Други колоквијум из Алгебре и линеарне алгебре
ИТМ

Група Б

1. Дата је тачка $A(2,7,1)$ и раван $\alpha : x - 4y + z + 7 = 0$. Одредити:
   а) тачку A_1 која је симетрична тачки A у односу на раван α.
   б) параметар λ тако да тачка $B(1,\lambda,1)$ припада датој равни.
   в) једначину равни β која ја одређена тачкама A, A_1 и B.
   г) угао између равни α и β.

2. Класификовати, скицирати и свести на канонски облик криву другог реда дату једначином

$$5x^2 - 2xy + 5y^2 - 2\sqrt{2}x + 4\sqrt{2}y + \frac{3}{4} = 0.$$

3. Испитати да ли формула $x \vee (\neg x \wedge y) = x \vee y$ важи у Буловој алгебри.

4. Да ли је структура $(\mathbb{Z}_n, \star)$ Абелова група ако је операција $\star$ дефинисана као сабирање по модулу броја n?

5. Дати су вектори $\overrightarrow{a} = (0,1,1)$, $\overrightarrow{b} = (-2,1,0)$ и $\overrightarrow{c} = (-1,0,-1)$.
   а) Доказати да скуп вектора $\{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$ чини базу векторског простора $\mathbb{R}^3$.
   б) Одредити транзитивну матрицу за базу $\{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

6. Испитати да ли за свака 3 скупа A, B и C важи $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (B \cap C)$.

* **Бонус** (Први колоквијум):
Решити систем линеарних једначина са параметром $\alpha \in \mathbb{R}$.

$$\begin{array}{rcrcrcrl} x & + & y & + & \alpha z & + & u & = 0 \\ x & - & y & - & z & - & u & = 0 \\ \alpha x & + & y & + & 5z & + & 3u & = 0 \end{array}$$