

Математика 1 - Други колоквијум (смене 1 и 9)

24.12.2021.

Група 1

(Задатак из градива за Први колоквијум)

а) Одредити вредност реалног параметра  $m$  тако да крива  $mx^2 + 24xy + 9y^2 - 25x - 50y - 25 = 0$  дефинише параболу, а затим је свести на канонски облик. Одредити координате њеног темена у координатном систему  $Oxy$ .

б) Решити матричну једначину  $(AX^{-1} - B)^{-1} = XB$  за дате матрице

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- Одредити угао који крива  $y = f_1(x)$  дата са  $x = \frac{1}{t} + \frac{t^2}{2}$ ,  $y = t + \frac{1}{2t^2}$  заклапа за правом  $y = x$  у 1.квadrantu, као и  $d^2f_1/dx^2$  у тачки њиховог пресека. Написати и једначину саме тангенте и нормале на дату криву у тој тачки. Коначно, наћи угао који ова крива заклапа са кривом  $y = f_2(x)$  датом са  $9^x = (x + y)^3 + (x - y)^2$  у бар једној њиховој заједничкој тачки и наћи  $d^2f_2/dx^2$  у таквој тачки.
- Детаљно испитати функцију  $f(x) = |x + 2|e^{-\frac{1}{x}}$  и скицирати њен график.
- Међу свим правим кружним цилиндрима уписаним у дати конус висине  $h = 30\text{cm}$  и полупречника основе  $R = 20\text{cm}$  одредити онај чија је запремина највећа и израчунати ту запремину.
- а) Функцију  $f(x) = \sqrt{\cos(x + \pi/4)}$  развити у Маклоренов полином трећег степена.  
б) Наћи

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - 2 \arcsin x}{x^3}.$$

- Дата је крива

$$C : \vec{r}(t) = \sin t(1 - \cos t) \vec{i} + (\sin^2 t + \cos t) \vec{j} - \cos t \vec{k}.$$

Одредити векторе природног триедра, као и једначине нормалне, оскулаторне и ректификационе равни криве  $C$  у тачки  $M$  у којој је  $t = \pi/2$ .

**СРЕЋНО!!!**

Математика 1 - Други колоквијум (смене 1 и 9)

24.12.2021.

Група 2

(Задатак из градива за Први колоквијум)

а) Одредити вредност реалног параметра  $m$  тако да крива  $9x^2 + 24xy + my^2 - 50x - 25y - 25 = 0$  дефинише параболу, а затим је свести на канонски облик. Одредити координате њеног темена у координатном систему  $Oxy$ .

б) Решити матричну једначину  $(AX^{-1} - B)^{-1} = XB$  за дате матрице  $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  и  $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ .

- Одредити угао који крива  $y = f_1(x)$  дата са  $x = t + \frac{1}{2t^2}$ ,  $y = \frac{1}{t} + \frac{t^2}{2}$  заклапа за правом  $y = x$  у 1.квadrantu, као и  $d^2f_1/dx^2$  у тачки њиховог пресека. Написати и једначину саме тангенте и нормале на дату криву у тој тачки. Коначно, наћи угао који ова крива заклапа са кривом  $y = f_2(x)$  датом са  $9y = (x + y)^3 + (x - y)^2$  у бар једној њиховој заједничкој тачки и наћи  $d^2f_2/dx^2$  у таквој тачки.
- Детаљно испитати функцију  $f(x) = |x - 2|e^{\frac{1}{x}}$  и скицирати њен график.
- Међу свим правим кружним цилиндрима уписаним у дати конус висине  $h = 36cm$  и полупречника основе  $R = 20cm$  одредити онај чија је запремина највећа и израчунати ту запремину.
- а) Функцију  $f(x) = \sqrt{\sin(x + \pi/4)}$  развити у Маклоренов полином трећег степена.  
б) Наћи

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin x - \arcsin 2x}{x^3}.$$

- Дата је крива

$$C : \vec{r}(t) = (\sin^2 t + \cos t) \vec{i} + \sin t(1 - \cos t) \vec{j} - \cos t \vec{k}.$$

Одредити векторе природног триедра, као и једначине нормалне, оскулаторне и ректификационе равни криве  $C$  у тачки  $M$  у којој је  $t = \pi/2$ .

**СРЕЋНО!!!**