Универзитет у Београду
Машински факултет
Катедра за Механику
ул. Краљице Марије 16, 11120 Београд

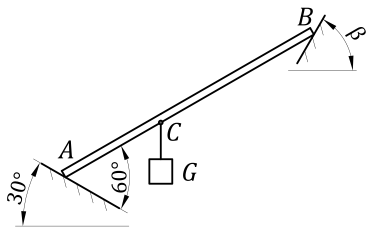
Механика 1

Октобарски испитни рок 2021. – група 1

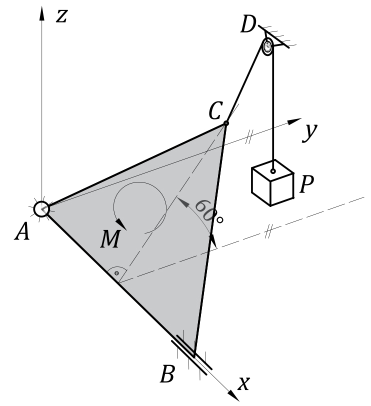
1. Лака греда AB дужине l, ослоњена је крајем A на глатку стрму раван која са хоризонталом гради угао од $30°$, а крајем B на глатку стрму раван која са хоризонталом гради угао β. Греда у тачки A са стрмом равни заклапа угао од $60°$. У тачки C греде закачен је терет тежине G. Дато је да је $\overline{AC} = \frac{2l}{3+\sqrt{3}}$. Одредити угао β како би положај греде приказан на слици био равнотежан. Одредити све реакције веза. Задатак решити применом теореме о три непаралелне силе.

2. Хомогена плоча ABC, тежине G, странице a, облика једнакостраничног троугла, заклапа угао од $60°$ са хоризонталном равни Axy. У равни плоче делује спрег сила интензитета момента $M = \frac{a}{2}G$, смера као на слици. Плоча се у положају равнотеже одржава помоћу сферног лежишта A, цилиндричног лежишта B и ужета пребаченог преко котура D занемарљивих димензија, за чији крај је закачен терет P. Координате центра котура D су $\left(\frac{a+a\sqrt{3}}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{4}, \frac{5a}{4}\right)$. Одредити тежину терета P како би положај плоче приказан на слици био равнотежан и одредити реакције свих веза.

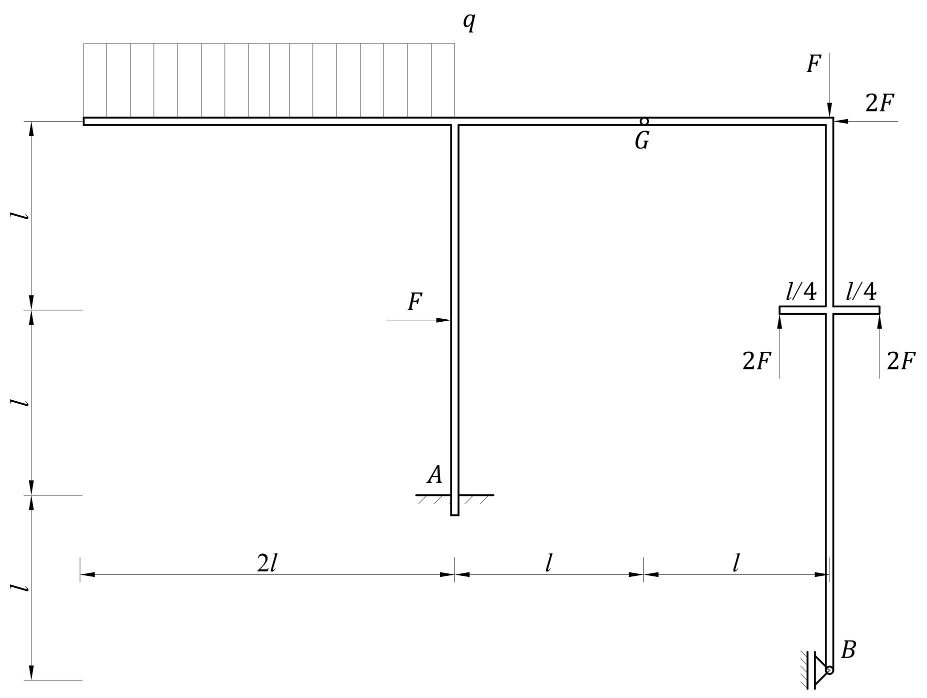
3. За оквирни герберов носач, оптерећен као на слици, ако је $F = ql$, нацртати основне статичке дијаграме.



Слика уз задатак 1.



Слика уз задатак 2.



Слика уз задатак 3.

Формулар са задацима обавезно предати са испитном свеском.

Универзитет у Београду
Машински факултет
Катедра за Механику
ул. Краљице Марије 16, 11120 Београд

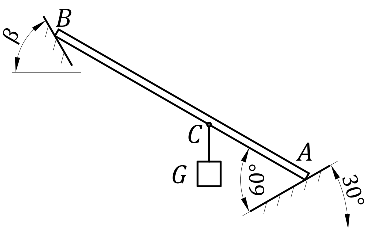
<u>Механика 1</u>

Октобарски испитни рок 2021. – група 2

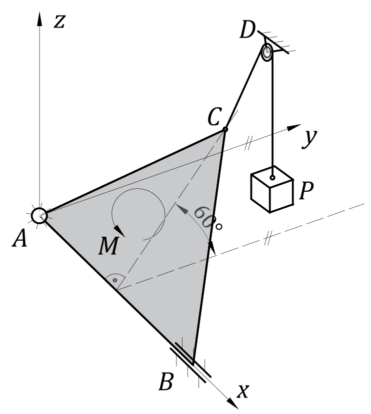
1. Лака греда AB дужине l, ослоњена је крајем A на глатку стрму раван која са хоризонталом гради угао од $30°$, а крајем B на глатку стрму раван која са хоризонталом гради угао β. Греда у тачки A са стрмом равни заклапа угао од $60°$. У тачки C греде закачен је терет тежине G. Дато је да је $\overline{AC} = \frac{2l}{3+\sqrt{3}}$. Одредити угао β како би положај греде приказан на слици био равнотежан. Одредити све реакције веза. Задатак решити применом теореме о три непаралелне силе.

2. Хомогена плоча ABC, тежине G, странице a, облика једнакостраничног троугла, заклапа угао од $60°$ са хоризонталном равни Axy. У равни плоче делује спрег сила интензитета момента $M = \frac{a}{2}G$, смера као на слици. Плоча се у положају равнотеже одржава помоћу сферног лежишта A, цилиндричног лежишта B и ужета пребаченог преко котура D занемарљивих димензија, за чији крај је закачен терет P. Координате центра котура D су $\left(\frac{a+a\sqrt{3}}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{4}, \frac{5a}{4}\right)$. Одредити тежину терета P како би положај плоче приказан на слици био равнотежан и одредити реакције свих веза.

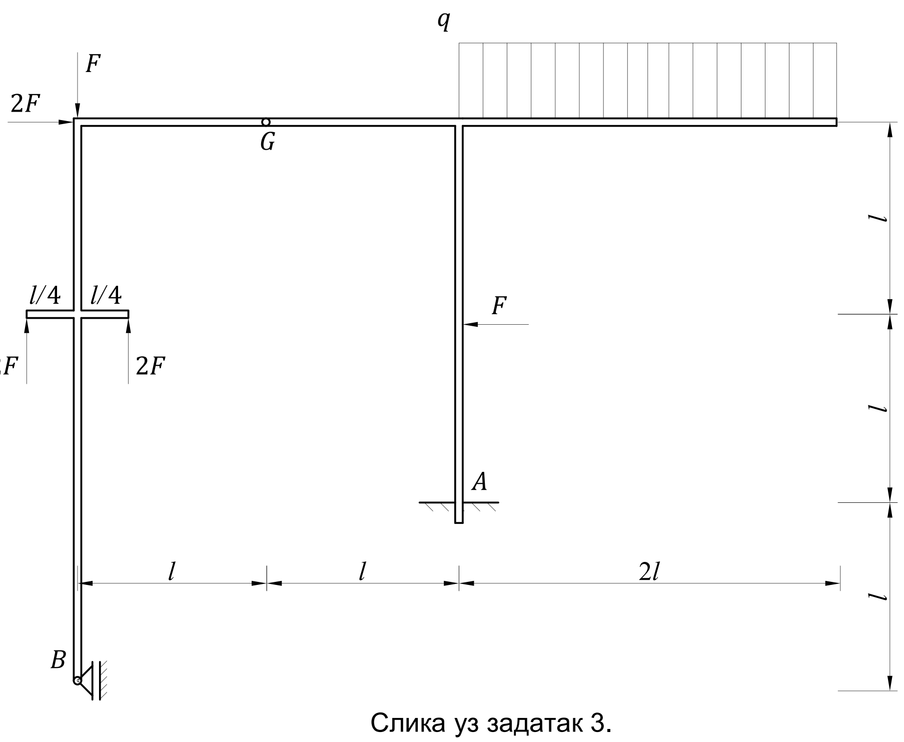
3. За оквирни герберов носач, оптерећен као на слици, ако је $F = ql$, нацртати основне статичке дијаграме.



Слика уз задатак 1.



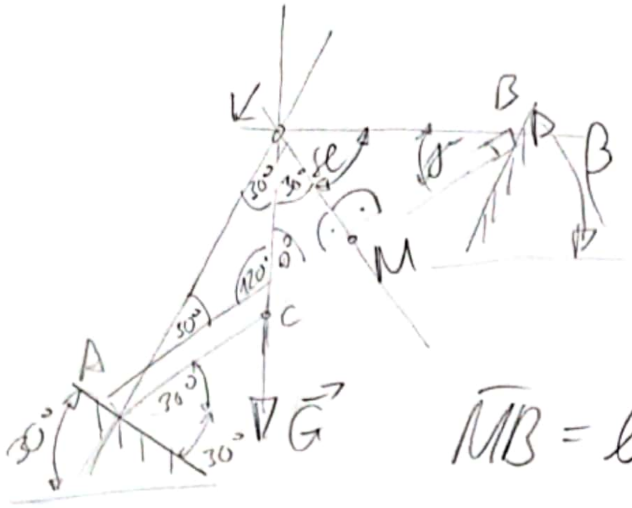
Слика уз задатак 2.



Слика уз задатак 3.

Формулар са задацима обавезно предати са испитном свеском.

(1)



$\overline{AC} = \overline{CK}$

$\overline{CM} = \overline{CK} \cdot \cos 60^\circ =$

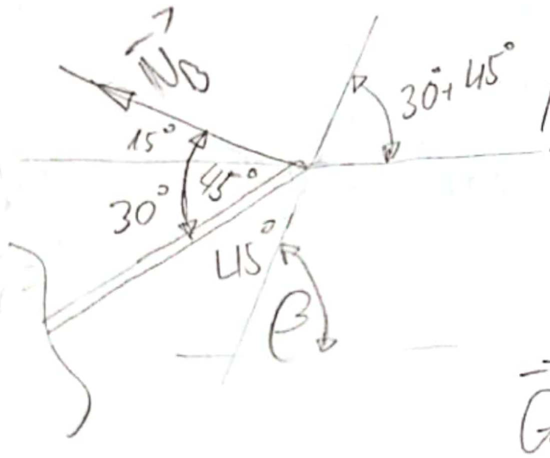
$= \frac{2l}{3+\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{l}{3+\sqrt{3}}$

$\overline{MB} = l - \overline{CM} - \overline{AC} =$

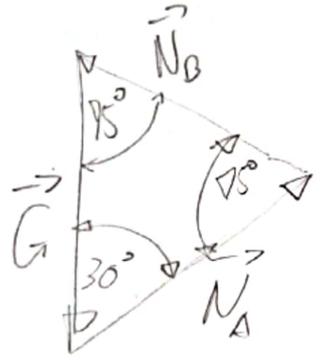
$= l - \frac{l}{3+\sqrt{3}} - \frac{2l}{3+\sqrt{3}} = \frac{3l + \sqrt{3}l - 3l}{3+\sqrt{3}}$

$\overline{MB} = \frac{\sqrt{3}l}{3+\sqrt{3}}$

$\overline{KM} = \overline{CK} \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}l}{3+\sqrt{3}}$; $\overline{KM} = \overline{MB} \Rightarrow \varkappa = \gamma = 45^\circ$



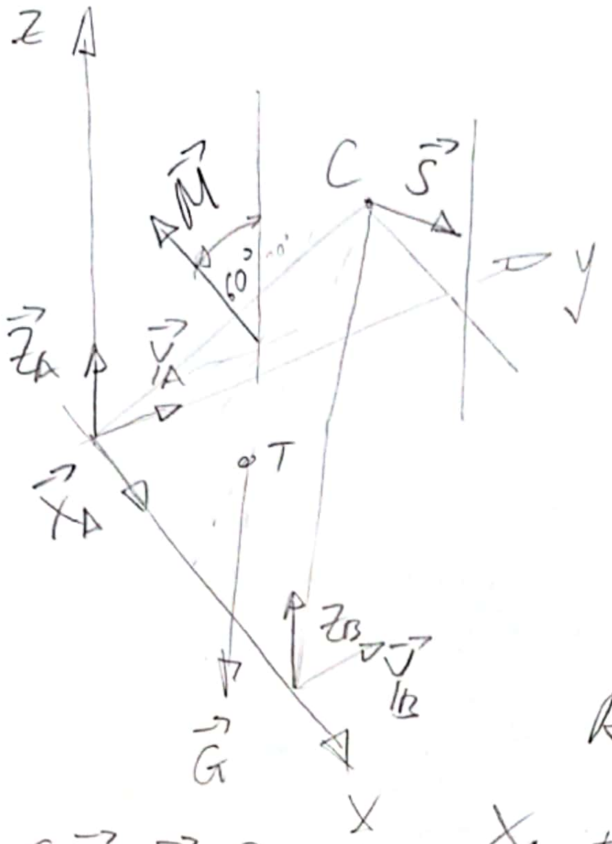
$\boxed{\beta = 75^\circ}$



$\boxed{N_A = G}$

$\boxed{L_@ \; ; \; E\frac{\sin 30^\circ}{\sin 75^\circ}}$

②



$$x_C = \frac{a}{2},\ y_C = \frac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\cos 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$z_C = \frac{a\sqrt{3}}{2}\sin 60^\circ = \frac{3}{4}a$$

$$\vec{CD} = (x_D - x_C)\vec{i} + (y_D - y_C)\vec{j} + (z_D - z_C)\vec{k}$$

$$= \left(\frac{a+a\sqrt{3}}{2} - \frac{a}{2}\right)\vec{i} + \left(\frac{a\sqrt{3}}{4} - \frac{a\sqrt{3}}{4}\right)\vec{j} + \left(\frac{5}{4}a - \frac{3}{4}a\right)\vec{k}$$

$$= \frac{a\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}a\vec{k}$$

$$\cos\alpha = \frac{x_{CD}}{|\vec{CD}|} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \cos\gamma = \frac{1}{2}$$

$$\vec{R_A} + \vec{R_B} + \vec{S} + \vec{G} = 0$$

$$\vec{r_B} = a\vec{i},\ \vec{r_T} = \frac{a}{2}\vec{i} + \frac{a\sqrt{3}}{12}\vec{j} + \frac{a}{4}\vec{k}$$

$$\vec{r_C} = \frac{a}{2}\vec{i} + \frac{a\sqrt{3}}{4}\vec{j} + \frac{3}{4}a\vec{k}$$

$$X_A + \frac{\sqrt{3}}{2}S = 0 \ldots (1)$$

$$Y_A + Y_B = 0 \ldots (2)$$

$$Z_A + Z_B - G + \frac{1}{2}S = 0 \ldots (3)$$

$$\overset{=0}{\vec{M_A}(\vec{R_A})} + \vec{M_A}(\vec{R_B}) + \vec{M_A}(\vec{S}) + \vec{M_A}(\vec{G}) + \vec{M} = 0$$

$$\vec{M_A}(\vec{R_B}) = \vec{r_B}\times\vec{R_B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a & 0 & 0 \\ 0 & Y_B & Z_B \end{vmatrix} = -aZ_B\vec{j} + aY_B\vec{k}$$

$$\vec{M_A}(\vec{S}) = \vec{r_C}\times\vec{S} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{a}{2} & \frac{a\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4}a \\ \frac{\sqrt{3}}{2}S & 0 & \frac{1}{2}S \end{vmatrix} = \frac{a\sqrt{3}}{8}S\vec{i} - \left(\frac{a}{4}S - \frac{3\sqrt{3}}{8}aS\right)\vec{j} - \frac{3}{8}aS\vec{k}$$

$$= \frac{a\sqrt{3}}{8}S\vec{i} + \left(\frac{3\sqrt{3}-2}{8}\right)aS\vec{j} - \frac{3}{8}aS\vec{k}$$

$$\vec{M_A}(\vec{G}) = \vec{r_T}\times\vec{G} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{a}{2} & \frac{a\sqrt{3}}{12} & \frac{a}{4} \\ 0 & 0 & -G \end{vmatrix} = -\frac{a\sqrt{3}}{12}G\vec{i} + \frac{a}{2}G\vec{j}$$

$$\vec{M} = -M\sin 60^\circ\vec{j} + M\cos 60^\circ\vec{k} = -\frac{\sqrt{3}}{2}M\vec{j} + \frac{1}{2}M\vec{k}$$

$\Sigma M_{Ax} = 0 \quad \frac{a\sqrt{3}}{8} S - \frac{a\sqrt{3}}{12} G = 0 \ldots (4)$

$\Sigma M_{Ay} = 0 \quad -a Z_B + \left(\frac{3\sqrt{3}-2}{8}\right) a S + \frac{a}{2} G - \frac{\sqrt{3}}{2} M = 0 \ldots (5)$

$\Sigma M_{Az} = 0 \quad a Y_B - \frac{3}{8} a S + \frac{1}{2} M = 0 \ldots (6)$

iz (4) $\boxed{S = \frac{2}{3} G = P}$ iz (5) $\boxed{Z_B} = \frac{1}{a}\left(\left(\frac{3\sqrt{3}-2}{8}\right) a \cdot S + \frac{a}{2} G - \frac{\sqrt{3}}{2} M\right) =$

$= \frac{1}{a} \cdot \left(a \frac{3\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{2}{3} G - a \frac{2}{8} \cdot \frac{2}{3} G + \frac{3 \cdot a}{3 \cdot 2} G - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{aG}{2}\right) = \boxed{\frac{1}{3} G}$

iz (6) $\boxed{Y_B} = \frac{1}{a}\left(\frac{3}{8} a S - \frac{1}{2} M\right) = \frac{1}{a}\left(\frac{3}{8} a \cdot \frac{2}{3} G - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} a G\right) = \boxed{0}$

iz (2) $\boxed{Y_A = 0}$ iz (3) $\boxed{Z_A} = G - Z_B - \frac{1}{2} S = G - \frac{1}{3} G - \frac{1}{2} \frac{2}{3} G$

$\boxed{Z_A = \frac{1}{3} G}$

iz (1) $\boxed{X_A} = -\frac{\sqrt{3}}{2} S = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} G = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{3} G}$

Scanned with CamScanner

③ $\sum Z_i = 0 \quad Z_A + F - 2F - Z_B = 0$

$\sum Y_i = 0 \quad Y_A + q \cdot 2l + F - 4F = 0$

$\sum M_0^{F} = 0 \quad -Z_B \cdot 3l + 4Fl - Fl = 0$

$\sum M_L^{G} = 0 \quad +Y_A \cdot l + Z_A \cdot 2l - M_A + Fl + 2ql \cdot \frac{l}{2} = 0$

$\boxed{Z_B = F}$ $\boxed{Z_A = 2F}$ $\boxed{Y_A = F}$

$M_A = Y_A \cdot l + Z_A \cdot 2l + Fl + 4Fl =$

$= Fl + 4Fl + 5Fl = \boxed{10Fl}$