Математика 3 - други колоквијум, смене 4 и 6, 10.1.2024.
Група 1

(Задатак на тему градива Првог колоквијума)
Наћи оно решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} \dot{x} = &\ -x + 2y + 2024e^t\sqrt{t}, \quad y = y(t) \\ \dot{y} = &\ -2x + 3y, \quad x = x(t) \end{aligned}$$

које испуњава почетне услове $x(0) = 1,\ y(0) = 0$.

1. а) Израчунати рад раванског векторског поља $\vec{A} = (y^2, x)$ дуж лука циклоиде $x = \frac{1}{2}(t - \sin t),\ y = \frac{1}{2}(1 - \cos t)$ од тачке $O(0,0)$ до тачке $M(\pi, 0)$.

   б) Израчунати циркулацију векторског поља $\vec{A} = (y, z, x)$ дуж криве дате пресеком површи $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ и $x + y + z = 0$ изнад равни Oxy, у позитивној оријентацији посматрано "с врха" $z-$осе.

2. Израчунати запремину тела омеђаног површима
   $x = \sqrt{y^2 + z^2}$ и $x = 2 - y^2 - z^2$.

3. Израчунати

   $$\int\limits_T (x^2 + y^2)\, dV,$$

   где је

   $$T = \left\{(x, y, z) : \ x^2 + y^2 + z^2 \geq 9,\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 16,\ y \geq 0,\ z \geq 0,\ x \geq y\right\}.$$

4. Израчунати

   $$\int\limits_\Gamma z^3\, dS,$$

   где је Γ део површи $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ који исеца површ $x^2 + y^2 - 2x = 0$.

5. Израчунати проток векторског поља

   $$\vec{A} = \frac{x^3}{4}\,\vec{i} + \frac{y^3}{4}\,\vec{j} + z^3\,\vec{k}$$

   кроз унутрашњу страну површи $x^2 + y^2 + 4z^2 + 4z = 0$.

СРЕЋНО!!!

Математика 3 - други колоквијум, смене 4 и 6, 10.1.2024.
Група 2

(Задатак на тему градива Првог колоквијума)
Наћи оно решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} \dot{x} = &\ 3x - 2y, \quad x = x(t) \\ \dot{y} = &\ 2x - y + 2024e^t\sqrt{t}, \quad y = y(t) \end{aligned}$$

које испуњава почетне услове $x(0) = 1$, $y(0) = 0$.

1. а) Израчунати рад раванског векторског поља $\vec{A} = (y, -x^2)$ дуж лука циклоиде $x = \frac{1}{4}(t - \sin t)$, $y = \frac{1}{4}(1 - \cos t)$ од тачке $O(0,0)$ до тачке $M(\pi/2, 0)$.

   б) Израчунати циркулацију векторског поља $\vec{A} = (y, z, x)$ дуж криве дате пресеком површи $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ и $x + y + z = 0$ изнад равни Oxy, у позитивној оријентацији посматрано "с врха" $z-$осе.

2. Израчунати запремину тела омеђаног површима
   $y = \sqrt{x^2 + z^2}$ и $y = 2 - x^2 - z^2$.

3. Израчунати

   $$\int\limits_T (x^2 + y^2)\, dV,$$

   где је

   $$T = \left\{(x, y, z) :\, x^2 + y^2 + z^2 \geq 4,\, x^2 + y^2 + z^2 \leq 25,\, y \geq 0,\, z \geq 0,\, x \geq y\right\}.$$

4. Израчунати

   $$\int\limits_\Gamma z^2\, dS,$$

   где је Γ део површи $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ који исеца површ $x^2 + y^2 - 2x = 0$.

5. Израчунати проток векторског поља

   $$\vec{A} = \frac{x^3}{4}\,\vec{i} + \frac{y^3}{4}\,\vec{j} + z^3\,\vec{k}$$

   кроз спољашњу страну површи $x^2 + y^2 + 4z^2 + 4z = 0$.

СРЕЋНО!!!