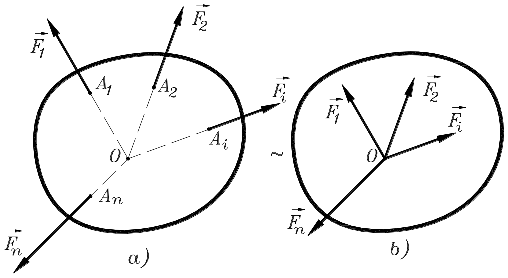
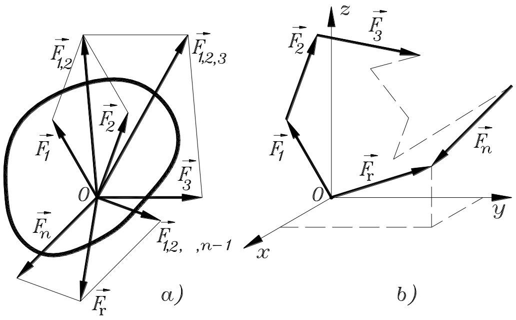
Sistem sučeljnih sila

Geometrijski način slaganja sistema sučeljnih sila

<u>Teorema:</u> *Svaki sistem sučeljnih sila ima rezultantu koja je jednaka vektorskom zbiru svih sila datog sistema sila i čija napadna linija prolazi kroz tačku preseka napadnih linija svih sila.*





$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim \vec{F}_{1,2}$$
$$\vec{F}_{1,2} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$
$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_{1,2}, \vec{F}_3, \ldots, \vec{F}_n).$$

$$(\vec{F}_{1,2}, \vec{F}_3) \sim \vec{F}_{1,2,3}$$

$$\vec{F}_{1,2,3} = \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3,$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_{1,2,3}, \ldots, \vec{F}_n)$$

$$(\vec{F}_{1,2,\ldots,n-2}, \vec{F}_{n-1}) \sim \vec{F}_{1,2,\ldots,n-1}$$

$$\vec{F}_{1,2,\ldots,n-1} = \vec{F}_{1,2,\ldots,n-2} + \vec{F}_{n-1} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_{n-1}$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_{1,2,\ldots,n-1}, \vec{F}_n)$$

$$(\vec{F}_{1,2,\ldots,n-1}, \vec{F}_n) \sim \vec{F}_{1,2,\ldots,n} \equiv \vec{F}_\mathrm{r}$$

$$\vec{F}_{1,2,\ldots,n} = \vec{F}_{1,2,\ldots,n-1} + \vec{F}_n = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n \equiv \vec{F}_\mathrm{r}$$

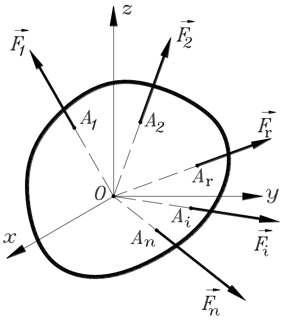
$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n) \sim \vec{F}_{1,2,\ldots,n} \equiv \vec{F}_\mathrm{r},$$

Zapaža se da je rezultanta sučeljnog sistema sila vektorski jednaka glavnom vektoru posmatranog sistema sila, tj.

$$\vec{F}_\mathrm{r} \equiv \vec{F}_R = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i .$$

Dakle, <u>svaki sistem sučeljnih sila ima rezultantu koja je vektorski jednaka glavnom vektoru tog sistema sila</u>.

Analitički način određivanja rezultante sistema sučeljnih sila



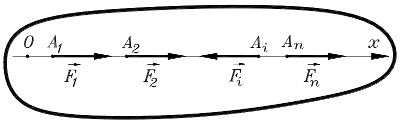
$$X_r = \sum_{i=1}^{n} F_i cos\alpha_i = \sum_{i=1}^{n} X_i \,,$$

$$Y_r = \sum_{i=1}^{n} F_i cos\beta_i = \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

$$Z_r = \sum_{i=1}^{n} F_i cos\gamma_i = \sum_{i=1}^{n} Z_i$$

$$F_r = \sqrt{X_r^2 + Y_r^2 + Z_r^2} \,,$$

$$cos\alpha_r = \frac{X_r}{F_r}, \quad cos\beta_r = \frac{Y_r}{F_r}, \quad cos\gamma_r = \frac{Z_r}{F_r}$$



U specijalnom slučaju, sistem sučeljnih sila svodi se na sistem kolinearnih sila.

$$F_r = |X_r| = \left| \sum_{i=1}^{n} X_i \right|$$

Uslovi ravnoteže sistema sučeljnih sila

Geometrijski uslovi ravnoteže sistema sučeljnih sila

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_{1,2}, \vec{F}_3, \ldots, \vec{F}_n) \sim \cdots \sim (\vec{F}_{1,2,\ldots,n-1}, \vec{F}_n)$$

$$\vec{F}_{1,2,\ldots,n-1} = \sum_{i=1}^{n-1} \vec{F}_i$$

$$\vec{F}_{1,2,\ldots,n-1} = -\vec{F}_n$$

$$\vec{F}_r = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$$

Dakle, potreban i dovoljan uslov za ravnotežu sučeljnog sistema sila jeste da je rezultanta tog sistema sila jednaka nuli.

Analitički uslovi ravnoteže sistema sučeljnih sila

$$\sum_i X_i = 0, \quad \sum_i Y_i = 0, \quad \sum_i Z_i = 0$$

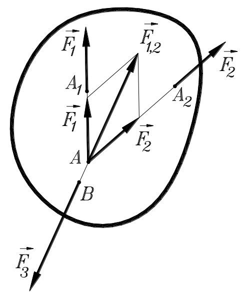
Dakle, potreban i dovoljan uslov za ravnotežu prostornog sistema sučeljnih sila jeste da su zbirovi projekcija svih sila posmatranog sistema sila na tri uzajamno upravne ose jednaki nuli.

$$\sum_i Y_i = 0, \quad \sum_i Z_i = 0$$

$$\sum_i Z_i = 0$$

Teorema o tri neparalelne sile

<u>Teorema:</u> *Da bi sistem od tri neparalelne sile, koje deluju na telo i kod kojih se napadne linije dveju od njih seku, bio uravnotežen potrebno je da te sile obrazuju ravan sistem sučeljnih sila.*



$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3) \sim 0$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim \vec{F}_{1,2}$$

$$(\vec{F}_{1,2}, \vec{F}_3) \sim 0$$

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_{1,2}$$

Potrebni i dovoljni uslovi za ravnotežu ravnog sistema od tri neparalelne sile su:
a) napadne linije sila seku se u jednoj tački,
b) te tri sile obrazuju zatvoreni trougao sila.

Razlaganje sile

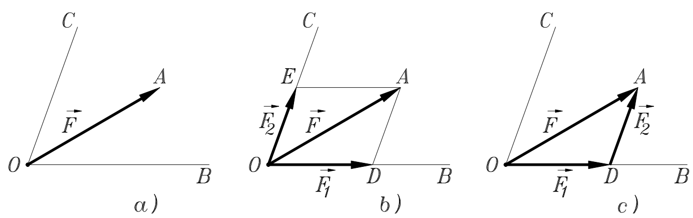
- slaganje sila

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n) \sim \vec{F}_r$$

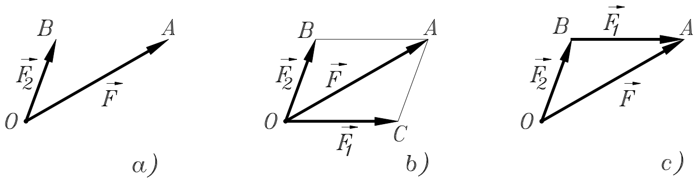
- razlaganje sile

$$\vec{F}_r \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n)$$

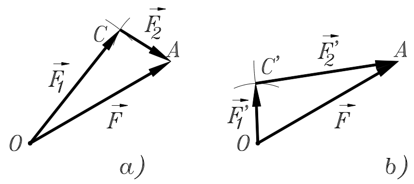
1) Data je sila $\vec{F}$ i pravci njenih komponenata *OB* i *OC*



2) Data je sila $\vec{F}$ i jedna njena komponenta $\vec{F}_2$

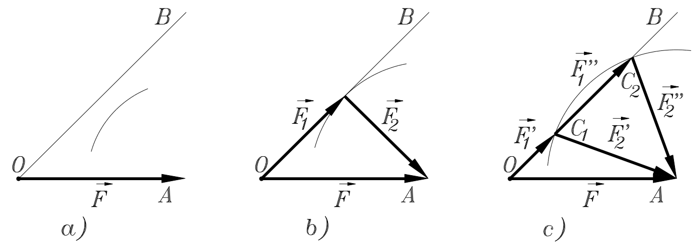


3) Data je sila $\vec{F}$ i intenziteti F_1 i F_2 njenih komponenata. Ovaj zadatak nije jednoznačno određen.



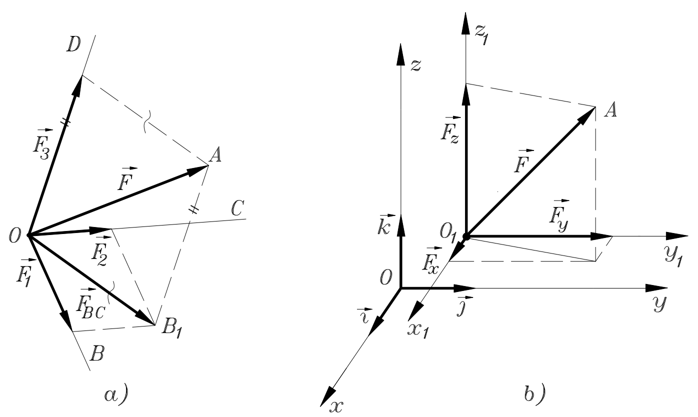
4) Data je sila $\vec{F}$, pravac *OB* jedne komponente i intenzitet F_2 druge komponente.

a) luk poluprečnika F_2 ne seče pravac *OB*. Rešenje problema u ovom slučaju nije moguće;
b) luk poluprečnika F_2 dodiruje pravac *OB* u tački. U ovom slučaju postoji jedno rešenje;
c) luk poluprečnika F_2 seče pravac *OB* u dve tačke C_1 i C_2. U ovom slučaju rešenje problema je moguće i nije jednoznačno.



- Sila se može rastaviti i na tri poznata nekolinearna pravca. Ako su to pravci *OB*, *OC* i *OD* koji prolaze kroz početak *O* sile $\vec{F} = \overrightarrow{OA}$ koja se razlaže, tada se razlaganje sile svodi na konstrukciju paralelepipeda kod koga je poznata dijagonala *OA* i pravci *OB*, *OC* i *OD* stranica.

$$\vec{F} \sim (\vec{F}_{BC}, \vec{F}_3))$$



$$\vec{F}_{BC} \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2)$$

$$\vec{F} \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3)$$

- U velikom broju problema u mehanici potrebno je razložiti silu na tri međusobno ortogonalne komponente. U tom cilju najčešće se bira *Dekartov* pravougli koordinatni sistem

$Oxyz$ odnosno, $O_1x_1y_1z_1$ čije se ose poklapaju ili su paralelne sa ta tri ortogonalna pravca. Dakle, silu $\vec{F}$ možemo napisati kao

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z$$

Komponente $\vec{F}_x$, $\vec{F}_y$ i $\vec{F}_z$ mogu se izraziti preko projekcija X, Y i Z na odgovarajuće ose i odgovarajućih jediničnih vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ osa Ox, Oy i Oz, respektivno, tj.

$$\vec{F}_x = X\vec{i}\,, \quad \vec{F}_y = Y\vec{j}\,, \quad \vec{F}_z = Z\vec{k}$$

$$\vec{F} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}\,.$$