

1. Konstruisanje na osnovu pouzdanosti

U današnjim složenim tehničkim sistemima otkaz jednog elementa može da prouzrokuje teške posledice. Da bi se obezbedio najbolji odnos između faktora kao što su troškovi, pouzdanost, masa i zapremina, potrebno je razviti metodologiju procene pouzdanosti elemenata u fazi konstruisanja.

Klasičan prilaz konstruisanju, koji se uglavnom zasniva na stepenu sigurnosti, ne uzima u obzir verovatnoću otkaza elementa. Neki konstruktori veruju da se otkaz određenog elementa može potpuno eliminisati korišćenjem stepena sigurnosti iznad neke prethodno utvrđene vrednosti. Međutim, prisutni su primeri u praksi da su mašinski delovi doživeli otkaz iako su dimenzionisani sa relativno visokim vrednostima stepena sigurnosti. U stvarnosti, verovatnoća otkaza može varirati od neke niske pa do nedozvoljeno visoke vrednosti za istu veličinu stepena sigurnosti. Korišćenje stepena sigurnosti opravdano je samo ako je njegova vrednost bazirana na značajnom iskustvu sa sličnim delovima. Osim toga, konstrukcioni parametri su često slučajne promenljive veličine, što se u klasičnom pristupu konstruisanju potpuno zanemaruje.

Prema tome, klasični prilaz konstruisanju – samo na osnovu stepena sigurnosti, nije zadovoljavajuće rešenje sa gledišta pouzdanosti. Zbog toga je razvijena koncepcija konstruisanja na osnovu pouzdanosti, gde se razmatra statistička promenljivost konstrukcionih parametara, čime je omogućeno izračunavanje pouzdanosti elementa u fazi konstruisanja.

1.1 Metodologija konstruisanja na osnovu pouzdanosti

Veličine od kojih se polazi pri konstruisanju po prirodi su statističke, što znači da nisu određene jedinstvenom vrednošću već mogu imati čitav spektar vrednosti. To je podstaklo konstruktore da priđu svom poslu s jednog novog aspekta – korišćenja statistike i teorije verovatnoće pri konstruisanju. Na taj način se klasične metode pojavljuju samo kao specijalni slučajevi metoda zasnovanih na principima verovatnoće. Ovakav prilaz je daleko bliži realnosti, jer su zaista vrlo retke situacije gde je promenljivosti konstrukcionih parametara jednaka nuli, kao što se to uvek predstavlja u klasičnom prilazu.

Od konstruktora se sve češće zahteva da konstruišu vitalne mehaničke elemente na bazi zahteva za određenim nivoom pouzdanosti¹ koju je kupac specificirao. To je navelo proizvođače mehaničkih elemenata da kritički preispitaju osnove konstruisanja bazirane na empirijskim pokazateljima, kao što je stepen sigurnosti. Od njih se traži odgovor na pitanja: *"Ako je stepen sigurnosti određen, kolika je u stvari pouzdanost?"* ili *"Da li je odabrani stepen sigurnosti previsok (u tom slučaju je proizvod nepotrebno predimenzionisan) ili je možda suviše nizak (u tom slučaju se povećava opasnost od otkaza)?"*.

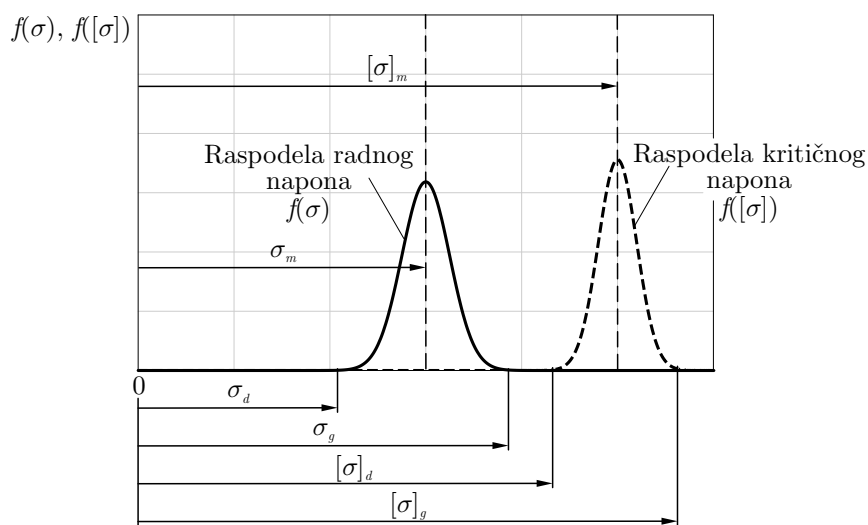
Statistička priroda konstrukcionih parametara je zanemarena u praksi, a to se ogleda i u naporu da se nađu jedinstvene vrednosti za radna opterećenja, kritična opterećenja materijala, itd. Može se konstatovati da se radno opterećenje i kritično opterećenje tretiraju ne samo kao jedinstvene vrednosti već i tako kao da će se oni dogoditi istovremeno. Na taj način bi se klasičan pristup konstruisanju mogao uporediti sa nekom vrstom analize najgoreg slučaja, tj. radno opterećenje i kritično opterećenje se javljaju u istom trenutku. To je osnova preko koje se kasnije računaju nepoznate veličine, obično i neke kritične dimenzije. U stvari, da bi se izbegli

¹Zupčanici koji rade u prenosnicima snage u vazduhoplovnim motorima konstruišu se sa pouzdanošću od 99,9999%. To znači da je otkaz moguć kod jednog od 100000 ugrađenih zupčanika

nerealni rezultati, moraju se i u slučaju radnog i u slučaju kritičnog opterećenja razmatrati ne samo njihove veličine već i promene tih veličina. Ako se otkaz javlja samo kada ekstremno veliko radno opterećenje (koje se retko javlja) deluje pri ekstremno malim vrednostima kritičnog opterećenja materijala (koje se takođe retko javlja), onda je verovatnoća takvog događaja veoma bitna i mora se uzeti u obzir, ako se želi realan prikaz stvari.

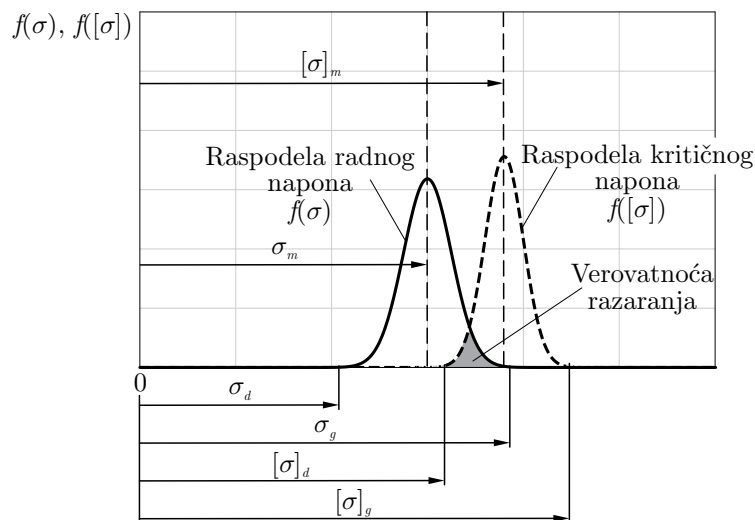
Ako se posmatra bilo koji tehnički sistem može se primetiti da skoro svaki merljiv parametar teži da varira na slučajan način. To je zapaženo kod ogromne klase parametara kao što su: čvrstoća materijala, površina poprečnog preseka, koeficijent trenja, itd. Rezultat serije merenja takvih parametara predstavlja empirijsku raspodelu promenljive. Takva promenljiva se naziva slučajna promenljiva, a dobijena empirijska raspodela se obično može aproksimirati jednom od poznatih raspodela kao što su normalna, Vejbulova, itd. Na taj način, mnogi tehnički parametri mogu se realistički prikazati pomoću srednje vrednosti i standardne devijacije.

Ako su poznate raspodele radnog napona $f(\sigma)$ i kritičnog napona $f([\sigma])$, i ako je ispunjen uslov $\sigma_g < [\sigma]_d$, tada je stepen sigurnosti uvek veći od broja jedan ($S > 1$), a za sve kombinacije odnosa kritičnog i radnog napona pouzdanost je maksimalna $R = 1$. Ovakve konstrukcije su masivne i neekonomične.



Slika 1.1: Raspodela radnog i kritičnog napona za slučaj kada je $S > 1$ i $R = 1$

Ako se raspodele kritičnog i radnog napona preklapaju $\sigma_g > [\sigma]_d$, tada je pouzdanost $R < 1$, a stepen sigurnosti može biti veći, jednak ili manji od broja jedan $S \geq 1$.



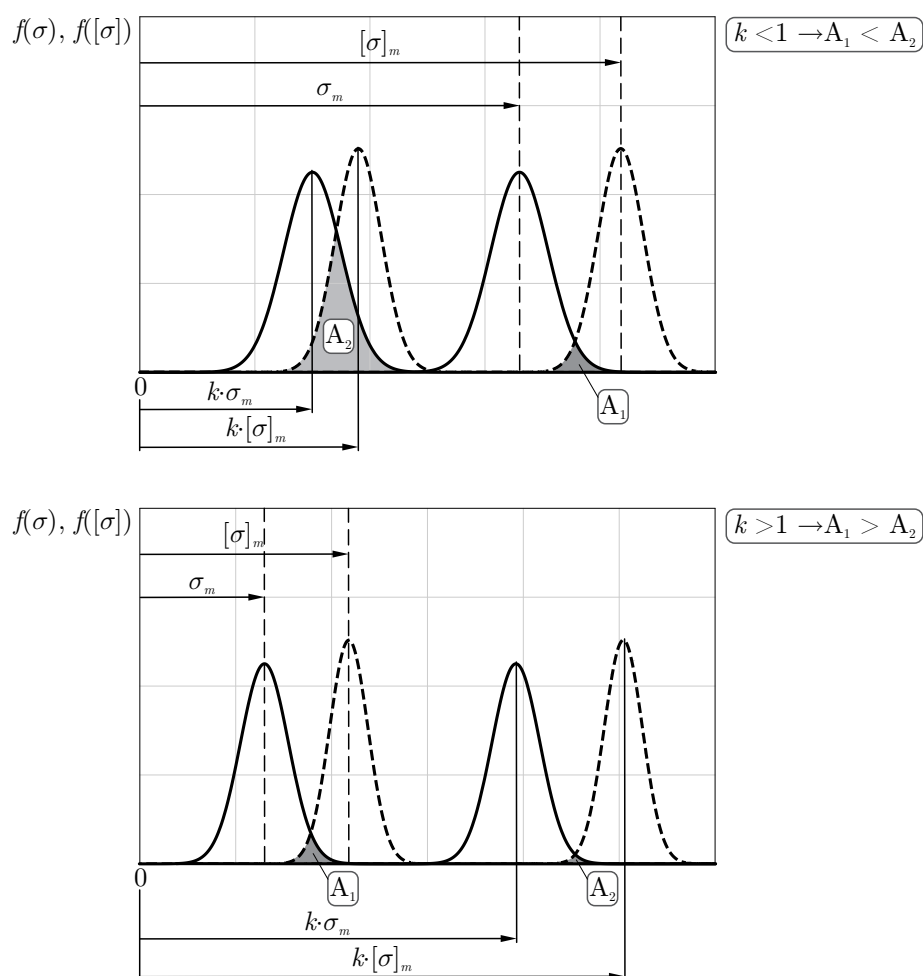
Slika 1.2: Raspodela radnog i kritičnog napona za slučaj kada je $S > 1$ i $R < 1$

Verovatnoća otkaza – razaranja mašinskog dela tj. nepouzdanost je funkcija veličine površine preklapanja raspodele radnog i kritičnog napona. Većoj površini odgovara veća nepouzdanost, tj. veća verovatnoća otkaza. Postoje tri slučaja kada se verovatnoća otkaza može menjati pri nepromenjenim vrednostima stepena sigurnosti.

Prvi slučaj

Moguće je proporcionalno menjati srednju vrednost radnog napona σ_m i srednju vrednost kritičnog napona $[\sigma]_m$, a da se standardne devijacije ne menjaju. Tada će stepen sigurnosti S biti nepromenjen (Slika 1.3), tj.:

$$S = \frac{[\sigma]_m}{\sigma_m} = \frac{k \cdot [\sigma]_m}{k \cdot \sigma_m} = \text{const.} \quad (1.1)$$

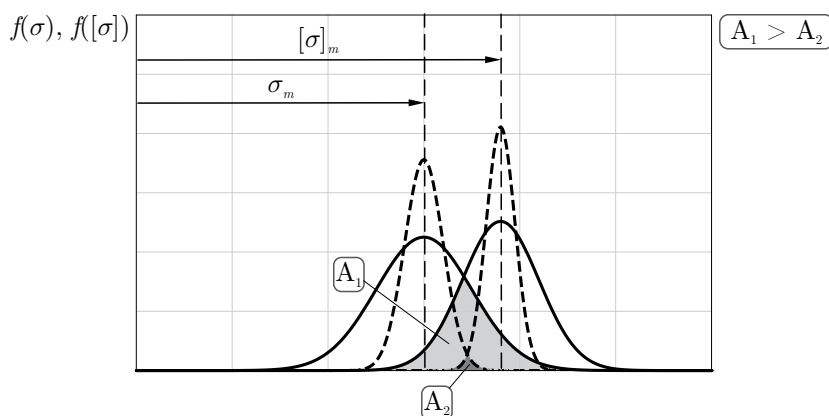


Slika 1.3: Uticaj proporcionalne promene σ_m i $[\sigma]_m$ na verovatnoću otkaza, kada stepen sigurnosti ostaje nepromenjen

Fizičko značenje veličina $k \cdot [\sigma]_m$ i $k \cdot \sigma_m$ jeste da su srednja vrednost kritičnog napona $[\sigma]_m$ i srednja vrednost radnog napona σ_m pomešane udesno (ako je $k > 1$) ili ulevo (ako je $k < 1$). Sa slike 1.3 se vidi da je za isti stepen sigurnosti verovatnoća otkaza manja (samim tim pouzdanost je veća) kada je $k > 1$, a kada je $k < 1$ tada je verovatnoća otkaza veća (tj. pouzdanost je manja). Sve to ilustruje da se na osnovu vrednosti stepena sigurnosti ne može dobiti prava slika o tome kolika je pouzdanost.

Drugi slučaj

Verovatnoća otkaza (a samim tim i pouzdanost) menja se ako se srednja vrednost radnog napona σ_m i srednja vrednost kritičnog napona $[\sigma]_m$ ne menjaju, ali se menjaju standardne devijacije ovih veličina. Smanjenje vrednosti standardnih devijacija obeju raspodela vodi ka smanjenju površine preklapanja, a time i smanjenju verovatnoće otkaza (Slika 1.4). Isto tako preklapanje, tj. verovatnoća otkaza smanjuje se ukoliko se smanji standardna devijacija bilo koje od raspodela. U oba slučaja stepen sigurnosti se ne menja pošto su srednje vrednosti raspodela konstantne. Može se zaključiti da vrednosti stepena sigurnosti nisu osetljive na promenu veličine pouzdanosti.



Slika 1.4: Uticaj promene standardnih devijacija kritičnog i radnog napona na verovatnoću otkaza kada su σ_m i $[\sigma]_m$ konstantni, a stepen sigurnosti nepromenjen

Treći slučaj

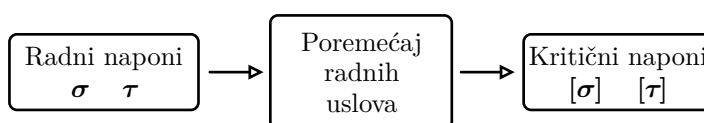
Moguće je menjati i srednje vrednosti i standardne devijacije tako da stepen sigurnosti ostane nepromenjen. Naravno, pri tome se verovatnoća otkaza (a time i pouzdanost) može drastično menjati. Na varijacije srednje vrednosti i standardne devijacije se može uticati primenom detaljnije kontrole kvaliteta, zatim kvalitetnijim termičkim, mehaničkim i termohemijskim obradama, strožijom kontrolom dimenzija i oblika, itd.

Dakle, proračun pouzdanosti elemenata mašinskih konstrukcija svodi se na određivanje verovatnoće da su radni naponi manji od odgovarajućih kritičnih napona. Ovakav proračun pouzdanosti nalaže poznavanje funkcije raspodele radnih $f(\sigma)$ i kritičnih napona $f([\sigma])$, što u nekim slučajevima može biti problematično.

1.2 Raspodele kritičnog i radnog napona

Raspodele kritičnog napona

Za analizu radne sposobnosti mašinskih delova sa aspekta nosivosti (čvrstoće), sigurnosti i pouzdanosti pored radnih napona potrebno je poznavati i odgovarajuće kritične napone. Usled poremećaja uslova rada dolazi do povećanja intenziteta radnog napona. Kada intenzitet radnog napona dostigne vrednost kritičnog napona tada se u mašinskom delu javljaju kritične pojave u vidu: gubitka stabilnosti zbog velikih elastičnih deformacija (ugiba i nagiba), plastičnih deformacija, loma (zbog pojave zamorne naprsline) ili kidanja. Tada se nominalna vrednost tog napona proglašava kao **kritični napon**, Slika 1.5.

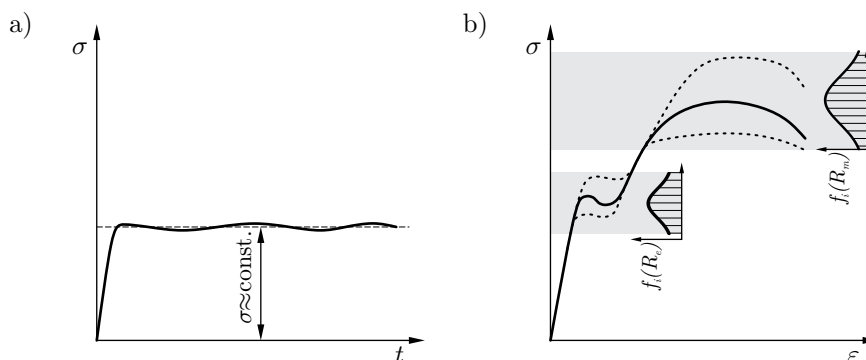


Slika 1.5

U slučaju kada je faktor asimetrije napona $R_\sigma = 1$, Slika 1.6a, ili $R_\sigma \neq 1$, ali je vrednost maksimalnog napona manja od napona tečenja materijala ($\sigma_{\max} < R_e$), a radni broj ciklusa manji od graničnog broja ciklusa ($n < N_D$), kritični naponi su statičke karakteristike:

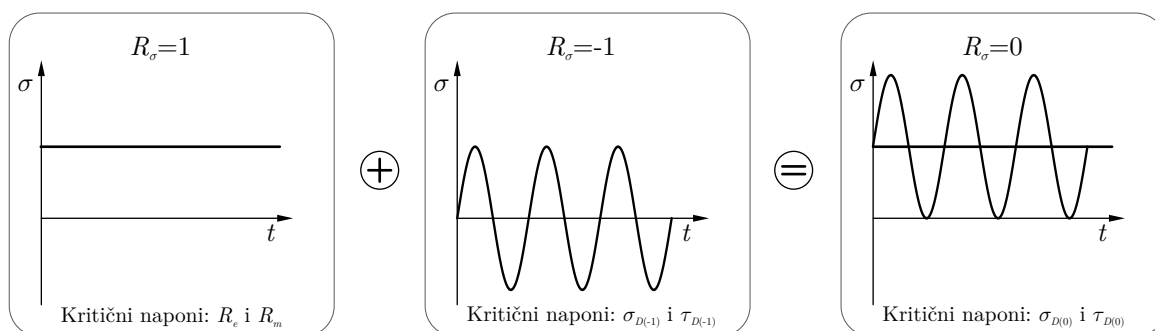
- o napon tečenja R_e ,
- o i zatezna čvrstoća R_m .

Na osnovu eksperimentalnih podataka ustanovljeno je da raspodele kritičnih napona R_m i R_e pripadaju normalnoj raspodeli, Slika 1.6b. Pri tome, veće rasipanje rezultata prisutno je kod zatezne čvrstoće R_m .



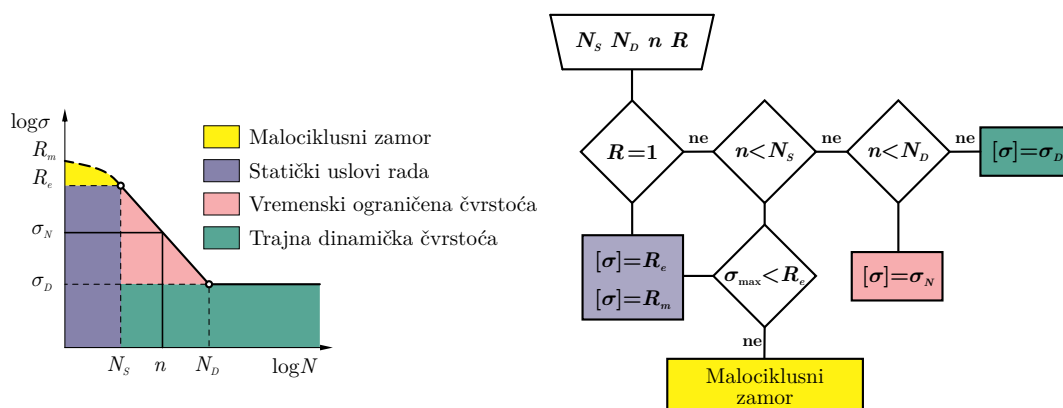
Slika 1.6: a) Tok napona pri $R_\sigma = 1$, b) rasipanje statičkih mehaničkih karakteristika elastoplastičnog čelika

U slučaju kada se faktor asimetrije napona nalazi u intervalu $-1 < R_\sigma < 1$, a broj ciklusa opterećivanja $n > 10^3 \dots 10^4$ kritični naponi su dinamičke karakteristike.



Slika 1.7: Tok promene napona u uslovima dinamičkog opterećenja

Algoritam za pravilno određivanje kritičnih napona u različitim radnim uslovima sa aspekta faktora asimetrije, broja ciklusa i intenziteta radnog napona dat je na Slici 1.8.

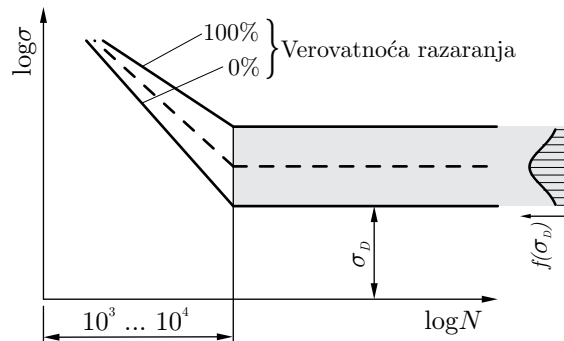


Slika 1.8: Algoritam za pravilno određivanje kritičnog napona

Pri stalnoj amplitudi radnog napona ($\sigma_a = \text{const.}$) i za broj promena napona $n > 10^3 \dots 10^4$ kritični naponi su dinamičke karakteristike:

- vremenski ograničena dinamička čvrstoća σ_N ,
- trajna dinamička čvrstoća σ_D .

Zavisnost kritičnog napona od broja ciklusa (N) prikazuje se Velerovom krivom, Slika 1.9.



Slika 1.9: Rasipanje dinamičke čvrstoće

Linearni deo Velerove krive dobija se na osnovu ispitivanja za dva nivoa napona (σ_{N1} , σ_{N2}). Zbog velikog rasipanja rezultata ispitivanja (nehomogenost materijala, zaostali naponi posle mehaničke i termičke obrade, različiti uslovi formiranja i širenja prsline, itd.) za svaki nivo napona ispituje se n istih uzoraka. Zbog dugotrajnog ispitivanja, broj ispitivanih uzoraka je ograničen iz ekonomskih razloga. U zavisnosti od funkcije i namene mašinskog dela može se koristiti kriva sa verovatnoćom razaranja 0% (potpuna sigurnost) ili kriva sa nekom drugom verovatnoćom razaranja². U praksi, najčešće je u upotrebi linija sa verovatnoćom razaranja od 50%, isprekidana linija na dijagramu sa Slike 1.9.

Ako je broj uzoraka $n > 20$, verovatnoća razaranja funkcije nepouzdanosti se određuje izrazom:

$$F(N) = \frac{n_{0i}}{n}, \quad (1.2)$$

gde je n_{0i} broj razorenih uzoraka.

Ako je broj uzoraka mali $8 \leq n \leq 20$, tada se verovatnoća razaranja određuje na osnovu približnih izraza:

$$\begin{aligned} F &= \frac{n_{0i}}{n+1}, \\ F &= \frac{n_{0i}-0,5}{n}, \\ F &= \frac{n_{0i}-0,33}{n+0,33}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Na osnovu izračunatih vrednosti $F(N)$ za svaki razoreni uzorak prikazuje se histogram raspodele. Na osnovu histograma utvrđuje se standardna raspodela kojoj se dobijeni rezultati najviše pokoravaju.

Za slučaj Vejbulove raspodele, analitički izraz funkcije F je:

$$F(N) = 1 - R(N) = 1 - e^{-\left(\frac{N}{\eta}\right)^\beta}, \quad (1.4)$$

gde je $R(N)$ verovatnoća izdržljivosti.

²Dinamička nosivost ležaja definiše se kao opterećenje konstantnog pravca, smera i intenziteta pri kome će najmanje 90% ispitivanih ležaja ostvariti 10^6 ciklusa opterećenja bez pojave zamora kontaktnih površina. Dakle, verovatnoća razaranja u ovom slučaju iznosi 10%.

Funkcija $F(\sigma_N)$ za vremenski ograničenu dinamičku čvrstoću:

$$F(N) = 1 - R(N) = 1 - e^{\left(\frac{\sigma_N}{\eta}\right)^\beta}. \quad (1.5)$$

Funkcija $F(\sigma_D)$ za vremenski neograničenu (trajnu) dinamičku čvrstoću:

$$F(N) = 1 - R(N) = 1 - e^{\left(\frac{\sigma_D}{\eta}\right)^\beta}. \quad (1.6)$$

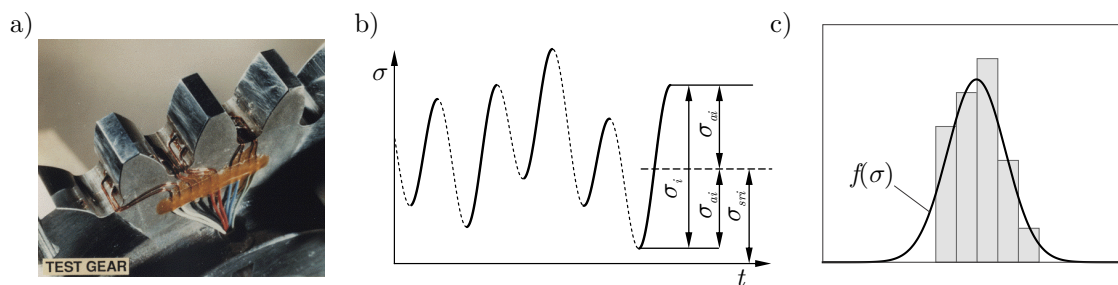
Kao ilustrativni primer, u Tabeli 1.1 prikazane su mehaničke karakteristike glatke epruvete izrađene od opšteg konstrukcionog čelika **E295**, izražene u N/mm^2 . Na osnovu rasipanja statičkih i dinamičkih karakteristika koje su prisutne kod svih inženjerskih materijala, uočava se statistička priroda kritičnih napona mašinski delova.

Tabela 1.1: Mehaničke karakteristike materijala E295

Napon tečenja	Zatezna čvrstoća	Zatezanje	Savijanje	Uvijanje
295	500 ... 600	$\sigma_{D(-1)} = 160 \dots 200$ $\sigma_{D(0)} = 280 \dots 340$	$\sigma_{D(-1)} = 220 \dots 270$ $\sigma_{D(0)} = 350 \dots 420$	$\tau_{D(-1)} = 130 \dots 160$ $\tau_{D(0)} = 170 \dots 240$

Raspodele radnog napona

Raspodele radnog napona se ne mogu uopštavati, kao što je to slučaj kod kritičnog napona. Neki radni naponi približno slede zakon normalne raspodele (npr. pritisak u glavi cilindra kod klipnih motora). Ostali radni naponi mogu pripadati dosta širokom spektru postojećih raspodela. Za utvrđivanje stvarnog toka radnog napona koriste se merne trake koje se postavljaju (lepe) na mašinski deo (Slika 1.10a) gde vlada naponsko stanje merodavno za analizu radne sposobnosti posmatranog dela. Dobijena vremenska funkcija $\sigma(t)$ (Slika 1.4b) prevodi se u klase napona, a potom se formira histogram gustine raspodele radnog napona (Slika 1.10c) u cilju utvrđivanja režima rada i određivanja standardne raspodele.



Slika 1.10: Određivanje raspodele radnog napona

Korišćena literatura

1. Vujanović N. (1990) **Teorija pouzdanosti tehničkih sistema**, Vojnoizdavački i novinski centar;
2. Ristivojević M. (2022) **Pouzdanost konstrukcija**, izvodi sa predavanja;
3. Ognjanović M. (2007) **Razvoj i dizajn mašina**, Mašinski fakultet Beograd;
4. Ivanović G. (1987) **Pouzdanost tehničkih sistema – zbirka rešenih zadataka**, Mašinski fakultet Beograd;
5. Ramović R. (2005) **Pouzdanost sistema – elektronskih, telekomunikacionih i informacionih**, Elektrotehnički fakultet Beograd;
6. Milčić D. (2005) **Pouzdanost mašinskih sistema**, Mašinski fakultet Niš;
7. Bertsche B. (2008) **Reliability in Automotive and Mechanical Engineering**, Inst. Maschinenelemente Universitat Stuttgart;
8. Kecicoglu D. (2003) **Robust Engineering: Design-By-Reliability**, Department of Aerospace and Mechanical Engineering The University of Arizona;