

## MEHANIKA

Mehanika je nauka koja proučava opšte zakone mehaničkih kretanja i ravnoteže mehaničkih objekata.

Pod mehaničkim kretanjem podrazumeva se promena položaja (pomeranje) jednog mehaničkog objekta (telo, tačka) u odnosu na drugi (osnovni, referentni) u toku vremena.

Teorijska mehanika se obično deli na statiku, kinematiku i dinamiku.

Statika je deo mehanike koji se bavi proučavanjem opštih uslova ravnoteže, odnosno, mirovanja materijalnih mehaničkih objekata koji su izloženi dejstvu drugih objekata.

Osnovni pojmovi u statici su: tačka, prava, ravan (prostor preuzet iz geometrije) i sila.

Kinematika proučava kretanje mehaničkih objekata sa geometrijskog stanovišta ne ulazeći u uzroke koji to kretanje izazivaju. Za razliku od statike, u kinematici se pojam sile ne koristi, a uvodi se pojam vremena.

Dinamika proučava kretanje mehaničkih objekata uzimajući u obzir njihovu materijalnost kao i uzroke koji izazivaju to kretanje. Pored svih navedenih pojmova u statici i kinematici, u dinamici se uvodi i novi pojam mase.

Umesto razmatranja realnih tela, u mehanici se najčešće proučavaju uprošćeni modeli stvarnih objekata. Najčešće korišćeni modeli su: materijalna tačka i kruto telo.

Geometrijska tačka koja može da se smatra zastupnikom celog tela, zadržavajući bitna svojstva tela koje zastupa, naziva se materijalna tačka. Ili kratko, materijalna tačka je geometrijska tačka kojoj se pridodaje masa.

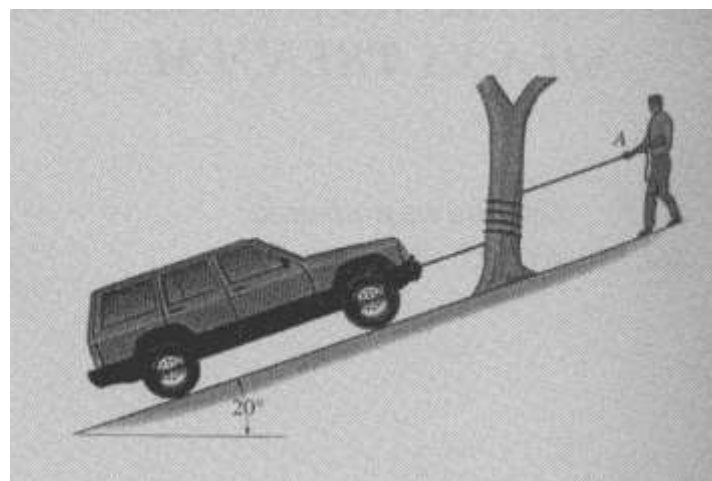
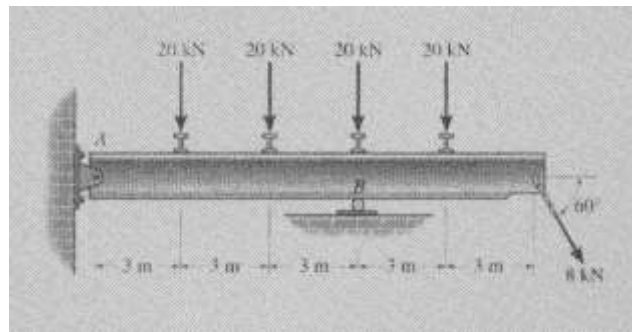
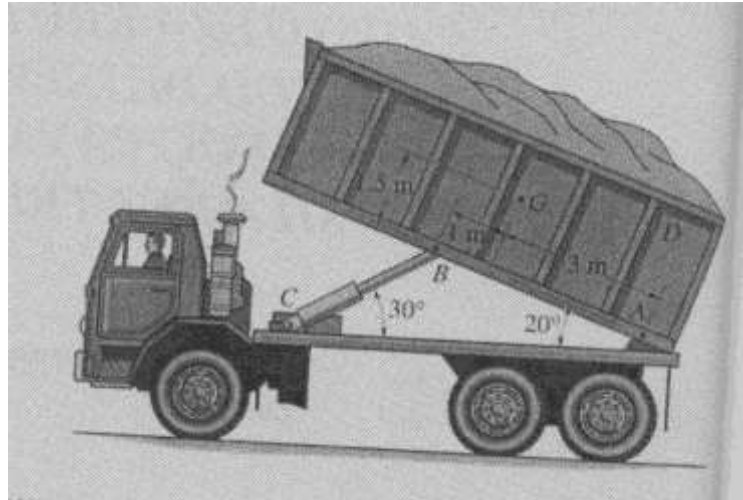
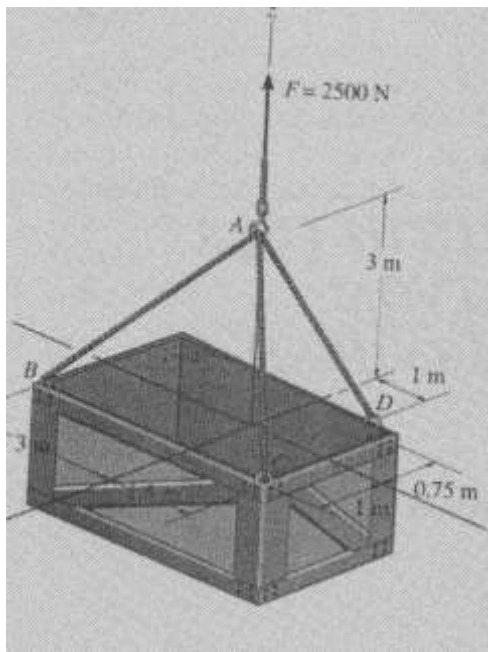
Kruto telo je materijalno telo koje ne menja svoj geometrijski oblik i zapreminu (ne deformiše se) pri dejstvu drugih tela.

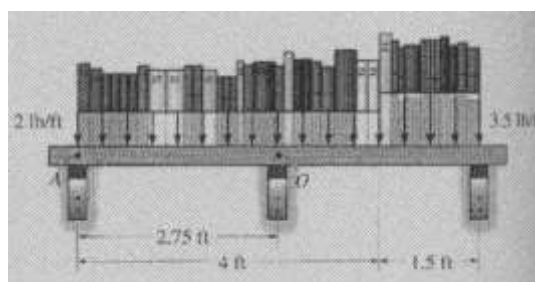
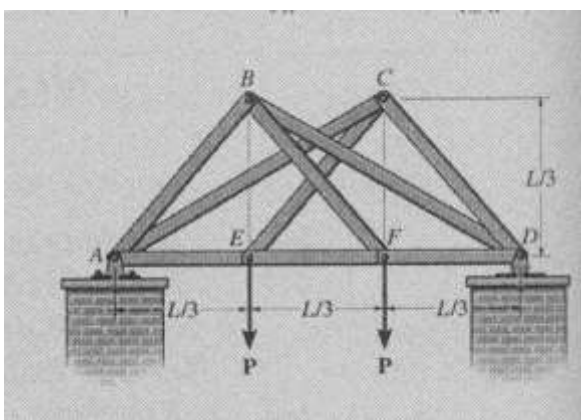
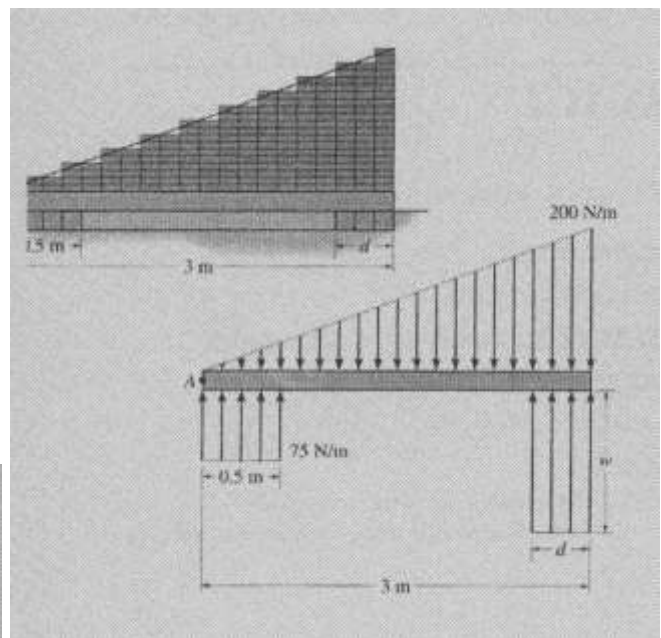
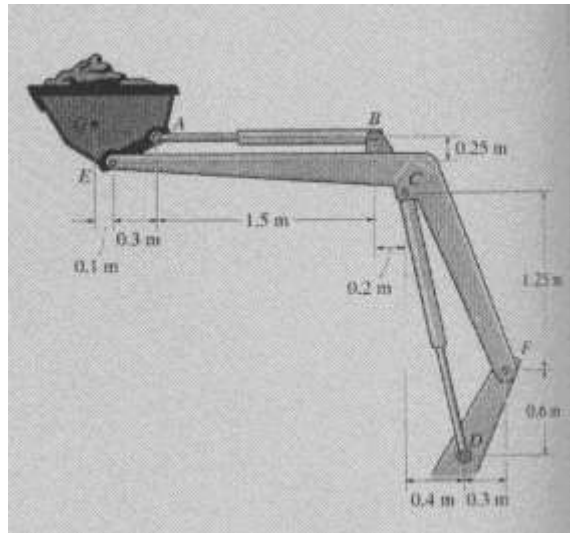
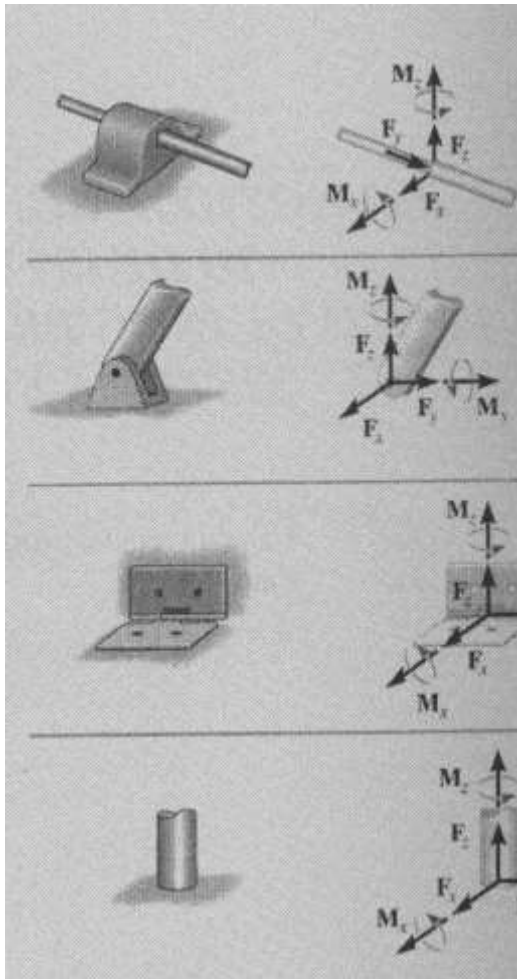
Koordinatni sistemi ili sistemi referencije su geometrijski objekti u odnosu na koje se određuju položaji objekata u prostoru.

Kretanje tela u odnosu na apsolutno nepokretni koordinatni sistem naziva se apsolutno kretanje. Kretanje tela u odnosu na pokretan koordinatni sistem naziva se relativno kretanje.

## Osnovni zadaci statike

1. svođenje datog sistema sila na prostiji, njemu ekvivalentan sistem sila;
2. određivanje uslova ravnoteže sistema sila koji deluje na posmatrano telo.





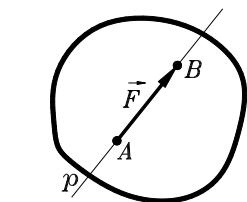
## Sila

Veličina koja karakteriše količinsku meru mehaničkog međudejstva između materijalnih tela, naziva se sila.

Mehanička dejstva između tela različita su po svojoj prirodi i mogu se ostvariti na sledeća dva načina:

- direktnim dodirrom tela preko površina kojima se tela dodiruju;
- međudejstvom (interakcijom) između tela kada se ona nalaze na izvesnom rastojanju.

Sila je vektorska veličina. To znači da se sila predstavlja jednom orijentisanom duži, koja je u potpunosti određena početnom  $A$  i krajnjom tačkom  $B$ . Dužina te orijentisane duži u određenoj razmeri predstavlja intenzitet (brojnu vrednost, modul) sile. Sila se kao vektorska veličina može označavati velikim slovom latinice, npr.  $\vec{F}$ , a intenzitet sile se može označavati istim velikim slovom  $F$  ili  $|\vec{F}|$ .



Prava  $p$ , koja je nosač vektora sile, naziva se napadna linija (linija dejstva) sile. Tačka u kojoj sila deluje na telo naziva se napadna tačka sile.

Jedinica sile u međunarodnom sistemu jedinica je *Njutn*:  $1N = 1kg \frac{m}{s^2}$ . To je sila koja masi od jednog kilograma daje ubrzanje od jednog metra u sekundi na kvadrat.

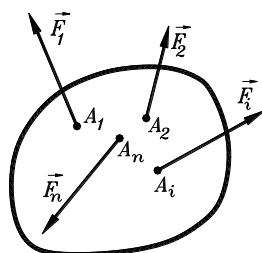
Postoji više podela sile koje deluju na telo.

- površinske i
- zapreminske.

ili na

- spoljašnje i
- unutrašnje.

## Sistem sila. Rezultanta. Uravnotežavajuća sila



Sistem sila je skup svih sila koje deluju na telo.

Sistem sila može biti:

- prostorni i
- ravan.

Moguće je sistem sila podeliti i na:

- sučeljan,
- paralelan i
- proizvoljan.

Ako se sistem od  $n$  sila, koje deluju na telo, zameni drugim sistemom od  $m$  sila, a pri tome ne dođe do promene stanja mirovanja ili kretanja tela, za takva dva sistema sila kaže se da su ekvivalentni. Ta činjenica izražava se na sledeći način

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_m)$$

Ako se telo nalazi u stanju mirovanja, ili ravnomernog pravolinijskog kretanja, a na njega deluje neki sistem sila, onda takav sistem sila nazivamo uravnotežen

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0.$$

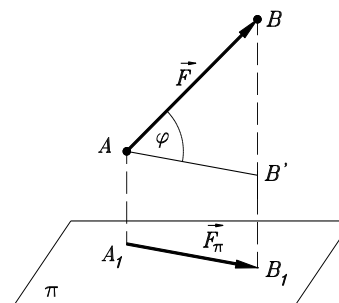
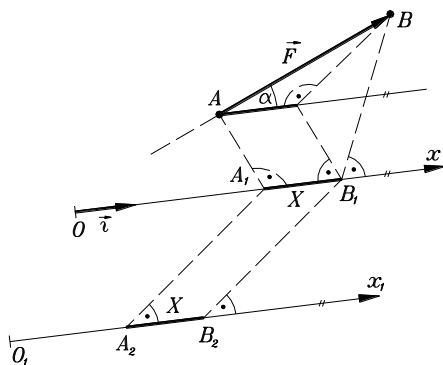
Ako je dati sistem sila koji deluje na telo ekvivalentan samo jednoj sili, onda se ta sila zove rezultanta datog sistema sila.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{F}_r$$

Ako može da se nađe takva sila ( $\vec{F}_r^I$ ), koja pridodata nekom sistemu sila koji deluje na telo, čini taj sistem uravnoteženim, tada se ta sila naziva uravnotežavajuća sila datog sistema sila i važi

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n, \vec{F}_r^I) \sim 0$$

## Ortogonalna projekcija sile na osu i ravan



Ortogonalna (normalna) projekcija sile na osu je skalarna veličina koja je jednaka proizvodu intenziteta sile i kosinusa ugla koji sila zaklapa sa osom.

Ortogonalna projekcija  $X$  sile  $\vec{F} = \overrightarrow{AB}$  na osu  $Ox$ , koja je određena svojim jediničnim vektorom  $\vec{i}$  data je izrazom

$$X = F \cos \alpha = u_F \overrightarrow{AB} \cos \alpha = u_F (x_B - x_A)$$

ili

$$\vec{F} \cdot \vec{i} = |\vec{F}| |\vec{i}| \cos \angle(\vec{F}, \vec{i}) = F \cos \alpha,$$

tj. projekcija sile na osu jednaka je i skalarnom proizvodu vektora sile i jediničnog vektora te ose.

$$\begin{array}{lll} X > 0 & \text{ako je} & 0 \leq \alpha < 90^\circ \\ X = 0 & \text{ako je} & \alpha = 90^\circ \\ X < 0 & \text{ako je} & 90^\circ < \alpha \leq 180^\circ. \end{array}$$

Projekcija sile na ravan je vektor koji za početnu i krajnju tačku ima ortogonalne projekcije početne i krajnje tačke sile na tu ravan.

Iz prethodne definicije sledi da se za projekciju  $\vec{F}_\pi$  sile  $\vec{F}$  na ravan  $\pi$  može pisati

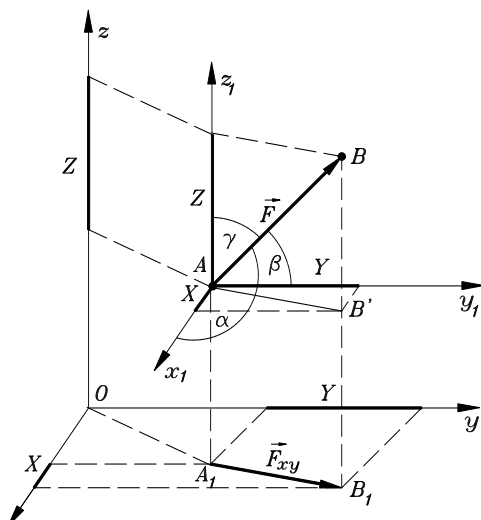
$$\vec{F}_\pi = \overrightarrow{A_1 B_1},$$

tj.

$$F_\pi = F \cos \varphi.$$

## Analitički način određivanja sile

Za silu određenu preko projekcija u odnosu na izabrani koordinatni sistem kaže se da je analitički određena.



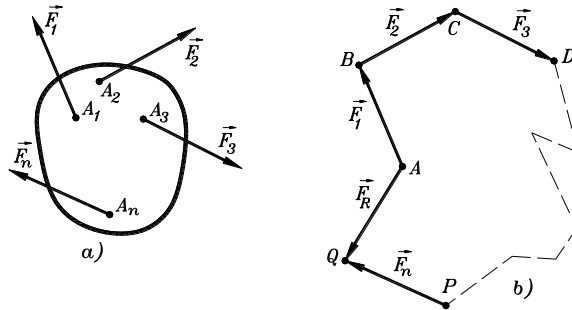
$$\begin{aligned} X &= F \cos \alpha = u_F \overrightarrow{AB} \cos \alpha = u_F (x_B - x_A), \\ Y &= F \cos \beta = u_F \overrightarrow{AB} \cos \beta = u_F (y_B - y_A), \\ Z &= F \cos \gamma = u_F \overrightarrow{AB} \cos \gamma = u_F (z_B - z_A), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= +\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \\ \cos \alpha &= \frac{x_B - x_A}{AB} = \frac{X}{F}, \\ \cos \beta &= \frac{y_B - y_A}{AB} = \frac{Y}{F}, \\ \cos \gamma &= \frac{z_B - z_A}{AB} = \frac{Z}{F}. \end{aligned}$$

## Glavni vektor. Poligon sila.

Glavni vektor sistema sila jednak je vektorskom zbiru svih sila sistema, tj.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$



**Teorema:** Projekcija glavnog vektora sistema sila na osu jednaka je algebarskom zbiru projekcija svih sila na tu osu.

## Analitički način određivanja glavnog vektora

$$X_R = \sum_i X_i, \quad Y_R = \sum_i Y_i, \quad Z_R = \sum_i Z_i.$$

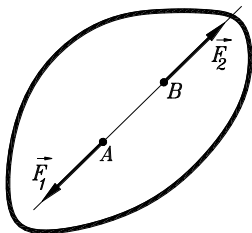
$$F_R = \sqrt{X_R^2 + Y_R^2 + Z_R^2}$$

$$\cos \alpha_R = \frac{X_R}{F_R}, \quad \cos \beta_R = \frac{Y_R}{F_R}, \quad \cos \gamma_R = \frac{Z_R}{F_R}$$

## Aksiome statike

Prva aksioma:

Da bi kruto telo, na koje deluju dve sile, bilo u ravnoteži, potrebno je da te sile imaju zajedničku napadnu liniju, jednake intenzitete i suprotne smerove.



Sistem ove dve sile čini osnovni sistem uravnoteženih sila.

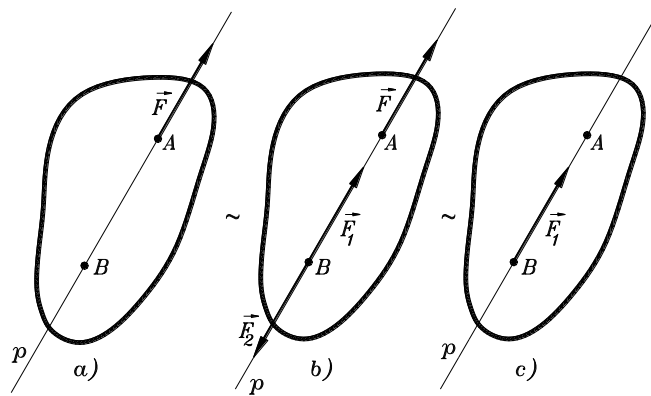
Druga aksioma:

Dejstvo datog sistema sila na kruto telo neće se promeniti ako mu se doda ili oduzme uravnoteženi sistem sila.

Posledica prve i druge aksiome:

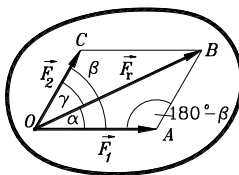
Dejstvo date sile na kruto telo ne menja se ako se napadna tačka sile pomeri duž napadne linije sile, a pri tome se ne promene ni pravac, ni smer ni intenzitet sile.

Sila koja deluje na kruto telo je klizni (klizeći) vektor.

Treća aksioma:

Sistem od dve sile koje deluju u istoj tački krutog tela ima rezultantu koja je jednaka vektorskom zbiru tih sila i koja sadrži napadnu tačku tih sila.

Intenzitet ove rezultante može se odrediti primenom kosinusne teoreme



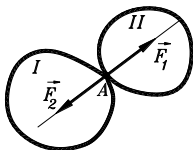
$$F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\beta},$$

a pravac i smer primenom sinusne teoreme

$$\frac{F_1}{\sin\gamma} = \frac{F_2}{\sin\alpha} = \frac{F_r}{\sin(180^\circ - \beta)}$$

Četvrta aksioma:

Dva materijalna tela deluju jedno na drugo silama koje imaju isti intenzitet, zajedničku napadnu liniju, a suprotne smerove. Ove dve sile, obzirom da ne deluju na jedno telo, ne čine osnovni uravnoteženi sistem sila.

Peta aksioma: (aksioma o ukrućivanju ili solidifikaciji)

Ako se deformabilno telo nalazi u ravnoteži pod dejstvom datog sistema sila, to stanje se neće promeniti ako deformabilno telo postane kruto.



## Vezano telo. Reakcije veza

Telo čije je kretanje delimično ili potpuno ograničeno dejstvom drugih tela naziva se vezano telo.

Sila kojom vezano telo deluje na vezu naziva se sila pritiska na vezu, a sila kojom veza deluje na dato telo, naziva se reakcija veze.

Veze mogu biti:

- idealne i
- neidealne (realne),
- ili
- spoljašnje i
- unutrašnje.

Na osnovu prethodnog, moguće je izvršiti još jednu podelu sila i to na:

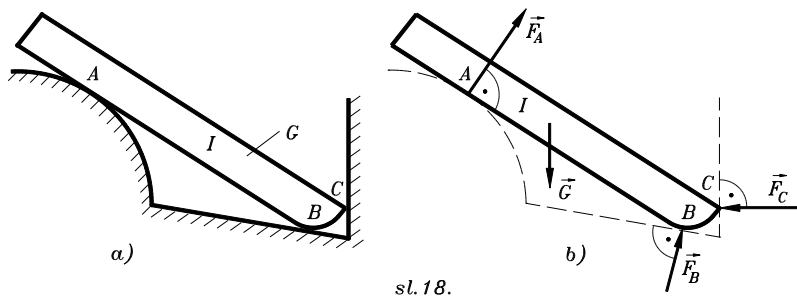
- aktivne i
- pasivne (reakcije veza).

## Princip oslobađanja od veza

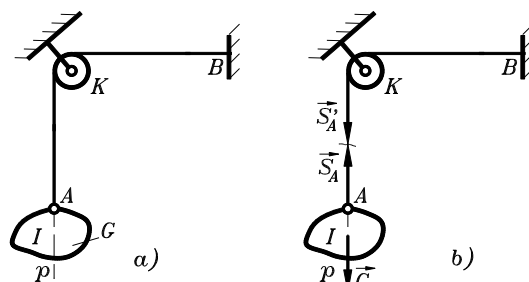
*Svako neslobodno (vezano) telo može se posmatrati kao slobodno, ako se veze uklone i dejstvo veza na telo zameni reakcijama veza.*

## Tipovi idealnih veza

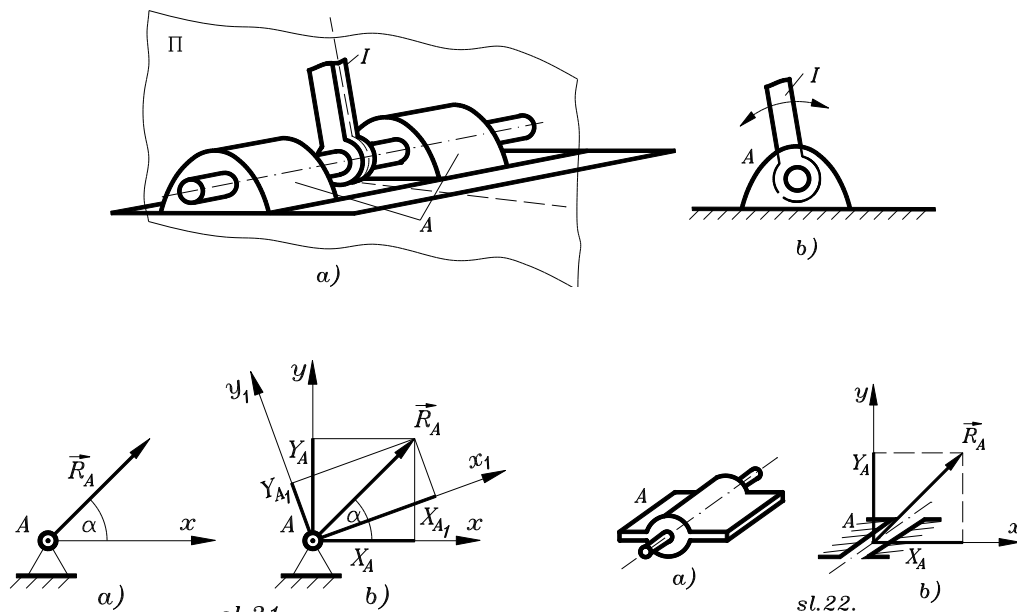
### 1. Idealno glatka površ



### 2. Uže

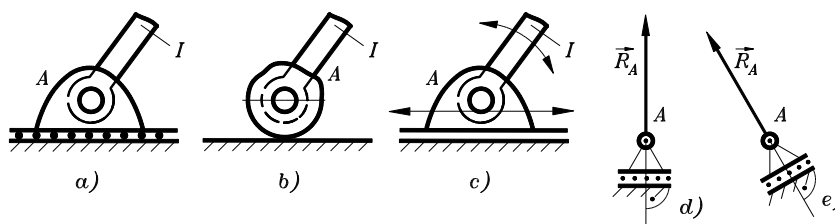


### 3. Nepokretan oslonac (cilindrično ležište)



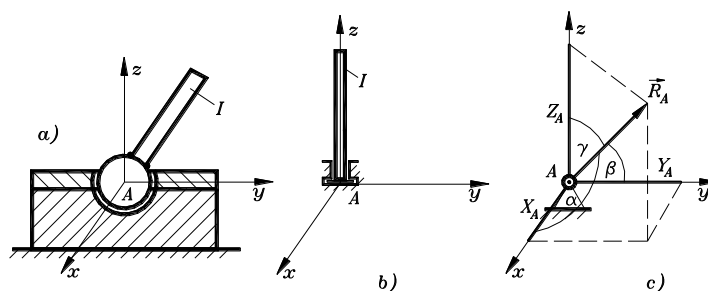
$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{Y_A}{X_A}$$

### 4. Pokretan oslonac



### 5. Sferni zglob

- podvrsta- potporno ležište (sl. b)



$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2},$$

$$\cos \alpha = \frac{X_A}{R_A}, \quad \cos \beta = \frac{Y_A}{R_A}, \quad \cos \gamma = \frac{Z_A}{R_A}.$$

6. Laki štap

