

Математика 1 - Други колоквијум (смене 1 и 9)

29.12.2020.

Група 1

(Задатак из градива за Први колоквијум)

а) Одредити ком типу припада крива

$$xy + 7x - 5y + 9 = 0,$$

а затим свести дату криву на канонски облик. Одредити једначине њених оса и координате њеног центра у координатном систему  $Oxy$ .

б) Одредити матрицу  $C = (A^{-1}B)^{-1}$ , где је

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- Одредити угао који крива  $y = f(x)$  дата са  $\arctg \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$  заклапа за правом  $y = x$  у 1.квадранту, као и  $d^2y/dx^2$  у тачки њиховог пресека. Написати и једначину саме тангенте и нормале на дату криву у тој тачки.
- Детаљно испитати функцију  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + x - 2}$  и скицирати јој график.
- Детаљно испитати функцију  $f(x) = \frac{\ln x}{x} e^{-(\ln x)^2}$  и скицирати њен график. Напомена: уколико нуле неког израза није могуће експлицитно одредити, покушати их локализовати што је могуће боље на основу понашања знака тог израза.
- Силос треба да има облик кружног цилиндра који се одозго завршава полулоптом и запремина треба да му износи  $25m^3$ . Изградња једног квадратног метра спољне површине сферног дела силоса два пута је скупља него изградња једног квадратног метра спољне површине његовог цилиндричног дела. Одредити димензије силоса тако да трошкови његове изградње буду најмањи могући.
- а) Функцију  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  развити у Тејлоров полином 4. степена у околини тачке  $x_0 = e^2$ .  
ОКРЕНУТИ ПАПИР!!!

b) Наћи

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(xe^{-x}) - \cos(xe^x)}{x^3}.$$

6. Дата је крива

$$C : \vec{r}(t) = (t - \sin t) \vec{i} + (1 - \cos t) \vec{j} + \sin t \vec{k}.$$

Одредити векторе природног триедра, као и једначине нормалне, оскулаторне и ректификационе равни криве  $C$  у тачки  $M\left(\frac{\pi}{2} - 1, 1, 1\right)$ .

**СРЕЋНО!!!**

Математика 1 - Други колоквијум (смене 1 и 9)

29.12.2020.

Група 2

(Задатак из градива за Први колоквијум)

а) Одредити ком типу припада крива

$$xy - 5x + 7y + 9 = 0,$$

а затим свести дату криву на канонски облик. Одредити једначине њених оса и координате њеног центра у координатном систему  $Oxy$ .

б) Одредити матрицу  $C = (BA^{-1})^{-1}$ , где је

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- Одредити угао који крива  $y = f(x)$  дата са  $\arctg \frac{y}{x} = \ln(x^2 + y^2)$  заклапа за правом  $y = x$  у 1.квадранту, као и  $d^2y/dx^2$  у тачки њиховог пресека. Написати и једначину саме тангенте и нормале на дату криву у тој тачки.
- Детаљно испитати функцију  $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2} - x$  и скицирати јој график.
- Детаљно испитати функцију  $f(x) = \frac{\ln x}{x} e^{-(\ln x)^2}$  и скицирати њен график. Напомена: уколико нуле неког израза није могуће експлицитно одредити, покушати их локализовати што је могуће боље на основу понашања знака тог израза.
- Силос треба да има облик кружног цилиндра који се одозго завршава полулоптом и запремина треба да му износи  $30m^3$ . Изградња једног квадратног метра спољне површине сферног дела силоса два пута је скупља него изградња једног квадратног метра спољне површине његовог цилиндричног дела. Одредити димензије силоса тако да трошкови његове изградње буду најмањи могући.
- а) Функцију  $f(x) = x^2 \ln^2 x$  развити у Тејлоров полином 4. степена у околини тачке  $x_0 = 1$ .  
ОКРЕНУТИ ПАПИР!!!

b) Наћи

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(xe^x) - \cos(xe^{-x})}{x^3}.$$

6. Дата је крива

$$C : \vec{r}(t) = e^t \cos t \vec{i} + e^t \sin t \vec{j} + e^t \vec{k}.$$

Одредити векторе природног триедра, као и једначине нормалне, оскулаторне и ректификационе равни криве  $C$  у тачки  $M(1, 0, 1)$ .

**СРЕЋНО!!!**