

Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

1. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

a) $\rho'''e^{\frac{\rho}{3}} + \varphi = 0$, $\rho = \rho(\varphi)$, koje zadovoljava početne uslove $\rho(\pi/2) = 1$, $\rho'(\pi/2) = 0$, $\rho''(\pi/2) = -1$ (ukoliko takvo rešenje postoji); (4p)

b) $h = (H'')^2 + \frac{2}{H''}$, $H = H(h)$ koje zadovoljava početne uslove $H(3) = 1$, $H'(3) = 0$, uz uslov da je funkcija H konveksna (ako takvo rešenje postoji). (5p)

c) Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine $\theta(1 + \ln \theta)\theta'' = (\theta')^2 \ln \theta$, $\theta = \theta(t)$. (6p)

2. Naći opšte rešenje nehomogene linearne diferencijalne jednačine 2.reda

$$x^2(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 3x^5, \quad y = y(x), \quad x > 0. \quad (9p)$$

3. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine 3. reda

$$2y''' - y'' - 2y' + 6y = e^{-\frac{3x}{2}} + x \sin^2 \frac{x}{2}, \quad y = y(x). \quad (10p)$$

4. Odrediti funkciju $f(x, y)$ takvu da vektorsko polje brzine nestišljivog fluida $\vec{A}(x, y, z) = (xz, -zy, f(x, y))$ bude harmonijsko uz uslov $\vec{A}(\vec{0}) = \vec{0}$, a zatim naći njegov skalarni i bar jedan vektorski potencijal, kao i onu strujnicu koja prolazi kroz tačku $(1, 2, 3)$. (16p)

5. Odrediti dva puta diferencijabilnu funkciju $f(r)$ takvu da je

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} f(r)) = r,$$

gde je \vec{r} vektor položaja proizvoljne tačke u prostoru, a r njegov intenzitet. (10p)

Aleksandar Pejčev
Jelena Tomanović

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

SREĆNO!!!

Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

1. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

a) $\rho'''e^{\frac{\rho}{2}} + \varphi = 0$, $\rho = \rho(\varphi)$, koje zadovoljava početne uslove $\rho(\pi/3) = 1$, $\rho'(\pi/3) = 0$, $\rho''(\pi/3) = -1$ (ukoliko takvo rešenje postoji); (4p)

b) $h = (H'')^2 + \frac{2}{H''}$, $H = H(h)$ koje zadovoljava početne uslove $H(3) = 1$, $H'(3) = 0$, uz uslov da je funkcija H konveksna (ako takvo rešenje postoji). (5p)

c) Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine $\theta(\ln \theta - 1)\theta'' = (\theta')^2 \ln \theta$, $\theta = \theta(t)$. (6p)

2. Naći opšte rešenje nehomogene linearne diferencijalne jednačine 2.reda

$$x^2(x^2 - 1)y'' + 2xy' - 2y = 6x^5, \quad y = y(x), \quad x > 0. \quad (9p)$$

3. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine 3. reda

$$2y''' + y'' - 2y' - 6y = e^{\frac{3x}{2}} + x \cos^2 \frac{x}{2}, \quad y = y(x). \quad (10p)$$

4. Odrediti funkciju $f(x, y)$ takvu da vektorsko polje brzine nestišljivog fluida $\vec{A}(x, y, z) = (-xz, zy, f(x, y))$ bude harmonijsko uz uslov $\vec{A}(\vec{0}) = \vec{0}$, a zatim naći njegov skalarni i bar jedan vektorski potencijal, kao i onu strujnicu koja prolazi kroz tačku $(1, 2, 3)$. (16p)

5. Odrediti dva puta diferencijabilnu funkciju $f(r)$ takvu da je

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} f(r)) + r = 0,$$

gde je \vec{r} vektor položaja proizvoljne tačke u prostoru, a r njegov intenzitet. (10p)

Aleksandar Pejčev
Jelena Tomanović

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

SREĆNO!!!