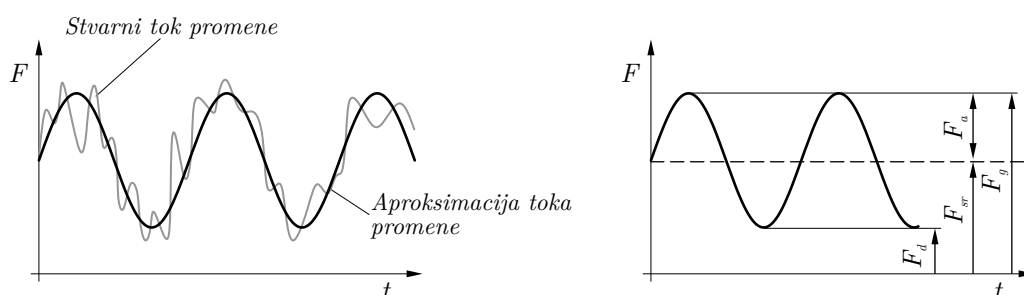


## KRITIČNI NAPONI IZVRŠIOCA ELEMENTARNIH FUNKCIJA U USLOVIMA PROMENLJIVOG OPTEREĆENJA

U pogledu karaktera promene radnog opterećenja tokom vremena, postoji **statičko** – mirno i **dinamičko** – promenljivo opterećenje. Opterećenje stalnog pravca, smera i intenziteta je statičko opterećenje. Dinamičko opterećenje se tokom vremena menja po intenzitetu, pravcu i smeru. Stvarni tok promene radnog opterećenja mašinskih delova (izvršioca elementarnih funkcija) u realnosti ima stohastičan tok promene, Slika 4. Ovakav tok promene je nepogodan za proračun, te se aproksimira kontinualnom funkcijom, najčešće sinusnog oblika. Osnovne karakteristike ovako aproksimiranog periodično promenljivog opterećenja su:

- minimalna (donja)  $F_d$  vrednost radnog opterećenja,
- maksimalna (gornja)  $F_g$  vrednost radnog opterećenja,
- amplituda radnog opterećenja  $F_a$ ,
- srednja vrednost radnog opterećenja  $F_{sr}$ .



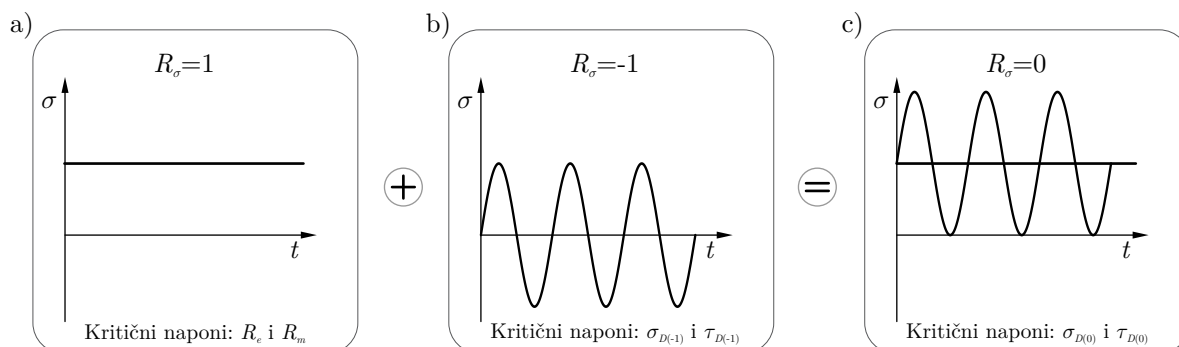
Slika 4 Osnovne karakteristike periodično promenljivog opterećenja

Za opisivanje karaktera promene opterećenja tokom vremena, uveden je **faktor asimetrije radnog opterećenja**:

$$R_F = \frac{F_d}{F_g}.$$

Na identičan način definiše se i **faktor asimetrije napona**<sup>1</sup>:

$$R_\sigma = \frac{\sigma_d}{\sigma_g}.$$

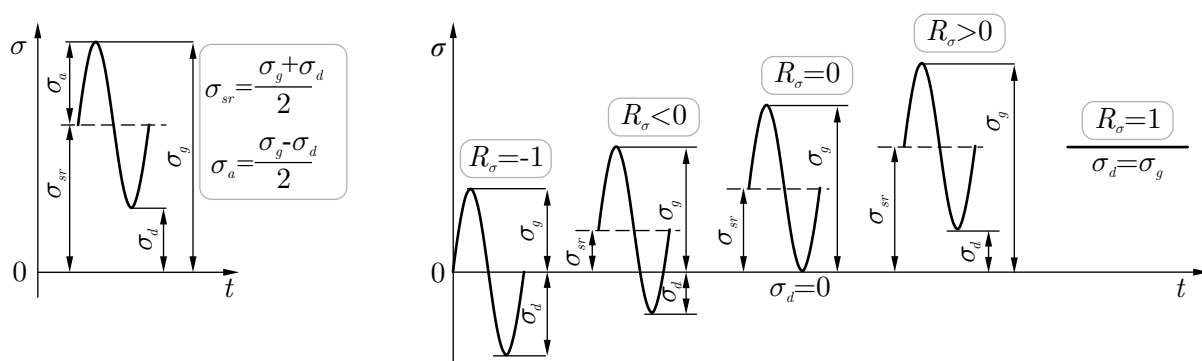


Slika 2 a) statičko opterećenje, b) i c) periodično promenljivo opterećenje

<sup>1</sup>U određenim slučajevima faktor asimetrije radnog opterećenja i faktor asimetrije napona nisu u saglasnosti, tj.  $R_F \neq R_\sigma$

Kod statičkog opterećenja, Slika 2a, faktor asimetrije jednak je jedinici, a kod osnovnog dinamičkog opterećenja, Slika 2b – čisto naizmenično promenljivo opterećenje  $\sigma_{sr} = 0$ , faktor asimetrije  $R = -1$ . Zavisno od intenziteta statičkog opterećenja i intenziteta amplitude osnovnog dinamičkog opterećenja, mogu se formirati različiti oblici promenljivog – dinamičkog opterećenja. Na Slici 2c prikazano je jednosmerno promenljivo opterećenje nastalo superpozicijom statičkog opterećenja i dinamičkog čija amplituda ima vrednost statičkog opterećenja. Kod ovog dinamičkog opterećenja faktor asimetrije jednak je nuli tj.  $R = 0$ .

Ostala promenljiva opterećenja nastaju superpozicijom osnovnog dinamičkog opterećenja i statičkog opterećenja, Slika 3.



Slika 3 Različiti slučajevi periodično promenljivog opterećenja

Za razliku od razaranja pri statičkim opterećenjima, sva razaranja usled zamora materijala nastaju bez prethodnog plastičnog deformisanja, bez obzira na to da li je materijal po svojoj prirodi krt (elastičan) ili razvlačljiv (elastoplastičan).

## Dinamičke karakteristike u oblasti trajne čvrstoće

Dinamičke karakteristike materijala ne zavise samo od veličine napona i načina njegove promene već i od broja promene napona – ciklusa. Imajući ovo u vidu, neophodno je uspostaviti vezu između napona i broja ciklusa. Ova zavisnost utvrđuje se eksperimentalnim putem – dinamičkim ispitivanjima koja su dugotrajna i skupa. Ispitivane epruvete konstantnog poprečnog preseka (prečnika 7-10 mm), obrađene brušenjem, izlažu se promenljivoj opterećenju.

Za jedan nivo napona  $\sigma_{N1}$  ispituje se više epruveta (obično 10 komada) i registruje se broj ciklusa  $N_1$  pri kojem dolazi do loma. Dobijeni rezultati unose se u koordinatni sistem  $\sigma - N$ , Slika 4.

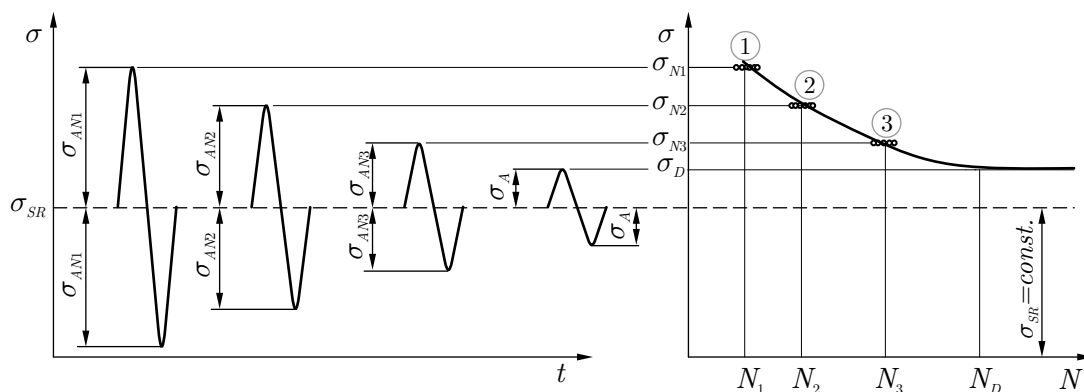
Kod drugog nivoa napona  $\sigma_{N2}$  zadržava se isti srednji napon a amplituda napona se smanjuje i ponovo se registruje broj promena napona  $N_2$  do loma. Ovaj postupak se nastavlja sve do napona  $\sigma_D$ , a to je najveći nominalni napon koji epruveta ispitivanog materijala može izdržati bez razaranja – dinamičkog loma pri neograničenom broju ciklusa, Slika 4.

Ovaj napon se naziva **trajna dinamička čvrstoća** ili **dinamička izdržljivost** i jednak je zbiru srednjeg napona  $\sigma_{SR}$  i amplitude dinamičke čvrstoće  $\sigma_A$ :

$$\sigma_D = \sigma_{SR} + \sigma_A,$$

$$\tau_D = \tau_{SR} + \tau_A.$$

Broj ciklusa  $N_D$  naziva se granični broj ciklusa i za konstrukcione čelike iznosi  $10 \cdot 10^6$ , za ostale čelike i obojene metale, kao i za ispitivanje zamaranjem pod dejstvom korozije ili pri povišenim temperaturama



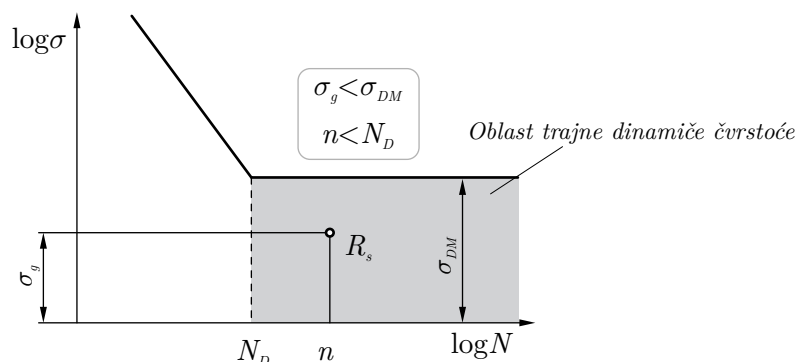
Slika 4 Formiranje Velerove krive

$N_D = 100 \cdot 10^6$ . Spajanjem dobijenih tačaka u koordinatnom sustavu  $\sigma - N$  dobija se kriva zamaranja – Velerova kriva, prikazana na Slici 4. Velerova kriva može se analitički prikazati u obliku:

$$\sigma_N^m \cdot N = const.,$$

gde je sa  $m$  označen eksponent Velerove krive.

Za crtanje Velerove krive u koordinatnom sustavu  $\sigma - N$ , potrebno je poznavati veliki broj tačaka koje se dobijaju ispitivanjem. Ista zavisnost u logaritamskom koordinatnom sustavu  $\log \sigma - \log N$  ima oblik prave linije, dijagram na Slici 5. Na ovaj način broj ispitivanja za prikazivanje Velerove krive je znatno smanjen.

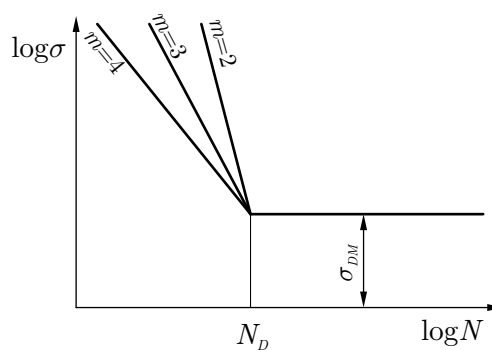


Slika 5 Predstavljanje Velerove krive u logaritamskom koordinatnom sustavu

Na osnovu rezultata ispitivanja, koordinata dve tačke na Velerovoj krivoj i analitičkog izraza za Velerovu krivu može se odrediti eksponent Velerove krive:

$$m = \frac{\log \left( \frac{N_2}{N_1} \right)}{\log \left( \frac{\sigma_{N1}}{\sigma_{N2}} \right)}.$$

Uticaj eksponenta Velerove krive na nagib pravolinijskog dela dijagrama, prikazan je na Slici 6.

Slika 6 Uticaj eksponenta  $m$  na oblik Velerove krive

**Primer**

U laboratorijskim uslovima ispitivana je dinamička čvrstoća epruvete. Dobijeni su sledeći rezultati: pri nivou napona  $\sigma_{N1} = 400 \text{ N/mm}^2$  broj ciklusa do razaranja je  $N_1 = 2 \cdot 10^5$ ; pri nivou napona  $\sigma_{N2} = 300 \text{ N/mm}^2$  broj ciklusa do razaranja je  $N_2 = 1 \cdot 10^6$ . Na osnovu dobijenih podataka odrediti eksponent Velerove krive epruvete.

Korišćenjem date jednakosti dobija se:

$$m = \frac{\log\left(\frac{N_2}{N_1}\right)}{\log\left(\frac{\sigma_{N1}}{\sigma_{N2}}\right)} = \frac{\log\left(\frac{10^6}{2 \cdot 10^5}\right)}{\log\left(\frac{400}{300}\right)} = 5,5945,$$

odnosno eksponent Velerove krive epruvete je  $m \approx 5,60$ .

U zavisnosti od načina promene promenljivog opterećenja Slika 2b i 2c, koje deluju na epruvetu tokom ispitivanja, mogu se dobiti sledeće dinamičke čvrstoće:

- $\sigma_{D(0)}$  i  $\tau_{D(0)}$ <sup>2</sup> – trajna dinamička čvrstoća pri jednosmerno promenljivom opterećenju (faktor asimetrije napona  $R_{\sigma, \tau} = 0$ ),
- $\sigma_{D(-1)}$  i  $\tau_{D(-1)}$ <sup>2</sup> – trajna dinamička čvrstoća pri naizmenično promenljivom opterećenju (faktor asimetrije napona  $R_{\sigma, \tau} = -1$ ).

Velerova kriva prikazana na Slici 4 odnosi se na jedan određen srednji napon ( $\sigma_{SR} = \text{const.}$ ). Za neki drugi srednji napon Velerova kriva će imati sličan tok, ali različite numeričke vrednosti trajne dinamičke čvrstoće. Prema tome, svakom srednjem naponu odgovara određena dinamička čvrstoća i Velerova kriva. Za inženjersku praksu veliki broj Velerovih dijagrama (svakom srednjem naponu odgovara jedna kriva) nije praktičan, pa se iz tih razloga daje sledeća funkcionalna zavisnost:

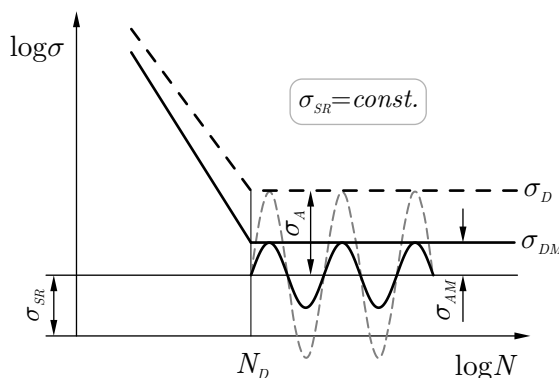
$$\sigma_D = f(\sigma_{SR}),$$

u vidu Smitovog dijagrama Slika 8a, 8b i 8c.

Za crtanje Smitovog dijagrama potrebne su tri karakteristike materijala, dve dinamičke:

- dve dinamičke:  $\sigma_{D(0)}$  i  $\sigma_{D(-1)}$ ,
- jedna statička, napon na granici tečenja:  $R_e$ .

Postupak ispitivanja dinamičkih karakteristika mašinskih delova je isti kao kod ispitivanja standardnih epruveta. Rezultati ispitivanja prikazuju se Velerovom krivom i Smitovim dijagramom. Na Slici 7 prikazana je Velerova kriva za mašinski deo (puna linija) i za epruvetu (isprekidana linija). Dinamička čvrstoća mašinskog dela manja je od dinamičke čvrstoće epruvete.



**Slika 7** Velerova kriva za epruvetu i mašinski deo

<sup>2</sup>Brojna vrednost unutar zagrada u oznaci dinamičke čvrstoće odnosi se na faktor asimetrije napona  $R_{\sigma}$  ili  $R_{\tau}$

Količnikom amplitude dinamičke čvrstoće epruvete  $\sigma_A$  i mašinskog dela  $\sigma_{AM}$  definisan je **faktor dinamičke čvrstoće**:

$$K_D = \frac{\sigma_A}{\sigma_{AM}},$$

koji se približno može odrediti na osnovu izraza:

$$K_D \approx \frac{\beta_k}{\xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3} = \frac{(\alpha_k - 1)\eta_k + 1}{\xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3},$$

gde su:

$\alpha_k$  – geometrijski (teorijski) faktor koncentracije napona,

$\eta_k$  – faktor osetljivosti materijala na koncentraciju napona (eksperimentalna istraživanja pokazala su da svi materijali nisu podjednako osetljivi na koncentraciju napona. Najkvalitetniji materijali su najosetljiviji ( $\eta_k \rightarrow 1$ ), elastoplastični materijali su manje osetljivi ( $\eta_k \approx 0,6$ ), a nehomogeni materijali su najmanje osetljivi na koncentraciju napona ( $\eta_k \approx 0,45$ )).

$\beta_k$  – efektivni faktor koncentracije napona,

$\xi_1$  – faktor veličine poprečnog preseka,

$\xi_2$  – faktor stanja površine,

$\xi_3$  – faktor koji uzima u obzir ostale uticaje (termička obrada, radna sredina...).

Svi ovi faktori određuju se eksperimentalnim putem. Za najčešće korišćene mašinske delove (vratila, zavrtnjevi, ...) oni su detaljno ispitani i dati u vidu tabličnih vrednosti.

Za praktičnu primenu crta se Smitov dijagram za mašinski deo na osnovu tri eksperimentalno određene karakteristike:

- dve dinamičke:  $\sigma_{D(0)M}$  i  $\sigma_{D(-1)M}$ ,
- jedne statičke, napon na granici tečenja:  $\sigma_{TM}$ .

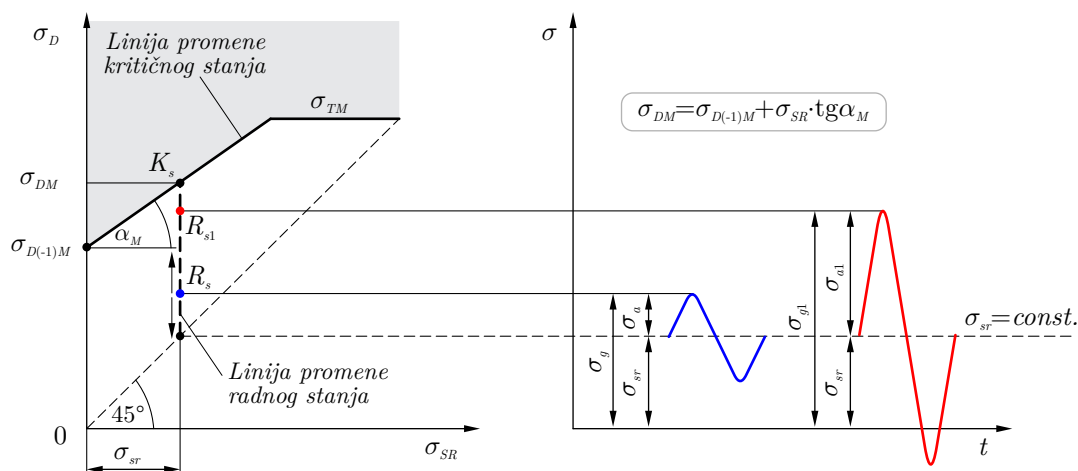
Na osnovu Smitovog dijagrama može se odrediti dinamička čvrstoća mašinskog dela za svaki srednji napon.

U nepredviđenim radnim uslovima mašinskog dela neke veličine periodično promenljivog napona, ili njihovi odnosi, zadržavaju svoje prvobitne vrednosti koje odgovaraju predviđenim radnim uslovima. Shodno tome mogu se pojaviti tri karakteristična slučaja periodično promenljivog radnog napona:

- srednji napon ima stalnu vrednost:  $\sigma_{sr} = const.$ ,
- odnos srednjeg napona i amplitude napona ima stalnu vrednost:  $\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_a} = const.$ ,
- donji napon ima stalnu vrednost:  $\sigma_d = const.$ .

Detaljna teorijska analiza tri navedena slučaja može se naći u knjizi *Mašinski elementi 1 – R. Mitrović, M. Ristivojević, B. Rosić*. U nastavku teksta biće dati samo konačni izrazi za određivanje kritičnog napona mašinskog dela.

**Prvi slučaj:** srednji napon ima stalnu vrednost.



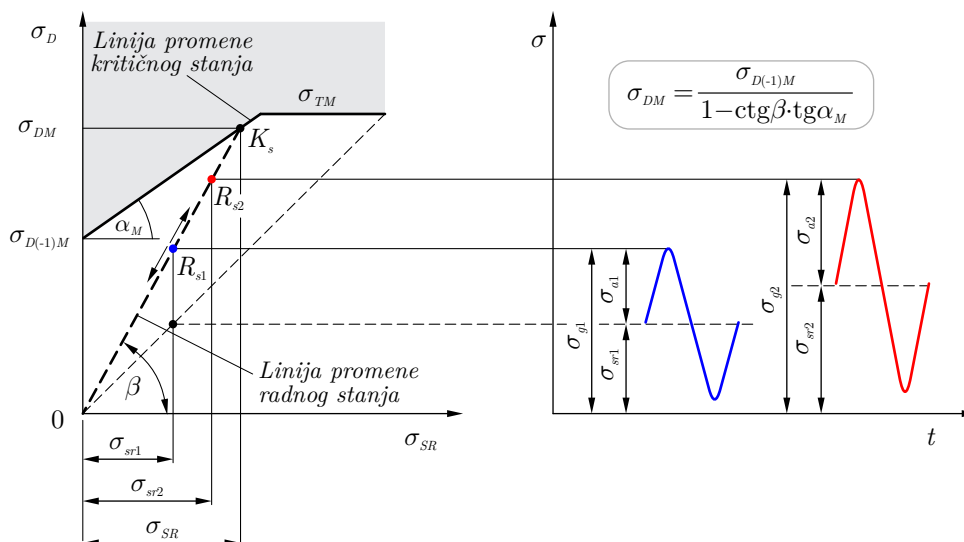
Slika 8a

Izraz za određivanje ugla nagiba linearnog dela Smitovog dijagrama mašinskog dela:

$$\operatorname{tg} \alpha_M = 1 + \left( 1 - \frac{2\sigma_{D(-)}}{\sigma_{D(0)}} \right) \frac{1}{K_D}.$$

Poseban slučaj nastaje kada je  $\sigma_{sr} = 0$ . Tada koordinate radnog stanja  $R_s$  zavise samo od veličine amplitude radnog napona  $R_s(0, \sigma_a)$ . Linija radnog napona se poklapa sa ordinatom koordinatnog sistema Smitovog dijagrama. U ovom slučaju kritično stanje  $K_s$  mašinskog dela je  $\sigma_{D(-)M}$ .

**Drugi slučaj:** odnos srednjeg napona i amplitude napona ima stalnu vrednost.



Slika 8b

Ugao nagiba linije promene radnog stanja:

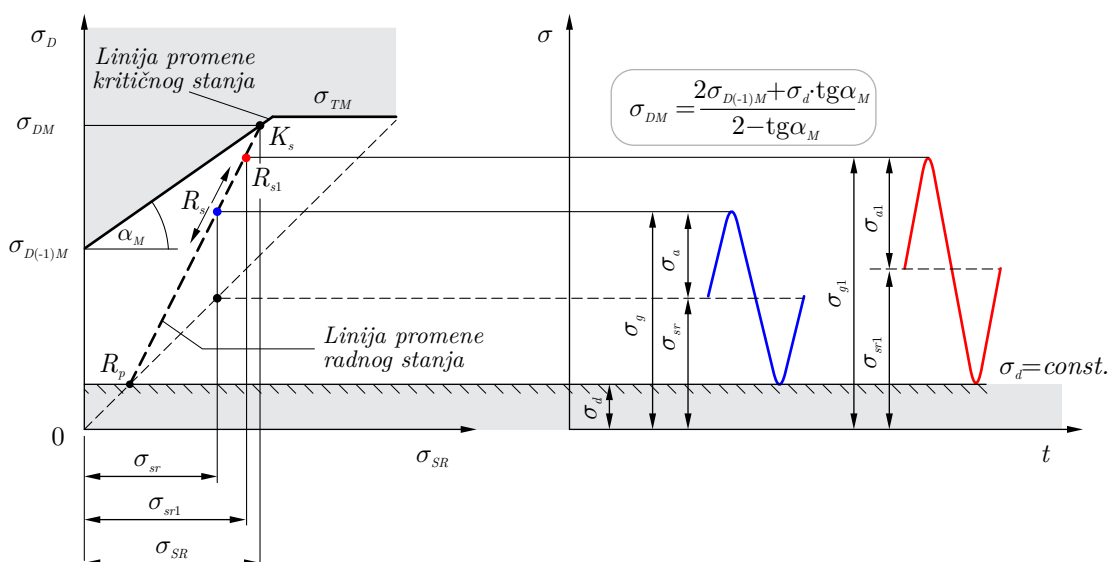
$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{R_\sigma + 1}{2}.$$

U specijalnom slučaju, kada je  $\sigma_d = 0$ , izraz za trajnu dinamičku čvrstoću mašinskog dela postaje:

$$\sigma_{DM} = \frac{\sigma_{D(-1)M}}{1 - 0,5 \operatorname{tg} \alpha_M}$$

jer je  $R_\sigma = \frac{\sigma_d}{\sigma_g} = 0$ , pa je  $\operatorname{ctg} \beta = 0,5$ .

**Treći slučaj:** donji napon ima stalnu vrednost.



Slika 8c

Na Smitovom dijagramu stanje predopterećenja mašinskog dela kada je  $\sigma_d = \text{const.}$  nalazi se u tački preseka donjeg napona  $\sigma_d$  i srednje linije Smitovog dijagrama (isprekidana linija pod uglom od  $45^\circ$ ), tačka  $R_p$ . Pod dejstvom radnog opterećenja mašinski deo se iz stanja predopterećenja dovodi u radno stanje – tačka  $R_s$  na Smitovom dijagramu.

Izraz za trajnu dinamičku čvrstoću može se napisati u sledećim oblicima:

$$\sigma_{DM} = \frac{2\sigma_{D(-1)M} + \sigma_d \cdot \operatorname{tg} \alpha_M}{2 - \operatorname{tg} \alpha_M} = \frac{\sigma_{D(-1)M} + \left(\frac{\sigma_d}{2}\right) \cdot \operatorname{tg} \alpha_M}{1 - 0,5 \operatorname{tg} \alpha_M}.$$

### Tok razaranja usled zamora

Proces zamaranja počinje uvek malom naprslinom ili čak mikronaprslinom mnogo ranije od trenutka loma, tako da ju je vrlo teško otkriti. Početne naprsline javljaju se najčešće na mestima sitnih šupljina ili nehomogenosti u inače relativno homogenom materijalu, zatim na mestima raznih površinskih oštećenja nastalih u toku obrade, čak i na mestima utisnutih oznaka. Ove su naprsline naročito opasne na mestima promene preseka, posebno ako se promena preseka poklapa sa presekom u kome je radni napon najveći. Pod uticajem periodično promenljivog opterećenja, naprslina može pokazati tendenciju širenja i produbljivanja, tako da ona sama postaje poseban vrlo jak izvor koncentracije napona, što dodatno ubrzava proces postepenog starenja.

Postepenim širenjem inicijalne naprsline smanjuje se noseća površina preseka mašinskog dela, naponi rastu, koncentracija napona postaje sve izrazitija, tako da se u jednom trenutku ostatak preseka lomi,

pod uslovima sličnim lomu usled statičkog opterećenja krtoeg materijala. Zamaranje može početi jednovremeno i iz nekoliko izvora, tako da se tokom širenja naprsline spajaju, srastaju, što dodatno ubrzava konačno razaranje.

### Prelom usled zamaranja

Tipičan izgled površine preloma po kojoj je nastalo zapreminskog razaranje usled zamora pokazuje dve jasno diferencirane zone:

- a) zona razaranja usled zamora, sitnozrne strukture, sa skoro glatkom površinom, nastala usled progresivnog širenja naprsline;
- b) zona statičkog preloma, krupnozrne strukture, slična prelomu krtoeg materijala pri statičkom opterećenju.

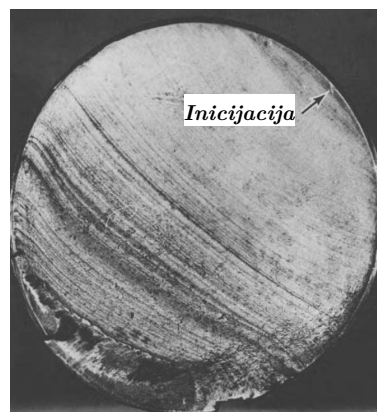
Izgled zone razaranja usled zamora zavisi od broja promene opterećenja u toku kojih se razvija inicijalna naprslina. U procesu ponovljenih opterećenja dolazi do gnječenja i sabijanja površina razdvojenih naprslinom. Veličina i oblik zone statičkog razaranja kao završne faze razaranja usled zamora zavise od uslova opterećenja, veličina nominalnih napona pri kojima je došlo do preloma, i od veličine koncentracije napona. Prema tome, struktura površine preloma često omogućuje donošenje zaključka o uzrocima razaranja.

Ukoliko je lom nastupio posle većeg broja promene opterećenja, dakle u slučaju manjih vrednosti promenljivih napona, razaranje usled zamora razvija se lagano, tako da do konačnog, krtoeg loma mašinski deo pretrpi veliki broj promena opterećenja. Ovde uzajamno dejstvo površina naprsline traje dugo vremena, tako da je zona razaranja usled zamora glatka, skoro kao brušena, i oštro je odvojena od zone statičkog preloma. U ovom slučaju naprslina ima mogućnost da se proširi na veću dubinu pa je zona statičkog preloma relativno mala.

Ukoliko je lom nastupio ranije, znači ukoliko su naponi veći, broj promena opterećenja do konačnog razaranja je manji, pa je i zona razaranja usled zamora manja u odnosu na zonu statičkog preloma, a njen izgled se manje razlikuje od izgleda zone statičkog razaranja.

#### Primer 1.

Prelomna površina vratila izrađenog od ugljeničnog čelika, sa dominantnom zonom dinamičkog razaranja. Inicijacija naprsline prikazana je strelicom. Na prelomnoj površini jasno je uočljiv pravac širenja zamornog oštećenja. U donjem delu preseka uočljiva je zona statičkog razaranja. Inicijalna naprslina generisana je u dnu žleba navoja, koji je prisutan na datom segmentu vratila. Nominalni naponi bili su niskog intenziteta, proces širenja oštećenja bio je dugotrajan, a konačna zona statičkog razaranja je relativno mala u odnosu na površinu dinamičkog razaranja koja zauzima skoro čitavu površinu poprečnog preseka razorenog mašinskog dela.



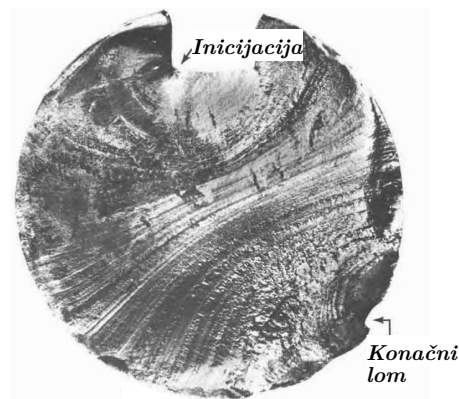


**Primer 2.**

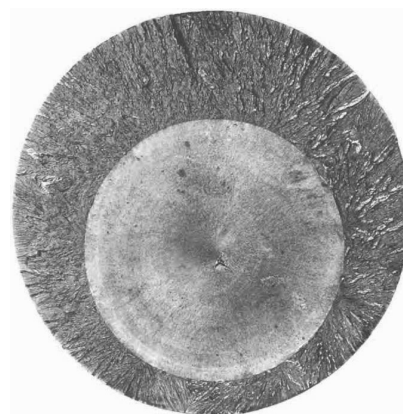
Prelomna površina vratila izloženog naizmenično promenljivom opterećenju. Primetni su simetrični tokovi širenja zamornog oštećenja, sa zonom konačnog statičkog loma u sredini preseka. Ovo ukazuje da se radi o slučaju čistog naizmeničnog opterećivanja  $R=-1$ , sa jednakim vrednostima maksimalnih pritisnih i zateznih napona.

**Primer 3.**

Prelomna površina vratila na mestu poprečnog preseka sa žlebom za klin. Inicijalna naprsina generisana je u donjem, levom uglu žleba, i napredovala je skoro preko čitavog poprečnog preseka pre pojave konačnog statičkog razaranja. Postoje preporuke koje ukazuju na minimalnu veličinu radijusa žleba za klin. U koliko ovaj radijus nije predviđen – uzrok razaranja je konstruktorske prirode. Ukoliko nisu ispoštovani zahtevi iz tehničke dokumentacije vezani za vrednost radijusa – uzrok razaranja je tehnološke prirode.

**Primer 4.**

Prelomna površina cilindričnog klipa kovačkog čekića izloženog dejstvu naizmeničnog aksijalnog naprezanja. Inicijacija prsline uočljiva je u okolini sredine poprečnog preseka. Glatka struktura označava zonu dinamičkog razaranja, počupana struktura označava zonu konačnog statičkog razaranja. Pri aksijalnom naprezanju inicijalna naprsline može se generisati u proizvoljnom mestu poprečnog preseka. U ovom slučaju, inicijalna naprsina javila se u okolini greške u materijalu, i širila se radijalno ka spoljašnosti kritičnog preseka. Konačni lom nastupio je kada površina *zdravog* materijala poprečnog preseka nije bila dovoljna da izdrži jednokratno dejstvo radnog opterećenja. Zamorno oštećenje nije propagiralo do spoljašnje površine kritičnog preseka mašinskog dela (ostalo je *skriveno* u materijalu).

**Primer 5.**

Prelomna površina vratila izrađenog od površinski kaljenog čelika. Strelica ukazuje na lokaciju inicijalne naprsline koja je generisana u poprečnom pravcu vratila, a zatim je pod dejstvom smičućih napona promenila pravac prostiranja. Na suprotnom delu preseka od mesta inicijacije naprsline, prisutna je zona statičkog krtog loma sa prisutnim tragovima čupanja materijala. Prelomna površina orijentisana je pod uglom od  $45^\circ$  u odnosu na podužnu osu vratila, što je karakteristično kada je dominantan vid naprezanja uvijanje.

