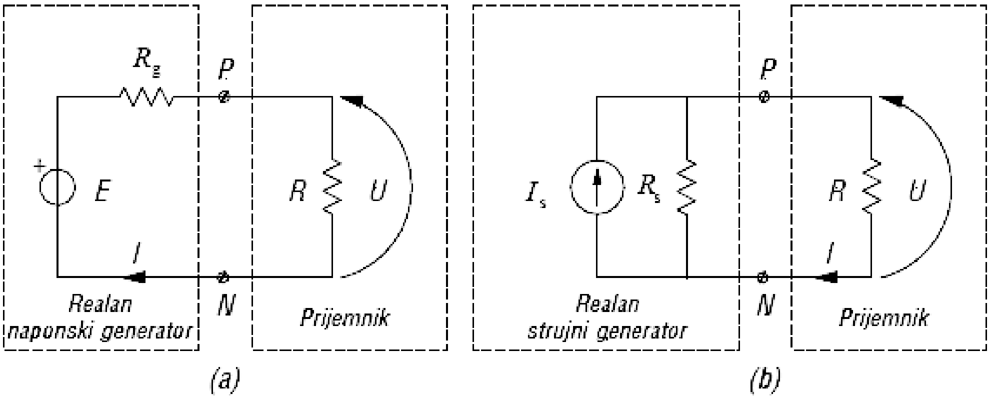
Strujni generatori. Ekvivalentne transformacije realnih naponskih i strujnih generatora

Posmatrajmo realan naponski generator vremenski konstantne ems E u prostom kolu na sl. 1a sa vremenski konstantnom strujom I. Intenzitet struje I kola sa termogenim prijemnikom otpornosti R je $I=E/(Rg+R)$, a napon prijemnika je $U=R\cdot E/(Rg+R)$. Naponski generator je *idealan* ako je $Rg=0$. Međutim, često se u elektrotehnici sreću naponski generatori velike unutrašnje otpornosti Rg u odnosu na otpornost prijemnika R ($R_g>>R$). U takvim slučajevima intenzitet struje kola je $I\approx E/R_g$, dok je napon prijemnika $U \approx R\cdot E / R_g$. Jasno je da se tada *realan naponski generator* ems E ponaša *u odnosu na prijemnik* kao *generator struje* $I_s=E/R_g$ odnosno, kao *strujni generator*. U ovom slučaju struja prijemnika je unapred poznata i praktično nezavisna od njegove otpornosti R. Na sl. 1b prikazan je *realan strujni generator* sa vremenski konstantnom strujom I_s i unutrašnjom otpornošću R_s. Napon i struja prijemnika su respektivno $U=I_s\cdot(R||R_s)=IR$ i $I=I_s\cdot R_s / (R+R_s)$. Strujni generator je *idealan* ako $R_s \to \infty$, odnosno ako $G_s=1/R_s \to 0$ [S].



Sl. 1

Realni naponski generator uvek se može zameniti *ekvivalentnim* realnim strujnim. I obrnuto, realni strujni generator uvek se može zameniti *ekvivalentnim* realnim naponskim. Naravno, ovi generatori se suštinski razlikuju, a kada se kaže da su ekvivalentni misli se na njihovo *ekvivalentno ponašanje* u odnosu na *isti prijemnik* priključen između P i N krajeva generatora. To znači da oba generatora proizvode struju *istog intenziteta* kroz prijemnik i *isti* napon na njegovim priključcima. Realni naponski (sl. 1a) i realni strujni generator (sl. 1b) ekvivalentni su u odnosu na prijemnik otpornosti R ako i samo ako za svako R važi:

$$I = \frac{E}{R+R_g} = \frac{I_s \cdot R_s}{R+R_s} \quad \Rightarrow \quad E = I_s R_s \wedge R_g = R_s \,.$$

$$\xrightarrow{\text{Transformacija strujnog u naponski izvor}} \quad E = I_s R_s \quad \wedge \quad R_g = R_s$$

$$\xrightarrow{\text{Transformacija naponskog u strujni izvor}} \quad I_s = E / R_g \wedge \quad R_s = R_g$$

Iz prethodnih transformacija sledi da za idealni naponski generator (R_g =0[Ω]) ne postoji ekvivalentan strujni, i obrnuto, za idealni strujni generator ($G_s=1/R_s$ =0[S]) ne postoji ekvivalentan naponski generator.

Metode analize linearnih električnih mreža

Analiza linearnih električnih mreža bavi se određivanjem raspodele struja i/ili napona u granama *linearnih električnih mreža*. *Konstitutivna relacija* – karakteristika nekog elementa mreže $u=f(i)$ ili

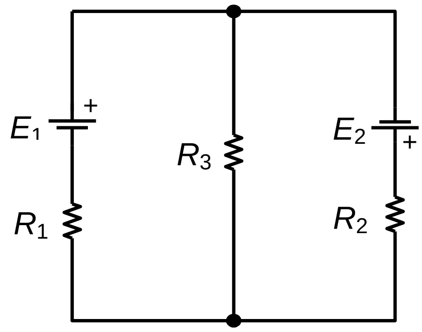
$i=g(u)$ povezuje napon i struju toga elementa. Kod nelinearnih elemenata zavisnost između napona i struje je nelinearna, pa čak i višeznačna funkcija, a kod linearnih elemenata jednoznačna.

Neposredna primena Kirhofovih zakona

Za mrežu sa $n_Č$ čvorova i n_G grana, po prvom Kirhofovom zakonu (IKZ) moguće je napisati tačno $n_Č$ -1 *linearno nezavisnih* jednačina za bilo koji skup od $n_Č-1$ proizvoljno odabranih čvorova. Jednačina napisana po IKZ za jedini preostali čvor uvek je linearna kombinaciju prethodnih $n_Č-1$ jednačina i kao linearno zavisna može se odbaciti. Algebarsko sumiranje struja u čvorovima vrši se u odnosu na referentni smer od čvora. Čvor mreže je tačka u kojoj se stiču (presecaju) najmanje 3 grane (3 provodnika).

Da bi se odredile struje svih n_G grana potrebno je napisati još $n_G-(n_Č-1)= n_G-n_Č+1$ linearno nezavisnih algebarskih jednačina po drugom Kirhofovom zakonu (IIKZ), kako bi se obrazovao potpun nehomogeni sistem od n_G nezavisnih linearnih algebarskih jednačina po n_G nepoznatih struja grana. Rešenje takvog sistema uvek postoji i jedinstveno je zbog fizičke prirode problema.

Zadatak 3: Za kolo vremenski konstantne struje sa slike poznato je E_1=100[V], E_2=80[V], R_1=2[KΩ], R_2=5[KΩ] i R_3=1[KΩ]. Izračunati struje grana u kolu i snage naponskih izvora.

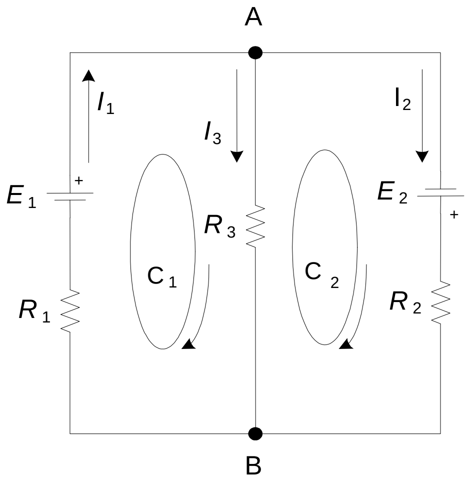


Rešenje:

U kolu na slici postoje 2 čvora, $n_Č$=2. Po IKZ možemo napisati $n_Č-1=1$ linearno nezavisnu jednačinu.

Ukupan broj grana u kolu sa slike je n_G=3, pa je po IIKZ potrebno napisati još $n_G-(n_Č-1)$= 3−(2−1)=2 linearno nezavisne jednačine.

Čvorovi kola označeni su sa A i B, a nepoznate struje grana sa I_1, I_2 i I_3. Usvajajući smerove obilaska po konturama C_1 i C_2 kao na slici, formira se sistem od 3 linearno nezavisne jednačine po 3 nepoznate struje grana.



IKZ za čvor **A**: $-I_1+I_2+I_3=0$

IIKZ za konturu **C₁**: $E_1-I_3\cdot R_3-I_1\cdot R_1=0$

IIKZ za konturu **C₂**: $E_2-I_2\cdot R_2+I_3\cdot R_3=0$.

Nakon elementarnog sređivanja dobija se sistem:

$$-I_1+I_2+I_3=0$$
$$I_1\cdot R_1+I_3\cdot R_3=E_1$$
$$I_2\cdot R_2-I_3\cdot R_3=E_2.$$

Rešavanjem sistema dobijamo struje grana kola:

$$I_1=40[\mathrm{mA}],$$
$$I_2=20[\mathrm{mA}],$$
$$I_3=20[\mathrm{mA}].$$

Snage izvora u odnosu na označene, usaglašene referentne smerove su :

$$P_{E_1}=E_1\cdot I_1=4[\mathrm{W}],$$
$$P_{E_2}=E_2\cdot I_2=1.6[\mathrm{W}].$$

Oba generatora rade kao izvori (jer su im snage pozitivne), a snaga koju ulažu u potpunosti se troši na termičku disipaciju na otpornicima u kolu:

$$P_{E_1} + P_{E_2} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2$$

$$4[\mathrm{W}]+1.6[\mathrm{W}] = 2[\mathrm{K\Omega}]\cdot(0.04[\mathrm{A}])^2 + 5[\mathrm{K\Omega}]\cdot(0.02[\mathrm{A}])^2 + 1[\mathrm{K\Omega}]\cdot(0.02[\mathrm{A}])^2 \,,$$

$$5.6[\mathrm{W}] = 3.2[\mathrm{W}]+2[\mathrm{W}]+0.4[\mathrm{W}] \quad \Rightarrow \quad 5.6[\mathrm{W}] = 5.6[\mathrm{W}] \,.$$

Metod konturnih struja

Metod konturnih struja zasniva se na II Kirhofovom zakonu, a jednačine napisane po ovom metodu zapravo su modifikovane jednačine napisane po II Kirhofovom zakonu. Broj jednačina, tj. red sistema jednak je broju nezavisnih kontura u kolu, $n = n_K = n_G - (n_{\check{C}} - 1)$. Dve konture su nezavisne ako postoji barem jedna grana koja pripada jednoj, a ne pripada drugoj konturi. Algoritamski, rešavanje kola metodom konturnih struja izvodi se u tri koraka:

1. Izabrati nezavisne konture u kolu i orijentisati (usmeriti) njihove konturne struje.
2. Formirati sistem *n*-tog reda po nepoznatim nezavisnim konturnim strujama:

$$\begin{aligned}
&R_{11}J_1 + R_{12}J_2 + \ldots + R_{1i}J_i + \ldots + R_{1n}J_n = E_{11} \\
&R_{21}J_1 + R_{22}J_2 + \ldots + R_{2i}J_i + \ldots + R_{2n}J_n = E_{22} \\
&\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots \\
&R_{n1}J_1 + R_{n2}J_2 + \ldots + R_{ni}J_i + \ldots + R_{nn}IJ_n = E_{nn}
\end{aligned}$$

   gde su :

   J_i konturna struja *i*-te konture;

   R_{ii} zbir svih otpornosti u *i*-toj konturi uzet uvek sa predznakom „+“;

   R_{ij} algebarski zbir otpornosti u zajedničkim granama *i*-te i *j*-te konture, predznak je „+“ ako su smerovi konturnih struja J_i i J_j kroz zajedničku granu isti, u suprotnom predznak je „–“;

   E_{ii} algebarski zbir ems naponskih izvora u *i*-toj konturi; u sumu ulaze sa predznakom „+“ oni naponski izvori koji imaju usaglašen referentni smer sa referentnim smerom *i*-te konture , u suprotnom izvor ulazi u sumu sa predznakom „–“.
3. Rešiti sistem po nepoznatim konturnim strujama: J_1, J_2,..., J_i,..., J_n. Struja pojedinačne grane je algebarski zbir konturnih struja koje prolaze kroz tu granu. Ako su referentni smerovi struje grane i odgovarajuće konturne struje usaglašeni, konturna struja se uzima sa predznakom „+“, u suprotnom sa predznakom „–“.

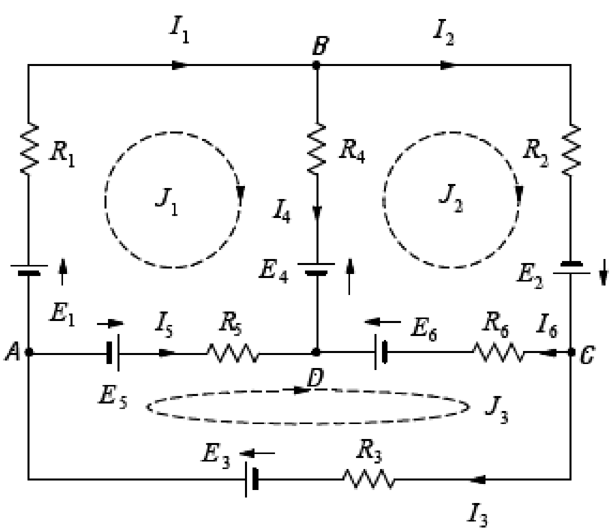
Zadatak 4: Odrediti struje svih grana električne mreže sa slike, ako je poznato: E_1=100 [V], E_2=200 [V], E_3=50 [V], E_4=150 [V], E_5=75 [V], E_6=180 [V], R_1=7.5 [kΩ], R_2=1[kΩ], R_3=1.5[kΩ], R_4=0.2 [kΩ], R_5=0.3 [kΩ] i R_6=0.8 [kΩ].

Rešenje:

Na slici su isprekidanom linijom obeležene tri proizvoljno usvojene nezavisne konture, što znači da se svake dve konture međusobno razlikuju barem za po jednu granu. Odgovarajuće *njima pridružene konturne struje* označene su sa J_1, J_2 i J_3.

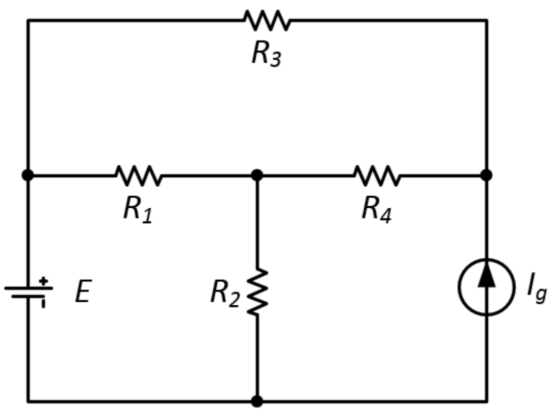
Za ovako odabrane nezavisne konture dobija se sledeći sistem linearno nezavisnih jednačina po nepoznatim konturnim strujama:

$$(R_1+R_4+R_5)\cdot J_1-R_4\cdot J_2-R_5\cdot J_3=E_1-E_4-E_5$$
$$-R_4\cdot J_1+(R_2+R_4+R_6)\cdot J_2-R_6\cdot J_3=E_2+E_4+E_6$$
$$-R_5\cdot J_1-R_6\cdot J_2+(R_3+R_5+R_6)\cdot J_3=E_3+E_5-E_6.$$



Rešavanjem sistema dobijamo konturne struje $J_1=-5.8[\mathrm{mA}]$, $J_2=292[\mathrm{mA}]$ i $J_3=68[\mathrm{mA}]$.

Struje grana su onda: $I_1=J_1=-5.8[\mathrm{mA}]$, $I_2=J_2=292[\mathrm{mA}]$, $I_3=J_3=68[\mathrm{mA}]$, $I_4=J_1-J_2=-297.8[\mathrm{mA}]$, $I_5=J_3-J_1=73.8[\mathrm{mA}]$ i $I_6=J_2-J_3=224[\mathrm{mA}]$.



Zadatak 5: Za kolo sa slike izračunati struju i snagu termičke disipacije otpornika R_2, ako je poznato: $E=10[\mathrm{V}]$, $I_g=2[\mathrm{A}]$, $R_1=8[\Omega]$, $R_2=2[\Omega]$, $R_3=R_4=4[\Omega]$.

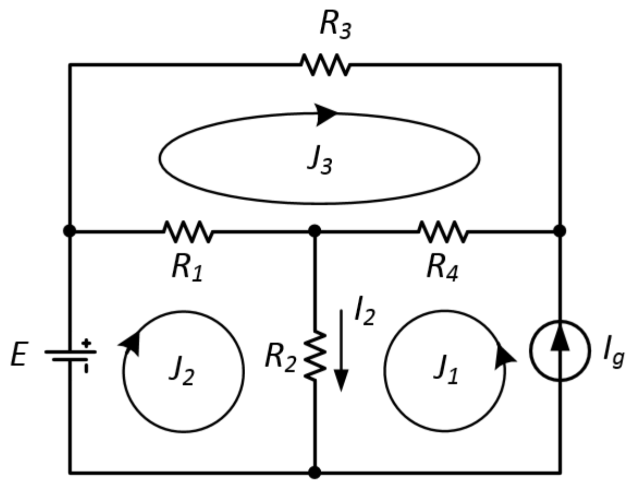
Rešenje:

Ako u kolu postoje strujni izvori, tada granu sa strujnim generatorom obavezno treba obuhvati samo jednom konturom. Struja te konture se ne izračunava, jer je jednaka struji strujnog izvora.

Označimo sa J_1, J_2 i J_3 konturne struje koje odgovaraju nezavisnim konturama u kolu na slici. Pošto kontura J_1 obuhvata strujni generator, za tu konturu se ne piše jednačina, jer je $J_1=I_g=2[\mathrm{A}]$.

Za drugu i treću konturu se piše:

$$R_2I_g+\left(R_1+R_2\right)J_2-R_1J_3=E$$
$$R_4I_g-R_1J_2+\left(R_1+R_3+R_4\right)J_3=0\,.$$



Zamenom brojnih vrednosti i rešavanjem sistema dobijamo:

$$20\,J_2-16\,J_3=12[\mathrm{A}]$$
$$-8\,J_2+16\,J_3=-8[\mathrm{A}].$$

Nakon sabiranja jednačina:

$12\,J_2=4[\mathrm{A}]$, odakle je: $J_2=1/3[\mathrm{A}]$.

Konturna struja J_3 je onda $J_3=-1/3[\mathrm{A}]$.

Tražena struja I_2 kroz otpornik R_2 je $I_2=J_1+J_2=I_g+J_2=2[\mathrm{A}]+1/3[\mathrm{A}]=7/3[\mathrm{A}]$,

a snaga termičke disipacije na ovom otporniku je $P_J=R_2I_2^2=2[\Omega]\left(7/3[\mathrm{A}]\right)^2=2\cdot 49/9[\mathrm{W}]=98/9[\mathrm{W}]$.

Metod potencijala (napona) čvorova

Metod potencijala čvorova zasniva se na I Kirhofovom zakonu, a jednačine napisane po ovom metodu zapravo su modifikacija jednačina dobijenih primenom I Kirhofovog zakona. Broj jednačina, tj. red sistema jednak je $n = n_{\check{C}} - 1$, gde je $n_{\check{c}}$ broj čvorova u mreži. Algoritamski, rešavanje kola metodom napona čvorova izvodi se u tri koraka:

1. Označiti sve čvorove u kolu i proizvoljno izabrati jedan čvor kao referentni. Potencijali ostalih čvorova računaju se u odnosu na izabrani referentni čvor.
2. Formirati sistem jednačina po nepoznatim potencijalima čvorova.

$$\begin{aligned}
&G_{11}V_1 - G_{12}V_2 - \ldots - G_{1i}V_i - \ldots - G_{1n}V_n = \pm I_{11}\\
&-G_{21}V_1 + G_{22}V_2 - \ldots - G_{2i}V_i - \ldots - G_{2n}V_n = \pm I_{22}\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&-G_{n1}V_1 - G_{n2}V_2 - \ldots - G_{ni}V_i - \ldots + G_{nn}V_n = \pm I_{nn}
\end{aligned}$$

   gde su:

   V_i - potencijal *i*-tog čvora u odnosu na referentni čvor;

   G_{ii} - zbir provodnosti svih grana koje se sustiču u čvori *i*;

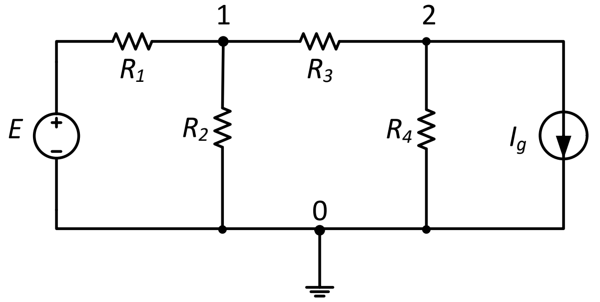
   G_{ij} - zbir provodnosti svih paralelnih grana između čvorova *i* i *j;*.

   I_{ii} - algebarski zbir proizvoda provodnosti grana i ems naponskih izvora koji se stiču u čvoru *i*, kao i zbir struja strujnih generatora koji se stiču u čvoru *i*; pri tome kao pozitivne uzimaju se one struje koje teku prema čvoru *i*.

3. Rešiti sistem jednačina po nepoznatim potencijalima čvorova.

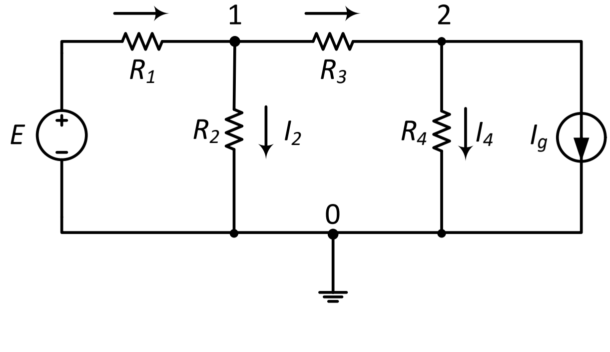
Provodnost grane koja sadrži idealni strujni generator je nula, a provodnost grane sa idealnim naponskim izvorom je beskonačno velika.

Zadatak 6: Primenom metode potencijala čvorova naći ukupne toplotne gubitke u kolu sa slike, ako je poznato: E= 9[V], I_g= 5[mA], R_1= 3[kΩ], R_2= 6[kΩ], R_3= 4[kΩ], R_4= 2[kΩ].



Rešenje:

Pregledom kola uočavamo da postoje 4 nepoznate struje grana. Neposrednom primenom Kirhofovih zakona dobio bi se sistem 4. reda. Ako čvorove u kolu označimo brojevima 0, 1 i 2 i za referentni usvojimo čvor 0, dobićemo sistem 2. reda po metodi potencijala čvorova. Činjenicu da je čvor 0 odabran za referentni, dodatno smo istakli tako što smo ga uzemljili (potencijal Zemlje je uvek nula).



Potencijale čvorova 1 i 2 u odnosu na nulti čvor odredićemo rešavanjem sistema jednačina:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)\cdot V_1 - \frac{1}{R_3}\cdot V_2 = \frac{E}{R_1}$$

$$-\frac{1}{R_3}\cdot V_1 + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)\cdot V_2 = -I_g .$$

Nakon zamene brojnih vrednosti i rešavanja sistema dobijamo:

$$V_1 = 2[\mathrm{V}]$$
$$V_2 = -6[\mathrm{V}].$$

Struje grana kola prema referentnim smerovima sa slike su:

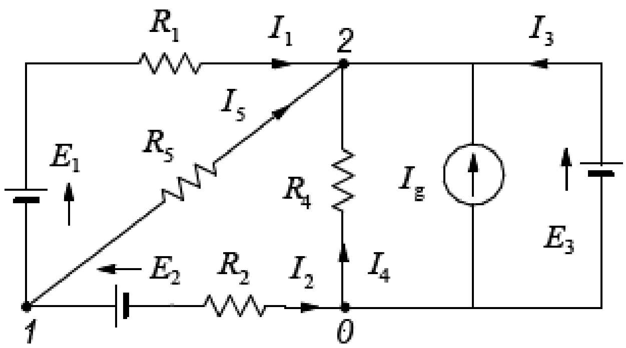
$$I_1 = \frac{E - V_1}{R_1} = \frac{9-2}{3\cdot 10^3} = \frac{7}{3}[\mathrm{mA}]$$
$$I_2 = \frac{V_1 - 0}{R_2} = \frac{2}{6\cdot 10^3} = \frac{1}{3}[\mathrm{mA}]$$
$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{R_3} = \frac{2-(-6)}{4\cdot 10^3} = 2[\mathrm{mA}]$$
$$I_4 = \frac{V_2 - 0}{R_4} = -\frac{6}{2\cdot 10^3} = -3[\mathrm{mA}] \quad ,$$

Ukupni toplotni gubici u kolu su $P_J = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2$, tj.

$$P_J = 3\cdot 10^3 \cdot \left(\frac{7}{3}\cdot 10^{-3}\right)^2 + 6\cdot 10^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\cdot 10^{-3}\right)^2 + 4\cdot 10^3 \cdot \left(2\cdot 10^{-3}\right)^2 + 2\cdot 10^3 \cdot \left(-3\cdot 10^{-3}\right)^2 = 51[\mathrm{mW}].$$

Zadatak 7: Odrediti struje grana električne mreže na slici ako je poznato: E_1=100 [V], E_2=200 [V], E_3=150[V], I_g=1[A], R_1=250 [Ω], R_2=100[Ω], R_4=20[Ω] i R_5=30[Ω].

Rešenje:



Kolo ima $n_č$=3 čvora i n_g=6 grana. Sistem jednačina po metodi Kirhofovih zakona bio bi reda n_g -1=5 (zbog postojanja grane sa idealnim strujnim generatorom). Po metodi konturnih struja bilo bi potrebno formirati sistem od (n_g-$n_č$+1) -1=3 linearne jednačine (zbog grane sa idealnim strujnim izvorom). Međutim, za ovu mrežu koja ima jednu granu sa idealnim naponskim generatorom, po metodi napona čvorova potrebna je samo jedna jednačina.

Neka je čvor 0 referentni, tj. nulti čvor. Potencijal čvora 2 je onda $V_2 = E_3 = 150[\mathrm{V}]$, pa je potrebno odrediti samo potencijal čvora 1:

$(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5})V_1 - (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5})V_2 = -\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}$, odnosno nakon rešavanja

$V_1 = 152[\mathrm{V}]$.

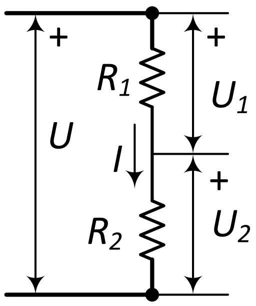
Struje grana su:

$$I_1 = \frac{V_1 + E_1 - V_2}{R_1} = 0.4[\mathrm{A}],\; I_2 = \frac{V_1 - E_2 - 0}{R_2} = -0.5[\mathrm{A}],\; I_4 = \frac{0 - V_2}{R_4} = -7.5[\mathrm{A}],\; I_5 = \frac{V_1 - V_2}{R_5} = 0.07[\mathrm{A}].$$

Struja kroz naponski izvor E_3 sada se može izračunati primenom IKZ na čvor 0:

$$I_3 = I_2 - I_4 - I_g = 6[\mathrm{A}].$$

Naponski razdelnik

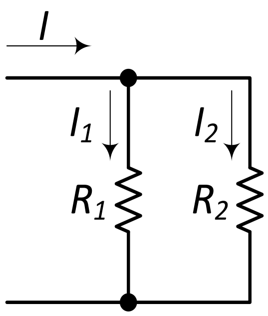


Kako je $I = \dfrac{U}{R_1 + R_2}$ padovi napona na otpornicima R_1 i R_2 jednaki su

$$U_1 = I \cdot R_1 = \frac{U}{R_1 + R_2} R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \text{ i } U_2 = I \cdot R_2 = \frac{U}{R_1 + R_2} R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U .$$

$$\boxed{U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U \text{ i } U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \leftarrow \textit{naponski razdelnik}}$$

Strujni razdelnik:



Kako je $I = I_1 + I_2$ i $I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$ rešavanjem po I_1 dobija se:

$$I = I_1 + \frac{R_1}{R_2} I_1 = (1 + \frac{R_1}{R_2}) I_1 = \frac{R_1 + R_2}{R_2} I_1 \text{ , tj. } I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I .$$

Analogno, rešavanjem po I_2 dobija se $I_2 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} I$.

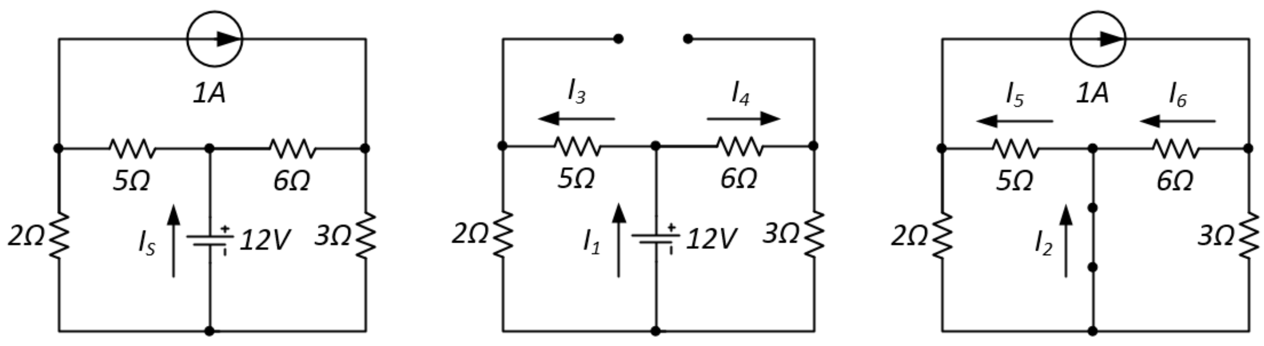
$$\boxed{I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \text{ i } I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \leftarrow \textit{strujni i razdelnik}}$$

Teorema superpozicije

Jačina struje u bilo kojoj grani linearne mreže jednaka je algebarskom zbiru (u odnosu na isti referentni smer) jačina struja koje bi u toj grani postojale kada bi naponski i strujni generatori delovali ponaosob. Naponski generatori eliminišu se iz mreže tako što se zamene kratkom vezom, a strujni tako što se zamene otvorenom vezom.

Zadatak 8: Koristeći princip superpozicije odrediti struju I_S kroz naponski izvor u kolu prikazanom na slici a).

Rešenje:



a) b) c)

Primenjujući teoremu superpozicije odredićemo doprinos struji I_S svakog od izvora ponaosob.
Iz kola na slici b) nalazi se struja I_1 koja predstavlja deo struje I_S koji potiče samo od naponskog izvora, jer je strujni izvor isključen iz kola. Kako je unutrašnja otpornost idealnog strujnog izvora beskonačno velika, na njegovom mestu posle isključivanja ostaje otvorena veza.

$$I_1 = I_3 + I_4 = \frac{12}{2+5} + \frac{12}{6+3} = \left(\frac{12}{7} + \frac{4}{3} \right) [\mathrm{A}].$$

Iz kola na slici c) nalazi se struja I_2 koja predstavlja deo struje I_S koji potiče samo od strujnog izvora, jer je naponski izvor isključen iz kola. Kako je unutrašnja otpornost idealnog naponskog izvora beskonačno mala, na njegovom mestu posle isključivanja ostaje kratka veza.

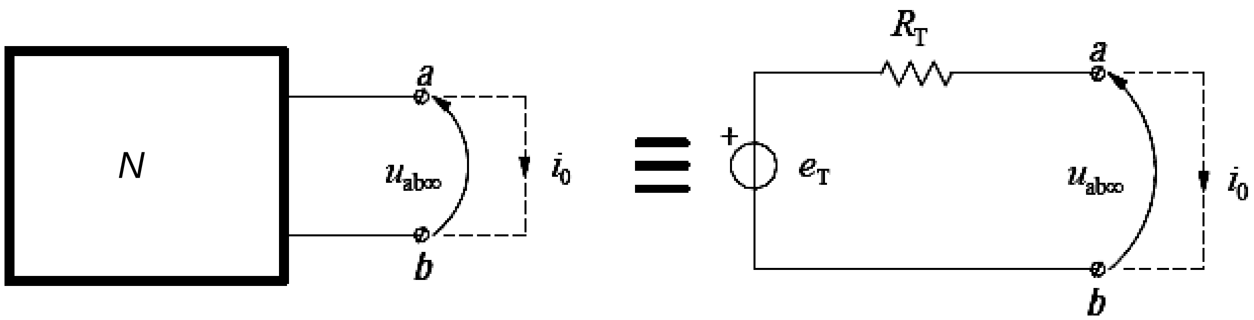
Kako je $I_2 + I_6 = I_5$, sledi da je $I_2 = I_5 - I_6$. Primenom stava o strujnom razdelniku dobija se

$I_5 = 1 \cdot \frac{2}{2+5} = \frac{2}{7}[\mathrm{A}]$ i $I_6 = 1 \cdot \frac{3}{3+6} = \frac{1}{3}[\mathrm{A}]$. Sada je $I_2 = \left(\frac{2}{7} - \frac{1}{3}\right)[\mathrm{A}]$.

Konačno, primenjujući princip superpozicije dobijamo:

$$I_S = I_1 + I_2 = \left(\frac{12}{7} + \frac{4}{3} + \frac{2}{7} - \frac{1}{3}\right) = 3[\mathrm{A}].$$

Tevenenova teorema: U odnosu na bilo koja svoja dva čvora *a* i *b* svaka složena, linearna mreža *N*, ponaša se kao ekvivalentan Tevenenov naponski generator čija je ems e_T jednaka naponu praznog hoda mreže $u_{ab\infty}$, a unutrašnja otpornost R_T jednaka je ekvivalentnoj otpornosti mreže između priključaka *a* i *b* koja se dobija eliminacijom svih generatora iz mreže *N*. Idealni naponski generatori eliminišu se iz mreže *N* tako što se zamenjuju kratkom vezom, a idealni strujni tako što se zamenjuju otvorenom vezom.

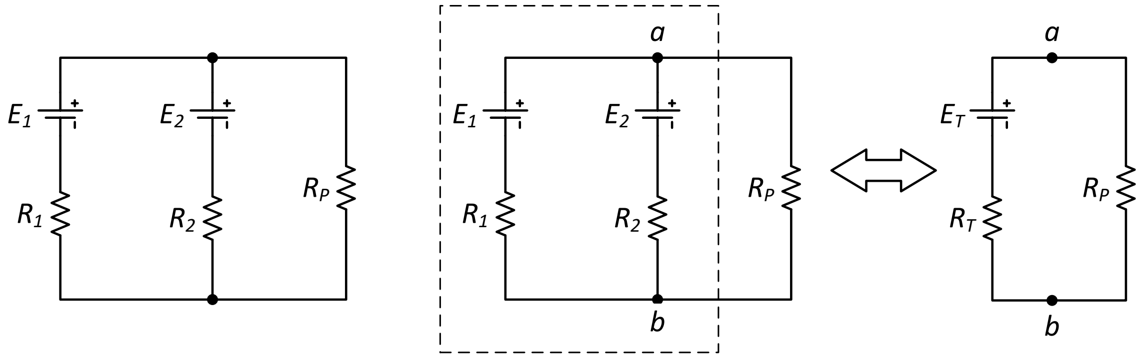


Tevenenova teorema se obično koristi kada se razmatranje i proračun odnose na potrošač (prilagođenje potrošača po snazi ostatku kola). Tada se ostatak kola zamenjuje Tevenenovim generatorom.

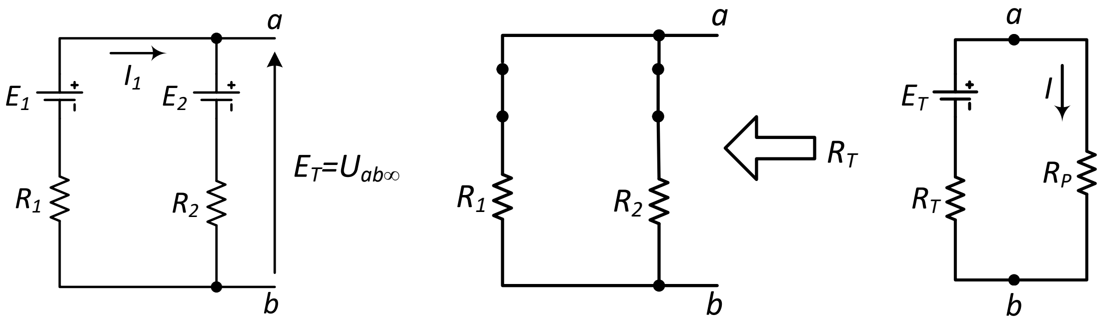
Zadatak 9: Izračunati snagu koja se razvija na potrošaču u kolu sa slike a). Vrednosti upotrebljenih komponentni su $E_1 = 30[\mathrm{V}]$, $E_2 = 20[\mathrm{V}]$, $R_1 = 40[\Omega]$, $R_2 = 60[\Omega]$ i $R_P = 80[\Omega]$.

Rešenje:

U odnosu na par krajeva (*a*, *b*) paralelna veza dva realna naponska izvora E_1 i E_2 može se ekvivalentrirati Tevenenovim generatorom, kao što je prikazano na slici b).



a) b)



Određivanje elektromotorne sile Tevenenovog generatora - E_T:

Početno kolo se otvori - prekine između tačaka *a* i *b*. Elektromotorna sila E_T jednaka je naponu praznog hoda između tačaka *a* i *b* :

$E_T = U_{ab\infty} = E_2 + R_2 I_1$. Kako je jačina struje $I_1 = \dfrac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}$, tražena elektromotorna sila E_T je

$$E_T = U_{ab\infty} = E_2 + R_2 \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 + R_2} = \frac{30 \cdot 60 + 20 \cdot 40}{40 + 60} = 26[\mathrm{V}].$$

Određivanje unutrašnje otpornosti Tevenenovog generatora - R_T :

Svi nezavisni izvori u kolu se anuliraju – ponište. Na mestima idealnih naponskih izvora ostaju nulte unutrašnje otpornosti – tj. kratki spojevi. Grana sa otpornikom R_P je isključena iz kola. Zatim se izračunava ekvivalentna otpornost između tačaka *a* i *b*:

$$R_T = R_{ab} = (R_1 \| R_2) = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{40 \cdot 60}{40 + 60} = \frac{2400}{100} = 24[\Omega].,$$

Rešavanjem ekvivalentnog kola dobija se:

$$P = I^2 R_P = \left(\frac{E_T}{R_T + R_P} \right)^2 R_P, \; P = \left(\frac{26}{24 + 80} \right)^2 \cdot 80 = \left(\frac{26}{104} \right)^2 \cdot 80 = \left(\frac{1}{4} \right)^2 \cdot 80 = 5[\mathrm{W}].$$

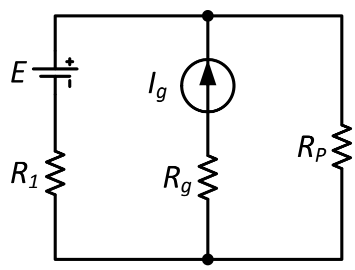
Svaka paralelna veza dva naponska generatora može se zameniti jednim ekvivalentnim naponskim generatorom čije su karakteristike:

$$E_T = E_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + E_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad R_T = (R_1 \| R_2) = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

U specijalnom slučaju kada su generatori jednaki ($E_1 = E_2 = E$ i $R_1 = R_2 = R$) dobija se

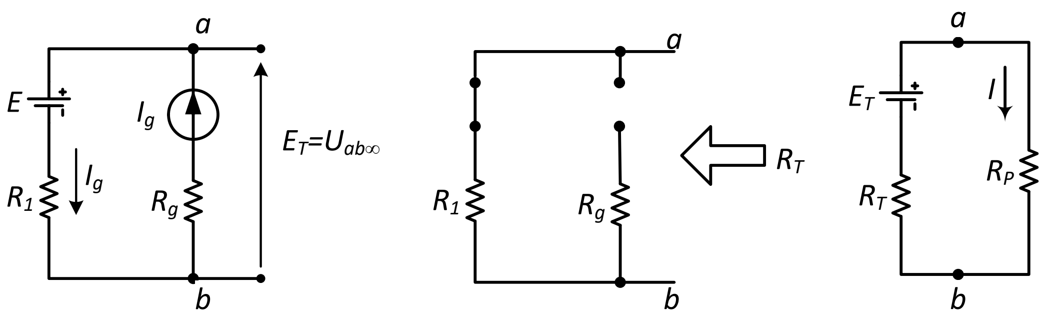
$$E_T = E, \; R_T = R/2.$$

Zadatak 10: Izračunati snagu koja se razvija na potrošaču u kolu sa slike. Vrednosti upotrebljenih komponentni su $E = 30[\mathrm{V}]$, $I_g = 1/3[\mathrm{A}]$, $R_1 = 30[\Omega]$, $R_g = 60[\Omega]$ i $R_\mathbf{P} = 90[\Omega]$.



Rešenje:

Za određivanje parametara Tevenenovog generatora postupamo kao u prethodnom zadatku:



$E_T = E + R_1 \cdot I_g = 30 + 30 \cdot \frac{1}{3} = 40[\mathrm{V}]$, $R_T = R_1 = 30[\Omega]$, jer je unutrašnja otpornost idealnog strujnog izvora beskonačno velika, a idealnog naponskog generatora beskonačno mala. Tražena snaga je

$$P = I^2 R_P = \left(\frac{E_T}{R_T + R_P}\right)^2 \cdot R_P = \left(\frac{40}{30+90}\right)^2 \cdot 90 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 90 = 10[\mathrm{W}].$$

Teorema kompenzacije

Bilo koji deo složene električne mreže, koji je sa ostatkom mreže povezan preko dva kraja 1 i 2, može se zameniti idealnim naponskim generatorom ems jednake naponu između tih krajeva i vezane za referentni smer napona.