

## Шести домаћи задатак - Математика 2

1. Одредити површину тела која настаје ротацијом површи ограниченом Бернулијевом лемнискатом  $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$  око  $x$ -осе.

2. Израчунати запремину и површину тела која настаје ротацијом криве  $y = \frac{1}{x}$  за  $x \geq 1$  око  $x$ -осе.

3. Одредити вредност израза:

$$\int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^4}$$

4. Одредити вредност израза:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x|e^{-x^2} dx$$

5. Израчунати рад који је потребно употребити да би се подигла маса  $m$  са површине Земље на висину  $h$ . Колико износи рад кад  $h \rightarrow +\infty$ ?

6. Наћи тангентну раван површи  $2x^2 + y^2 + z^2 = 4$  која је паралелна равни  $4x + 2y + 2z = 5$ . Наћи нормалну пројекцију  $z$ -осе на ту тангентну раван.

7. Наћи пресечну тачку тангентних равни на површ  $z = x^2 + y^2 + 1$  у тачкама:

$$A_1 \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 2 \right), \quad A_2 \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 2 \right), \quad A_3 \left( \frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 2 \right)$$

Колико је пресечна тачка удаљена од дате површи?

8. Одредити екстреме функције:

$$f(x, y, z) = (3x^2 + 2y^2 + z^2) e^{-x-y}$$

9. Дата је функција:

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2}$$

Доказати да је  $\sqrt{2} \leq f(x, y) \leq \sqrt{6}$ .

10. Дебло дужине  $H$  метара има облик зарубљеног конуса чији су пречници  $r$  и  $2r$  метара. Из тог дебла треба истесати греду максималне запремине, са квадратним попречним пресеком, тако да се оса греде поклапа са осом дебла. Одредити димензије греде.

11. Одредити екстреме функције:

$$f(x, y, z) = -3x^2 - 6y^2 - 2z^2 + 4xy + 6yz - 6y + 4z - 2$$

12. Одредити Тејлоров полином другог степена у околини тачке  $(1, 1)$  функције  $z = z(x, y)$  ако је:

$$z^3 - 2xz + y = 0 \text{ и } z(1, 1) = 1$$

*Јелена Томановић*

*Рада Мутаџић*

*проф. др Александар Цветковић*

*проф. др Слободан Радојевић*