

Zadatak. Naći ugao između gradijenata skalarnog polja $U(x, y, z) = e^{\frac{xy^2}{z}}$ u tačkama $A(1, 1, -2)$ i $B(-2, 3, 5)$.

Rešenje. Gradijent datog polja je

$$\nabla U = \left(e^{\frac{xy^2}{z}} \cdot \frac{y^2}{z}, e^{\frac{xy^2}{z}} \cdot \frac{2xy}{z}, e^{\frac{xy^2}{z}} \cdot \left(-\frac{xy^2}{z^2} \right) \right) = e^{\frac{xy^2}{z}} \left(\frac{y^2}{z}, \frac{2xy}{z}, -\frac{xy^2}{z^2} \right),$$

dakle

$$\nabla U(A) = e^{-\frac{1}{2}} \left(-\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{4} \right), \quad \nabla U(B) = e^{-\frac{18}{5}} \left(\frac{9}{5}, -\frac{12}{5}, \frac{18}{25} \right).$$

Kosinus ugla između datih vektora je

$$\cos \varphi = \frac{e^{-\frac{1}{2} - \frac{18}{5}} \left(\left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{9}{5} + (-1) \cdot \left(-\frac{12}{5} \right) - \frac{1}{4} \cdot \frac{18}{25} \right)}{e^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2 + 1^2 + \left(\frac{1}{4} \right)^2} e^{-\frac{18}{5}} \sqrt{\left(\frac{9}{5} \right)^2 + \left(\frac{12}{5} \right)^2 + \left(\frac{18}{25} \right)^2}} = \dots$$

Jasno je da će se eksponencijalni deo potpuno skratiti jer se i u brojiocu i u imeniocu e zbirno stepenuje istim eksponentom.

Aleksandar Pejčev