

Математика 1 - први колоквијум (смене 3 и 9)
17.11.2023.

Група 1

1. Ако су дате тачке $B(1, 3, 20)$, $C(3, 1, 5)$, $D(3, 2, 2)$ и $A_1(4, 5, 2)$

(а) Одредити угао између вектора $\overrightarrow{BA_1}$ и \overrightarrow{DC} . (2p)

(б) Одредити запремину тетраедра A_1BCD , као и дужину његове висине из темена A_1 и координате подножја исте на раван BCD . (6p)

(в) Ако су тачке $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1$ и D_1 темена паралелоипеда са основом $ABCD$, одредити координате његова 4 преостала темена. (2p)

2. Доказати да за произвољна 3 вектора $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ у простору важи

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a}. \quad (6p)$$

3. Решити матричну једначину $XA - XB^{-1} - C = O$, где је O нула-матрица реда 3,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10p)$$

4. У зависности од реалног параметра a решити систем

$$\begin{aligned} x + (a+1)y + z &= 2a \\ x + y + z &= a \\ x + y + (a+1)z &= 0 \end{aligned} \quad (10p)$$

5. Написати једначину равни која садржи праву

$$p : \begin{cases} x + 5y + z = 0 \\ x - z + 4 = 0. \end{cases}$$

и са равни $\alpha: x - 4y - 8z + 12 = 0$ заклапа угао од 45 степени. (14p)

6. У зависности од реалног параметра p испитати коју криву описује једначина

$$px^2 + 4xy + y^2 + 2px - 2y + p = 0,$$

те је за $p = 4$ свести на канонски облик. (10p)

СРЕЋНО!!!

Математика 1 - први колоквијум (смене 3 и 9)
17.11.2023.

Група 2

1. Ако су дате тачке $B(3, 1, 20)$, $C(1, 3, 5)$, $D(2, 3, 2)$ и $A_1(5, 4, 2)$

(а) Одредити угао између вектора $\overrightarrow{BA_1}$ и \overrightarrow{DC} . (2p)

(б) Одредити запремину тетраедра A_1BCD , као и дужину његове висине из темена A_1 , као и координате подножја исте на раван BCD . (6p)

(в) Ако су тачке $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1$ и D_1 темена паралелоипеда са основом $ABCD$, одредити координате његова 4 преостала темена. (2p)

2. Доказати да за произвољна 3 вектора $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ у простору важи

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a}. \quad (6p)$$

3. Решити матричну једначину $A - XB + XC^{-1} = O$, где је O нула-матрица реда 3,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}. \quad (10p)$$

4. У зависности од реалног параметра a решити систем

$$\begin{aligned} x + y + (a+1)z &= 0 \\ x + (a+1)y + z &= 2a \\ x + y + z &= a \end{aligned} \quad (10p)$$

5. Написати једначину равни која садржи праву

$$p: \begin{cases} x + y + 5z = 0 \\ x - y + 4 = 0. \end{cases}$$

и са равни $\alpha: x - 8y - 4z + 12 = 0$ заклапа угао од 45 степени. (14p)

6. У зависности од реалног параметра p испитати коју криву описује једначина

$$-px^2 + 4xy + y^2 - 2px - 2y - p = 0,$$

те је за $p = -4$ свести на канонски облик. (10p)

СРЕЋНО!!!