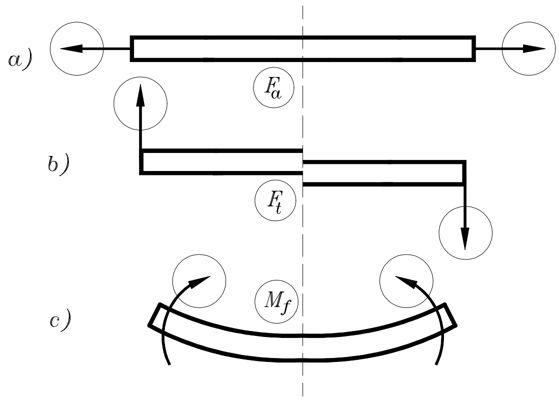
$$\vec{M}_C^{du}=\vec{M}_C^{ls}$$

$$\vec{F}_R^{lu}=\vec{F}_a^{l}+\vec{F}_t^{l},\qquad \vec{F}_R^{du}=\vec{F}_a^{d}+\vec{F}_t^{d}$$

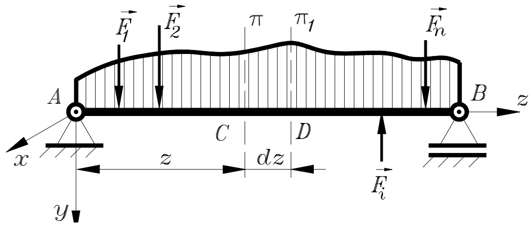
Komponenta unutrašnjih sila $\vec{F}_a$ naziva se aksijalna (podužna) sila, a komponenta $\vec{F}_t$ naziva se transverzalna (poprečna) sila. Vektor momenta sprega $\vec{M}_C$ upravan je na ravan dejstva svih sila i naziva se napadni moment (moment savijanja), a obeležava se sa $\vec{M}_f$. Veličine $\vec{F}_a$, $\vec{F}_t$ i



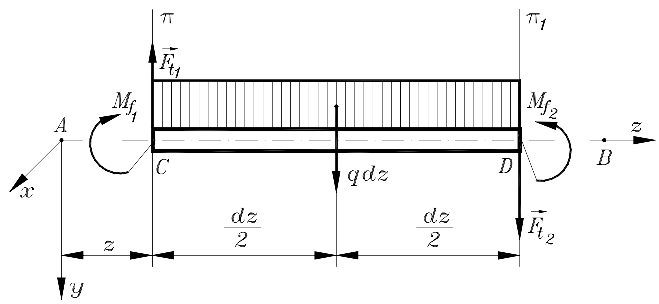

$\vec{M}_f$ nazivaju se osnovne statičke veličine u poprečnom preseku ravnog nosača.




## Diferencijalne veze između momenta savijanja, transverzalne sile i specifičnog opterećenja




Između specifičnog opterećenja $q$, transverzalne sile $F_t$ i momenta savijanja $M_f$, na nekom delu nosača, mogu se uspostaviti diferencijalne veze. Neka se posmatra prosta gredu $AB$ opterećena specifičnim opterećenjem i poprečnim koncentrisanim opterećenjima, upravnim na pravac grede.




$$\sum Y_i = 0;$$

$$-F_t + qdz + F_t + dF_t = 0$$

$$\sum M_{Dx}(\vec{F}_i) = 0;$$

$$-M_f - F_t dz + qdz\frac{dz}{2} + M_f + dM_f = 0$$

$$\frac{dF_t}{dz} = -q(z)$$

$$\frac{dM_f}{dz} = F_t(z))$$

$$\frac{d^2 M_f}{dz^2} = -q(z)$$

$$\int_{F_t(z_0)}^{F_t(z)} dF_t = -\int_{z_0}^{z} q(z)dz$$

$$F_t = -\int_{z_0}^{z} q(z)dz + F_{t|z_0}$$

$$M_f = \int_{z_o}^{z} F_t(z)dz + M_{f|z_0}$$

***a)*** ako u posmatranom polju nema kontinualnog opterećenja, tj, $q = 0$

$$F_t = F_{t|z_0} = const.$$

***b)*** ako je u posmatranom polju kontinualno opterećenje stalno, tj. $q = const. = C$

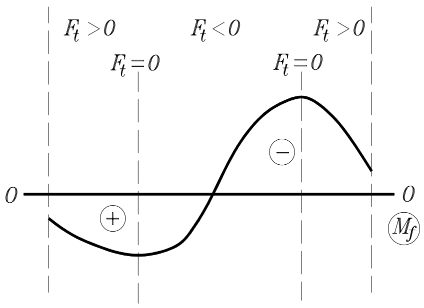
$$F_t = -\int_{z_0}^{z} Cdz + F_{t|z_0}$$

$$F_t = -C(z - z_0) + F_{t|z_0}$$

***c)*** ako je $q = C_1 z \ (C_1 = const.)$

$$F_t = -\int_{z_0}^{z} C_1 zdz + F_{t|z_0}$$

$$F_t = -\frac{C_1}{2}(z^2 - z_0^2) + F_{t|z_0})$$




***A)*** Ako je u posmatranom polju $F_t = 0$

$$M_f = M_{f|z_0} = const.$$

***B)*** Ako je u posmatranom polju $F_t = const. = A$

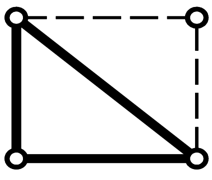
$$M_f = \int_{z_0}^{z} Adz + M_{f|z_0}$$

$$M_f = A(z - z_0) + M_{f|z_0}$$

***C)*** Ako se u nekom polju $F_t = A_1 z$ $(A_1 = const.)$

$$M_f = \frac{A_1}{2}(z^2 - z_0^2) + M_{f|z_0}$$

## Ravni rešetkasti nosači



Kruta konstrukcija sastavljena od lakih štapova, međusobno zglobno vezanih, naziva se <u>rešetkasti nosač</u> ili <u>rešetka</u>. Rešetka je <u>ravna</u> ako svi štapovi pripadaju jednoj ravni, a <u>prostorna</u> ako to nije slučaj. Zglobne veze između štapova nazivaju se <u>čvorovi</u> i uzima se da su rešetke opterećene samo u čvorovima. Težine štapova se zanemaruju u odnosu na opterećenja koja nose, tako da pri proračunu rešetke smatra se da su štapovi rešetke opterećeni samo na pritisak ili istezanje.

$$s = 2n - 3$$

Složena ravna rešetka, koja ima $g$ - *Gerberovih* zglobova,

$$s = 2n - 3 - g$$

## Određivanje sila u štapovima metodom ravnoteže čvorova

$\vec{S}_i = -\vec{S}_i'$

$\sum Y_i = 0$ i $\sum Z_i = 0$

Iz uslova ravnoteže tela na koji deluje sistem sučeljnih sila mogu se izvesti sledeći zaključci:

- ako rešetka ima čvorove koji povezuju samo dva štapa različitih pravaca, tada su sile u oba štapa jednake nuli,
- ako se u jednom čvoru spajaju tri štapa, od kojih su dva istog pravca, tada su sile u ta dva štapa istih intenziteta i suprotnih smerova, a sila u trećem štapu je jednaka nuli.

Osim analitičkim, sile u štapovima mogu se odrediti i geometrijskim i grafičkim postupkom. U oba slučaja treba nacrtati onoliko poligona sila koliko ima čvorova u rešetki i pri tome se sila u svakom od štapova pojavljuje dva puta. To je ujedno i glavni nedostatak metode čvorova. Ovaj nedostatak se ne pojavljuje u *Kremoninoj* metodi, koja je zasnovana na konstrukciji poligona sila koji objedinjuje sve poligone pojedinačnih čvorova. Međutim, i ova metoda ima nedostataka, kao što su:

- ne može se direktno naći unutrašnja sila u proizvoljnom štapu, već je potrebno konstruisati ceo poligon sila;
- ne mogu se odrediti sile u štapovima ako ih u jednom čvoru ima više od dve čiji su intenziteti nepoznati.

## Određivanje sila u štapovima *Riterovom* metodom

Riterova metoda je analitička metoda i pogodna je za nalaženje sile u jednom štapu ili ograničenom broju štapova (najviše tri).

Kao i u prethodnoj metodi, rešetka se najpre oslobodi veza, a njihovo dejstvo se zameni reakcijama veza. Rešetka se, zatim, u mislima preseca na dva dela tako da se među presečenim štapovima nalazi onaj čija sila u štapu se izračunava i najviše još dva štapa. Nakon toga bira se deo rešetke koji će biti posmatran, a uticaj odbačenog dela se zamenjuje odgovarajućim silama.

Posmatrani deo rešetke nalazi se u ravnoteži pod dejstvom sila u presečenim štapovima i ostalih sila koje deluju na ovaj deo rešetke. Za njih se može postaviti jedan od tri oblika uslova ravnoteže ravnog sistema sila iz kojih se nalaze nepoznate sile u presečenim štapovima.