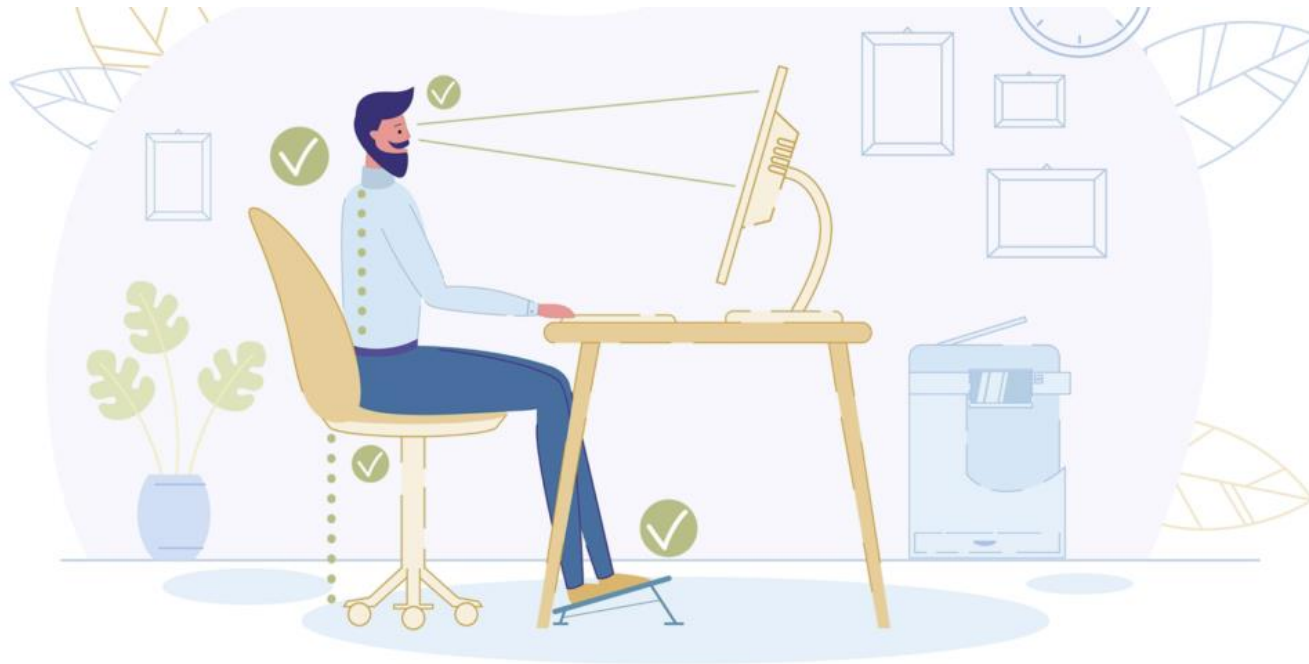




# Ергономија.

## Основе антропометрије

- Вежбе 7 -



# О ергономији

*“Свака особа је јединствена. Појединци су међусобно различити; нико није баш као неко други. Сви се разликујемо једни од других у изгледу, снази, вештинама, интересовањима, као и очекивањима.”*

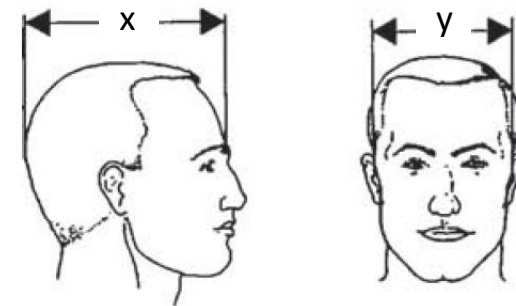
*- K. Kroemer, 2008.*

- Дакле, радни задаци и радна окружења морају бити прилагођена људима који се разликују по телесним димензијама, менталним капацитетима, као и жељи и вољи за радом.
- Препознавање разлика међу људима је важно обележје ергономије.
- Циљ ергономије је да учини рад безбедним, ефикасним, задовољавајућим, па чак и пријатним.

Ергономија представља примену научних принципа, метода и анализа података у пројектовању и прилагођавању инжењерских система човеку.

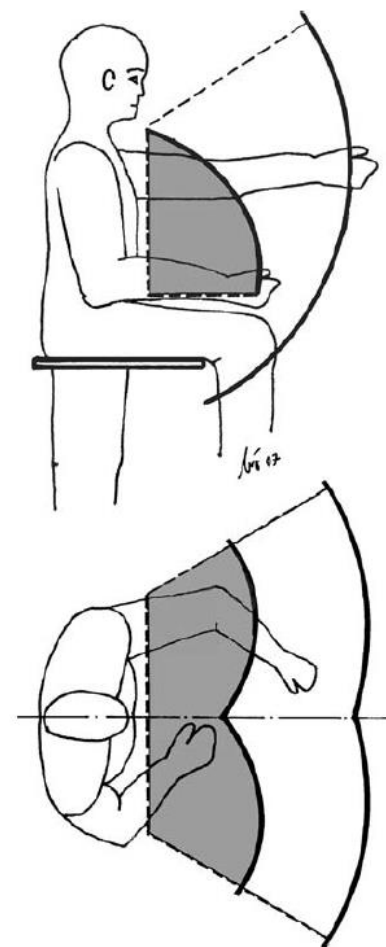


# Ергономско пројектовање



- Ергономско пројектовање се ослања на познавање људских карактеристика које су релевантне за систем, као и на разумевање да систем постоји да би служио људима.
- Инжењеру - пројектанту су потребни специфични подаци како би решио задати проблем (нпр. обим главе за прилагођавање димензија заштитне каске, или распон дохвата за израду оптималног радног простора у фабрици).

**Антропометрија представља област ергономије која има за задатак да усклади димензије производа са физичким карактеристикама човека, као што су димензије појединих делова тела, њихова маса, инерцијална својства и волумен.**







# Проблем интуитивног решења

- Не можемо дизајнирати производ или радно место за “просечну особу”, јер таква особа заправо не постоји у реалности. Ако бисмо то урадили, резултујући производ или радно место би били премали или превелики за половину корисника.
- Уместо тога, неопходно је узети у обзир крупне и високе особе (тако да могу да стану у седиште путничког авиона) или посветити посебну пажњу особама нижег раста, на пример, како би били сигурни да ће моћи да дохвате предмете са полице коју дизајнирамо.
- Када би висина врата била подешена тако да одговара особама просечне висине, многи би излазили/улазили у просторију повређене главе.





# Примена статистике у ергономском дизајну

- Свакако, није лако обезбедити да производ увек одговара и највишој и најнижој особи. У таквим случајевима, инжењер се мора задовољити тиме да производ одговара већини људи.
- Како би избегли главобоље, инжењери у овим ситуацијама посежу за основама статистике.
- Када се производ пројектује тако да одговара јасно дефинисаним корисницима – циљаној популацији, по дефинисању исте, неопходно је спровести потребна мерења како би се формирала одговарајућа антропометријска база података (Табела 1), нпр. висина, дужина потколенице, ширина рамена, телесна маса, број обуће, итд.)

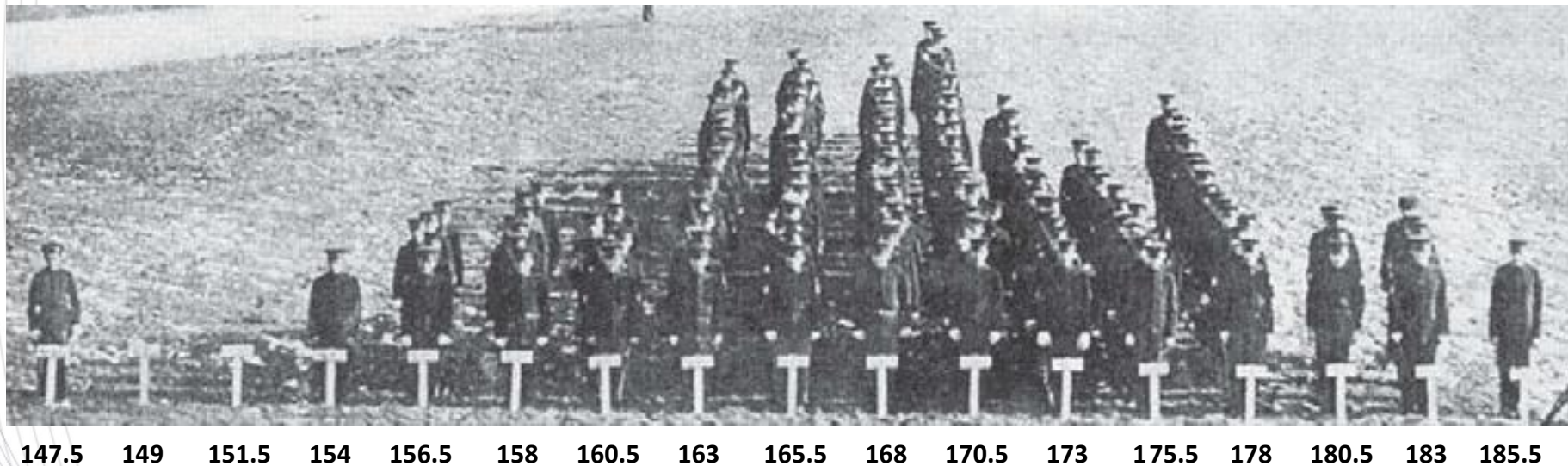
Табела 1. Део антропометријске базе података за потребе ергономског пројектовања кревета

Испитаник	Године старости	Пол	Измерене димензије (cm)							
			H (висина)	H <sub>max</sub> (висина дохвата)	L (рег. дужина)	W (рег. ширина)	L <sub>pr</sub> (преф. дужина)	W <sub>pr</sub> (преф. ширина)	D (дужина кревета)	S (ширина кревета)
1.	23	М	188	236	177	45	190	83	200	100
2.	22	М	175.5	224	155	57	201	55	200	80
3.	27	Ж	172	217	152	56	170	75	200	100
4.	23	М	180	235	181	74	186	61	190	85
5.	22	М	183	230	177	42	177	42	190	80
6.	22	М	196	243	194	45	198	69	204	168
7.	23	М	182	235	194	78	194	78	200	95
8.	23	М	181	228	180	75	195	80	200	160



# Примена статистике у ергономском дизајну

- Статистичари и биолози су више пута кроз историју показали да готово сви феномени, појаве у природи (које можемо представити бројевима) варирају према одређеном правилу.
- Када је у питању човек и његове димензије, варијабилност бројева се у највећем броју случајева може представити математичком функцијом коју називамо **нормална или Гаусова статистичка расподела**.
- Човекова висина је одличан пример нормално дистрибуиране променљиве (Слика 1).

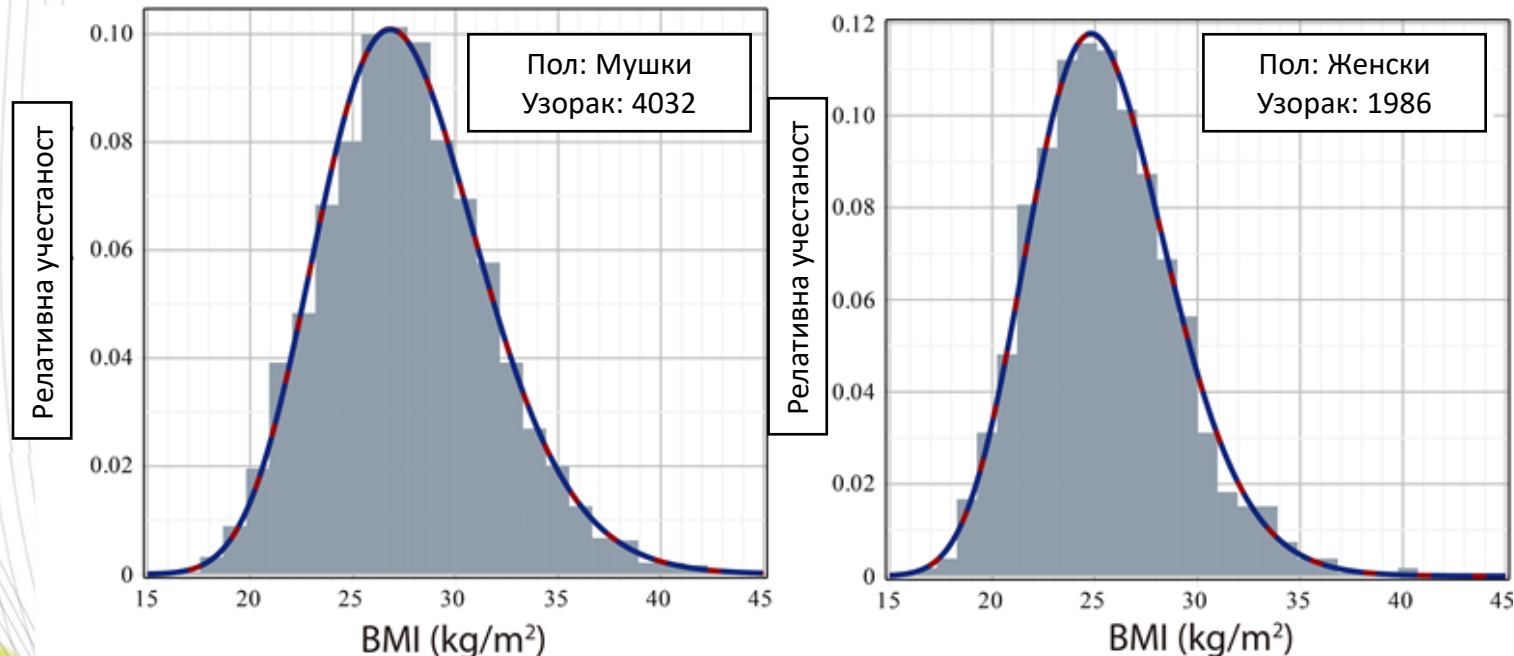


Слика 1. Група од 175 људи распоређених према њиховој висини [cm]: Фотографија из научног рада "Corn and Men", *Journal of Heredity*, аутор A. F. Blakeslee, 1914. год (Madrigal, 2012)



# Нормална статистичка расподела

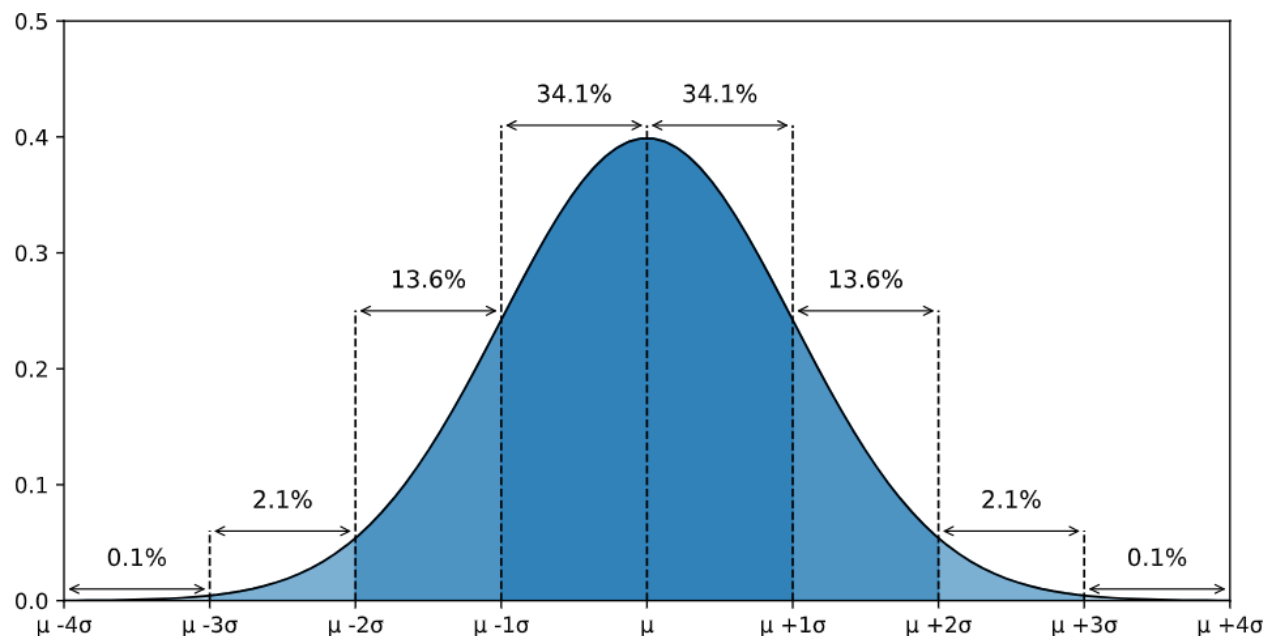
- Дакле, ако податке прикажемо графички, уз помоћ хистограма (стубичастим дијаграмом на ком је  $x$  оса издељена на интервале мерених вредности, док се на  $y$  оси налази релативна учестаност података у датом интервалу = број података у одређеном интервалу/укупан број података) можемо уочити наведену особину променљиве који анализирамо, уз услов да је број мерења довољно велики (Слика 2).



Слика 2. Хистограми индекса телесне масе (енг. Body-Mass Index) код мушке и женске популације (Silverman & Lipscombe, 2022)

# Нормална статистичка расподела

- Овај облик задавања континуалних случајних променљивих (као што је нпр. човекова висина, обзиром да теоретски може бити било који број на одређеном интервалу) назива се **густина расподеле вероватноће** (Слика 3).
- Површина испод криве представља вероватноћу да се (ново) мерење нађе у том интервалу.
- Нормалну расподелу карактеришу два основна параметра: **АРИТМЕТИЧКА СРЕДИНА** ( $\mu$ ) и **СТАНДАРДНА ДЕВИЈАЦИЈА** ( $\sigma$ )  $\rightarrow N(\mu, \sigma^2)$ .



Слика 3. Густина расподеле вероватноће за нормалну статистичку расподелу



# Аритметичка средина и ст. девијација

- Пример (Alhazmi, 2020). Извршено је 8 мерења величине  $x$ . Потребно је израчунати и графички приказати аритметичку средину и стандардну девијацију.

Бр. мерења	1	2	3	4	5	6	7	8
$x$	2	8	9	3	2	7	1	6

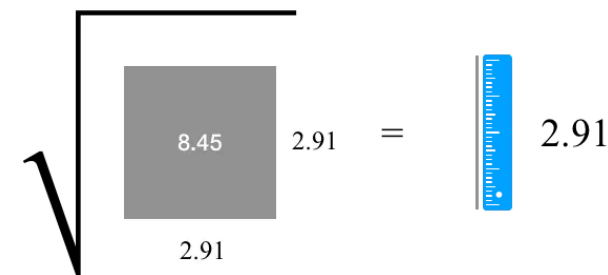
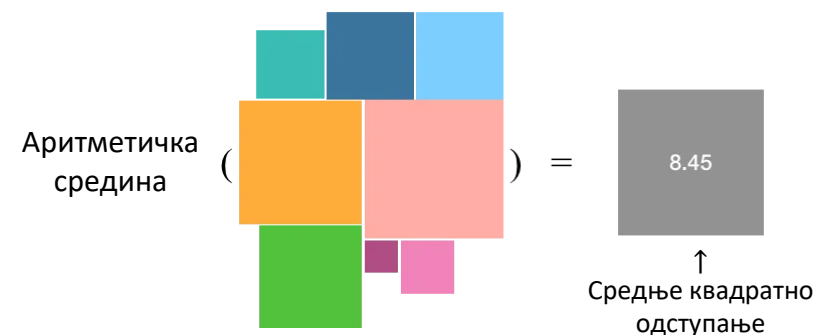
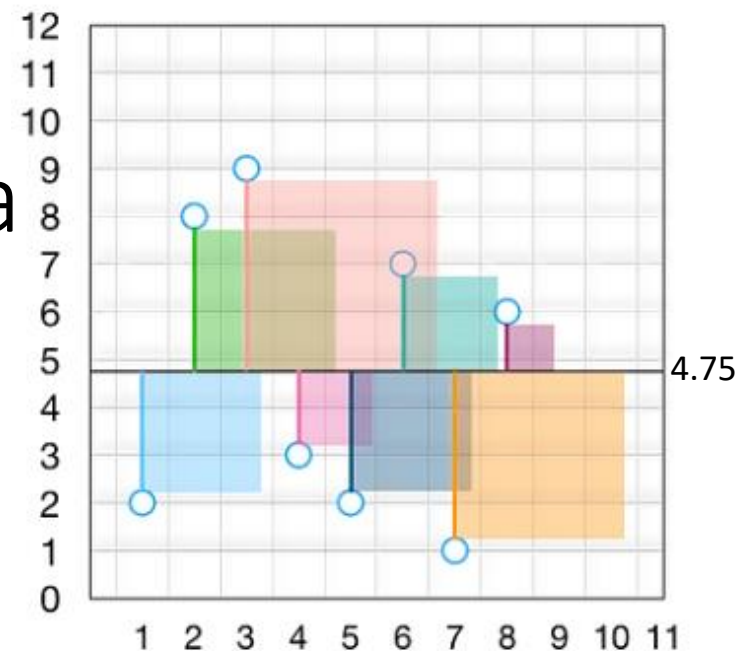
- Аритметичка средина представља једну од мера централне тенденције и служи да квантификује сличност међу подацима. У овом случају биће:

$$\mu = \bar{x} = \frac{\sum_{n=1}^N x_n}{N} = \frac{2 + 8 + 9 + 3 + 2 + 7 + 1 + 6}{8} = \frac{38}{8} = 4.75$$

- Са друге стране, стандарна девијација представља меру варијабилности, односно расипања података око средње вредности, тј. она служи да квантификује разноликост података. Следи:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2}{N}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(2 - 4.75)^2 + (8 - 4.75)^2 + (9 - 4.75)^2 + (3 - 4.75)^2 + (2 - 4.75)^2 + (7 - 4.75)^2 + (1 - 4.75)^2 + (6 - 4.75)^2}{8}} = \sqrt{8.45} = 2.91$$

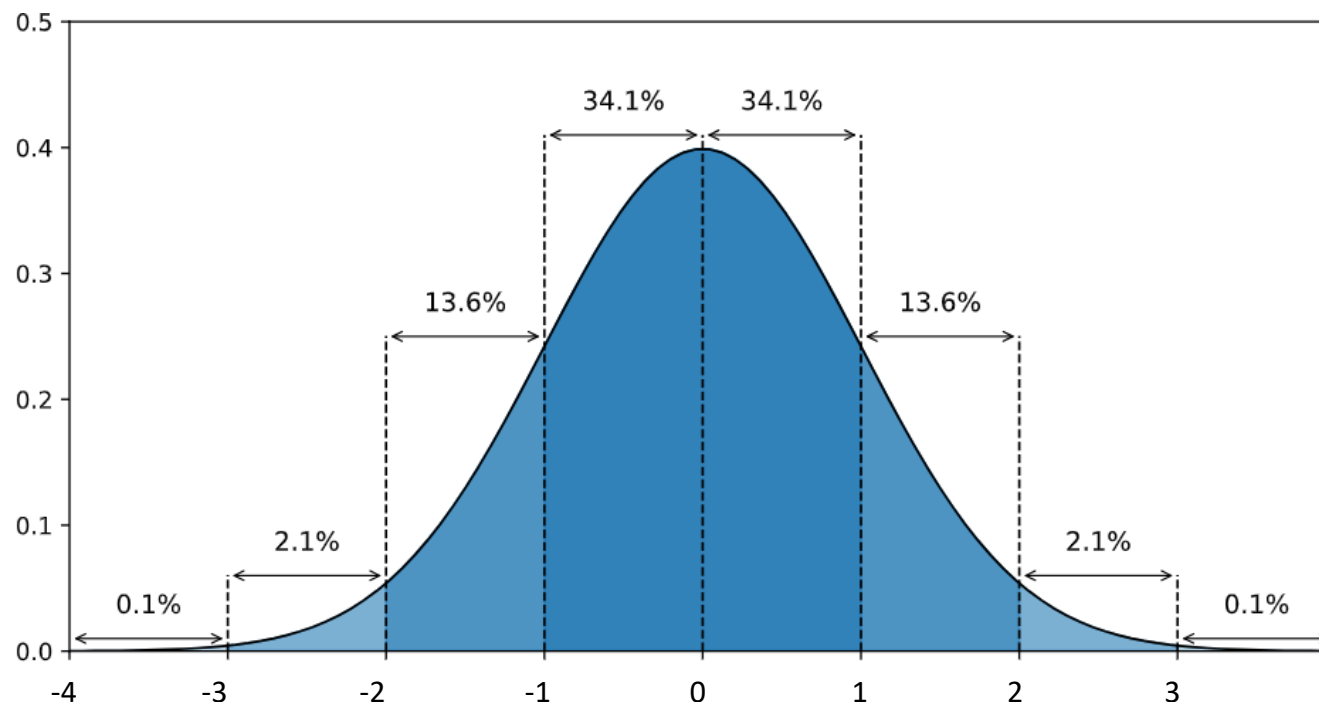


# Стандардизована нормална расподела

- Стандардизована нормална расподела представља расподелу тзв. z вредности:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1^2) \quad \begin{matrix} \mu=0 \\ \sigma=1 \end{matrix}$$

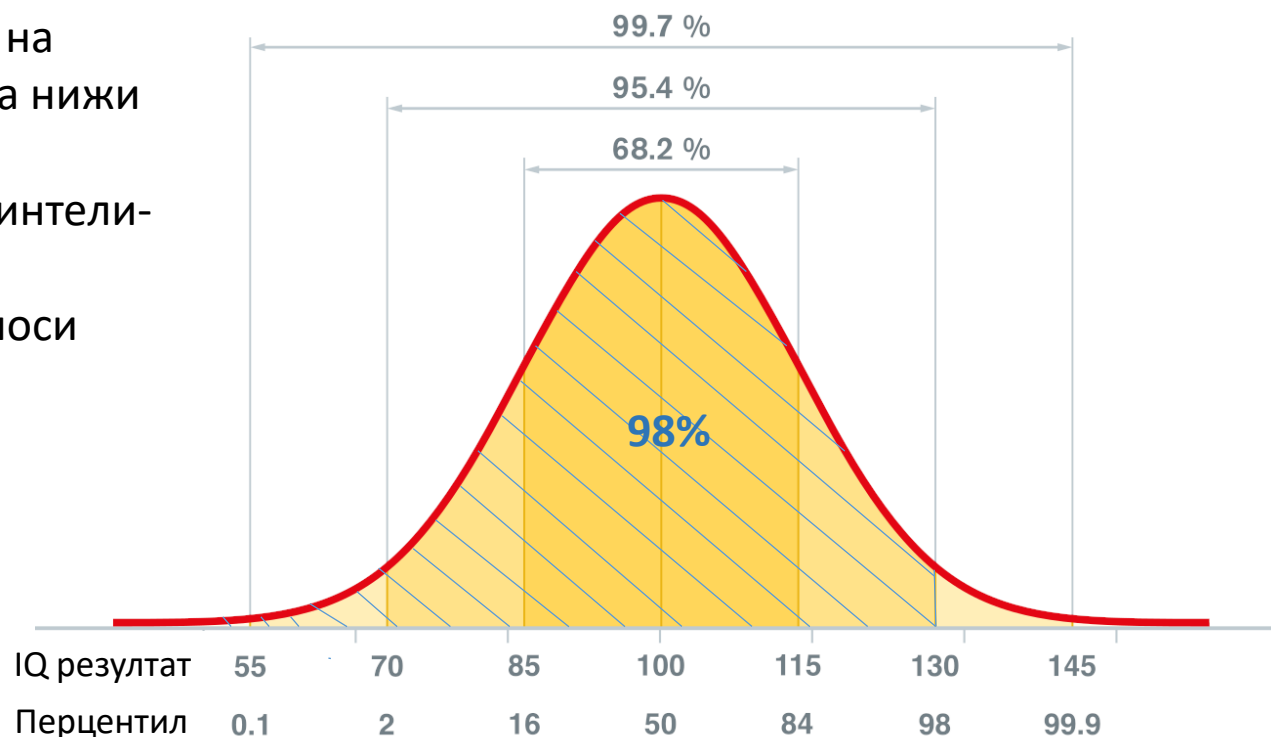
- Z вредност представља број стандардних девијација за који је вредност x удаљена од аритметичке средине.



Слика 4. Густина расподеле вероватноће за стандардизовану нормалну статистичку расподелу

# Перценти́ли

- Све мере везане за човека, па тако и антропомере, се најчешће изражавају величином која се назива **перцентил**.
- **Перцентил** указује на проценат популације који поседује квантификовану особину (приказану у бројевима) мању од одређене вредности.
  - Нпр. ако 98. перцентил за остварени резултат на IQ тесту износи 130, то значи 98% популације има нижи резултат од 130 (Слика 5).
  - Другим речима, IQ од 130 вас ставља у 2% најинтелигентнијих људи на свету.
  - Такође, уколико 95-и перцентил за висину износи 190 cm, то значи да је 95 % популације ниже од 190 cm.



Слика 5. Расподела коефицијента интелигенције



# Перценти́ли

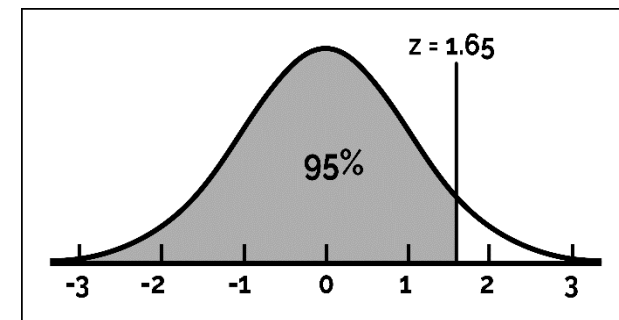
- Перцентил променљиве  $x$  одређује се путем следећег израза:

$$x_p = \bar{x} + z \cdot \sigma_x$$

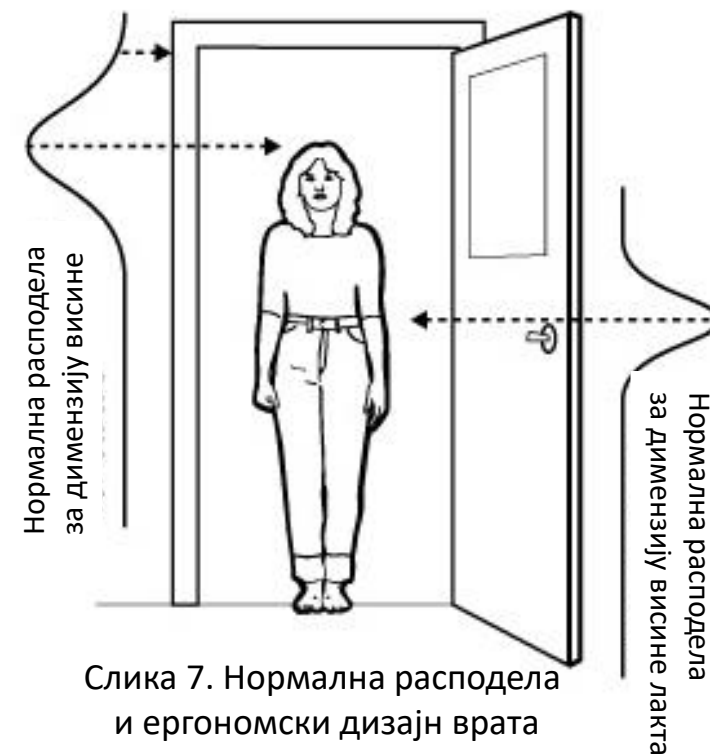
- Где је:

- $\bar{x}$  - аритметичка средина променљиве  $x$ ,
- $\sigma_x$  - стандардна девијација променљиве на датом узорку, и
- $z$  – број стандардних девијација за који је вредност који је  $x_p$  удаљена од  $\bar{x}$  (нпр. у случају 95-ог перценти́ла,  $x_p$  је удаљен 1.65 стандардних девијација од  $\bar{x}$  (Слика 6))

- Вредност  $z$  добијамо из табеле за стандардизовану нормалну расподелу.



Слика 6. Деведесетпети перцентил



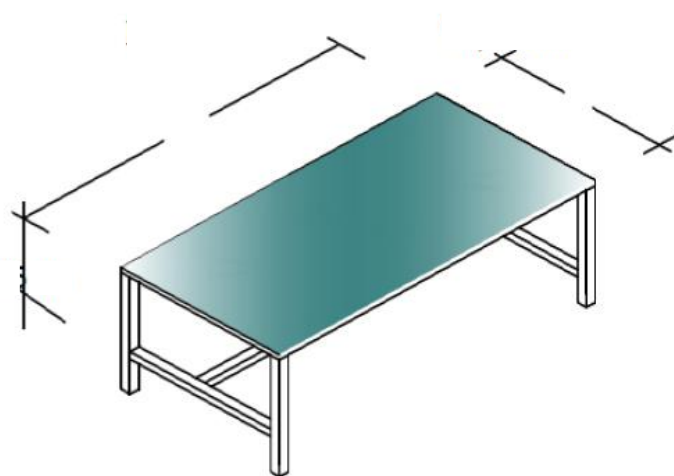
Слика 7. Нормална расподела и ергономски дизајн врата

# Задатак 1

- Ергономски дизајн радног стола подразумевао је мерење дохвата потенцијалних корисника (Табела 2). За податке у прилогу израчунати 33-и, 75-ти и 90-ти перцентил.

Табела 2. Дужине дохвата 15 различитих испитаника

Мерење	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Дужина дохвата [mm]	690	670	670	720	680	680	760	730	700	660	670	760	750	720	650



Слика 8. 3d модел радног стола  
(Andriani, 2019)



Слика 9. Дужина дохвата  
(Mixco et al, 2016)



- *Решење:*

Да бисмо израчунали тражене перцентиле, неопходно је првобитно израчунати средњу вредност и стандардну девијацију.

➤ Средња вредност ( $\bar{x}$ ):

$$\bar{x} = \frac{\sum_{n=1}^N x_n}{N} = \frac{690 + 670 + 670 + 720 + 680 + 680 + 760 + 730 + 700 + 660 + 670 + 760 + 750 + 720 + 650}{15} = 700.67$$

➤ Стандардна девијација ( $\sigma_x$ ):

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2}{N}} = \\ &= \sqrt{\frac{(690 - 700.67)^2 + (670 - 700.67)^2 + (670 - 700.67)^2 + (720 - 700.67)^2 + (680 - 700.67)^2 + (680 - 700.67)^2 + (760 - 700.67)^2 + \dots + (650 - 700.67)^2}{15}} \\ &= 35.68\end{aligned}$$

Потом, потребна нам је z вредност за сваки од перцентила.

Вредности добијамо из табеле за ст. нормалну расподелу:

Финалне вредности ћемо добити из израза:

- ✓  $x_{0.33} = \bar{x} - 0.44 \cdot \sigma_x = 700.67 - 0.44 \cdot 35.68 = 684.97 \text{ mm}$
- ✓  $x_{0.75} = \bar{x} + 0.68 \cdot \sigma_x = 700.67 + 0.68 \cdot 35.68 = 724.93 \text{ mm}$
- ✓  $x_{0.90} = \bar{x} + 1.29 \cdot \sigma_x = 700.67 + 1.29 \cdot 35.68 = 746.69 \text{ mm}$

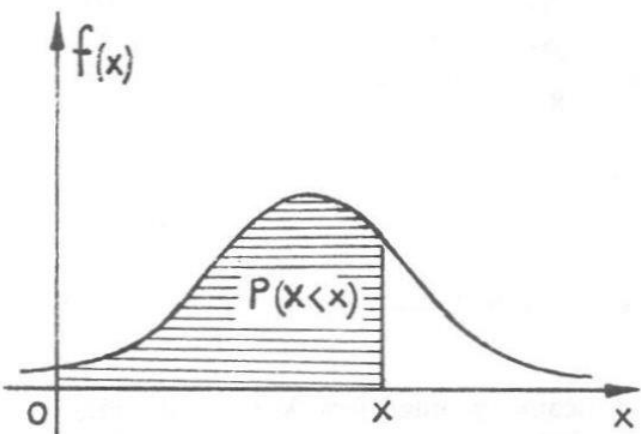
Табела 3. Перцентили и референтне z вредности

Перцентил	z
p33	-0.44
p75	0.68
p90	1.29



Принцип коришћења таблице за стандардизовану нормалну расподелу

x\y→	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-4.00	0.0000317	0.0000304	0.0000291	0.0000279	0.0000267	0.0000256	0.0000245	0.0000235	0.0000225	0.0000216
-3.90	0.0000481	0.0000462	0.0000443	0.0000425	0.0000408	0.0000391	0.0000375	0.0000360	0.0000345	0.0000331
-3.80	0.0000724	0.0000695	0.0000667	0.0000641	0.0000615	0.0000591	0.0000567	0.0000544	0.0000522	0.0000501
-3.70	0.0001078	0.0001037	0.0000996	0.0000958	0.0000920	0.0000884	0.0000850	0.0000816	0.0000784	0.0000753
-3.60	0.0001591	0.0001531	0.0001473	0.0001417	0.0001364	0.0001312	0.0001261	0.0001213	0.0001166	0.0001122
-3.50	0.0002327	0.0002241	0.0002158	0.0002078	0.0002001	0.0001927	0.0001855	0.0001785	0.0001718	0.0001654
-3.40	0.0003370	0.0003249	0.0003132	0.0003018	0.0002906	0.0002793	0.0002683	0.0002574	0.0002466	0.0002359
-3.30	0.0004835	0.0004661	0.0004491	0.0004324	0.0004160	0.0004000	0.0003842	0.0003686	0.0003532	0.0003379
-3.20	0.0006872	0.0006633	0.0006398	0.0006167	0.0005939	0.0005714	0.0005491	0.0005270	0.0005051	0.0004834
-3.10	0.0009677	0.0009351	0.0009028	0.0008708	0.0008390	0.0008075	0.0007762	0.0007451	0.0007142	0.0006835
-3.00	0.0013500	0.0013061	0.0012624	0.0012190	0.0011758	0.0011328	0.0010900	0.0010474	0.0010051	0.0009630
-2.90	0.0018659	0.0018077	0.0017496	0.0016916	0.0016337	0.0015759	0.0015182	0.0014606	0.0014031	0.0013457
-2.80	0.0025552	0.0024777	0.0023996	0.0023210	0.0022426	0.0021644	0.0020863	0.0020083	0.0019304	0.0018526
-2.70	0.0034670	0.0033641	0.0032606	0.0031566	0.0030521	0.0029471	0.0028417	0.0027359	0.0026300	0.0025238
-2.60	0.0046612	0.0045277	0.0043936	0.0042590	0.0041239	0.0039884	0.0038525	0.0037162	0.0035796	0.0034427
-2.50	0.0062097	0.0060361	0.0058619	0.0056872	0.0055120	0.0053363	0.0051601	0.0049834	0.0048062	0.0046285
-2.40	0.0081975	0.0079761	0.0077541	0.0075315	0.0073084	0.0070848	0.0068607	0.0066361	0.0064110	0.0061854
-2.30	0.0107241	0.0104441	0.0101636	0.0098826	0.0096012	0.0093194	0.0090371	0.0087544	0.0084712	0.0081875
-2.20	0.0139034	0.0135521	0.0132002	0.0128478	0.0124949	0.0121415	0.0117876	0.0114332	0.0110783	0.0107229
-2.10	0.0178644	0.0174299	0.0169949	0.0165595	0.0161236	0.0156872	0.0152503	0.0148129	0.0143751	0.0139368
-2.00	0.0227501	0.0222151	0.0216796	0.0211436	0.0206071	0.0200701	0.0195326	0.0189946	0.0184561	0.0179171
-1.90	0.0287165	0.0280661	0.0274152	0.0267638	0.0261119	0.0254595	0.0248066	0.0241532	0.0234993	0.0228449
-1.80	0.0359303	0.0351478	0.0343594	0.0335651	0.0327649	0.0319588	0.0311468	0.0303288	0.0295149	0.0286950
-1.70	0.0445654	0.0436329	0.0426902	0.0417373	0.0407741	0.0398006	0.0388168	0.0378226	0.0368180	0.0358030
-1.60	0.0547993	0.0536989	0.0525932	0.0514822	0.0503659	0.0492443	0.0481173	0.0469849	0.0458471	0.0447038
-1.50	0.0668072	0.0655217	0.0642255	0.0629186	0.0616009	0.0602824	0.0589531	0.0576129	0.0562718	0.0549297
-1.40	0.0807567	0.0792699	0.0777839	0.0762986	0.0748139	0.0733297	0.0718460	0.0703627	0.0688798	0.0673973
-1.30	0.0968005	0.0950980	0.0933476	0.0915992	0.0898527	0.0881081	0.0863653	0.0846242	0.0828848	0.0811470
-1.20	0.1150697	0.1131395	0.1112325	0.1093486	0.1074878	0.1056498	0.1038337	0.1020424	0.1002726	0.0985254



x\y→	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-1.10	0.1356661	0.1334996	0.1313569	0.1292382	0.1271432	0.1250720	0.1230245	0.1210005	0.1190002	0.1170233
-1.00	0.1586553	0.1562477	0.1538642	0.1515050	0.1491700	0.1468591	0.1445723	0.1423097	0.1400711	0.1378566
-0.90	0.1840601	0.1814112	0.1787864	0.1761855	0.1736088	0.1710561	0.1685276	0.1660232	0.1635431	0.1610877
-0.80	0.2118553	0.2089700	0.2061080	0.2032693	0.2004541	0.1976625	0.1948945	0.1921502	0.1894296	0.1867329
-0.70	0.2419636	0.2388520	0.2357624	0.2326950	0.2296499	0.2266273	0.2236272	0.2206499	0.2176954	0.2147638
-0.60	0.2742531	0.2709308	0.2676288	0.2643472	0.2610862	0.2578460	0.2546268	0.2514288	0.2482522	0.2450970
-0.50	0.3085375	0.3050257	0.3015318	0.2980559	0.2945985	0.2911597	0.2877397	0.2843388	0.2809573	0.2775953
-0.40	0.3445783	0.3409030	0.3372428	0.3335979	0.3299686	0.3263552	0.3227581	0.3191775	0.3156137	0.3120669
-0.30	0.3820886	0.3782805	0.3744842	0.3707000	0.3669283	0.3631694	0.3594236	0.3556913	0.3519728	0.3482683
-0.20	0.4207403	0.4168339	0.4129356	0.4090459	0.4051652	0.4012937	0.3974319	0.3935802	0.3897388	0.3859082
-0.10	0.4601721	0.4562046	0.4522415	0.4482832	0.4443300	0.4403823	0.4364405	0.4325051	0.4285763	0.4246546
0.00	0.5000000	0.5039894	0.5079784	0.5119665	0.5159535	0.5199389	0.5239223	0.5279032	0.5318814	0.5358565
0.10	0.5398279	0.5437954	0.5477585	0.5517168	0.5556700	0.5596177	0.5635595	0.5674949	0.5714237	0.5753454
0.20	0.5792597	0.5831661	0.5870644	0.5909541	0.5948348	0.5987063	0.6025681	0.6064198	0.6102612	0.6140918
0.30	0.6179114	0.6217195	0.6255158	0.6293000	0.6330717	0.6368306	0.6405764	0.6443087	0.6480272	0.6517317
0.40	0.6554217	0.6590970	0.6627572	0.6664021	0.6700314	0.6736448	0.6772419	0.6808225	0.6843863	0.6879331
0.50	0.6914625	0.6949743	0.6984682	0.7019441	0.7054015	0.7088403	0.7122603	0.7156612	0.7190427	0.7224047
0.60	0.7257469	0.7290692	0.7323712	0.7356528	0.7389138	0.7421540	0.7453732	0.7485712	0.7517478	0.7549030
0.70	0.7580364	0.7611480	0.7642376	0.7673050	0.7703501	0.7733727	0.7763728	0.7793501	0.7823046	0.7852362
0.80	0.7881447	0.7910300	0.7938920	0.7967307	0.7995459	0.8023375	0.8051055	0.8078498	0.8105704	0.8132671
0.90	0.8159399	0.8185888	0.8212136	0.8238145	0.8263912	0.8289439	0.8314724	0.8339768	0.8364569	0.8389129
1.00	0.8413447	0.8437523	0.8461358	0.8484950	0.8508300	0.8531409	0.8554277	0.8576903	0.8599289	0.8621434
1.10	0.8643339	0.8665004	0.8686431	0.8707618	0.8728568	0.8749280	0.8769755	0.8789995	0.8809998	0.8829767
1.20	0.8849303	0.8868605	0.8887675	0.8906514	0.8925122	0.8943502	0.8961653	0.8979576	0.8997274	0.9014746
1.30	0.9031995	0.9049020	0.9065824	0.9082408	0.9098773	0.9114919	0.9130850	0.9146565	0.9162066	0.9177355
1.40	0.9192433	0.9207301	0.9221961	0.9236414	0.9250663	0.9264707	0.9278549	0.9292191	0.9305633	0.9318879
1.50	0.9331928	0.9344783	0.9357445	0.9369916	0.9382198	0.9394292	0.9406200	0.9417924	0.9429466	0.9440826
1.60	0.9452007	0.9463011	0.9473839	0.9484493	0.9494974	0.9505285	0.9515428	0.9525403	0.9535214	0.9544861
1.70	0.9554346	0.9563671	0.9572838	0.9581849	0.9590705	0.9599409	0.9607961	0.9616365	0.9624621	0.9632731
1.80	0.9640697	0.9648522	0.9656206	0.9663751	0.9671159	0.9678433	0.9685573	0.9692582	0.9699460	0.9706211
1.90	0.9712835	0.9719335	0.9725711	0.9731967	0.9738102	0.9744120	0.9750022	0.9755809	0.9761483	0.9767046
2.00	0.9772499	0.9777845	0.9783084	0.9788218	0.9793249	0.9798179	0.9803008	0.9807739	0.9812373	0.9816912
2.10	0.9821356	0.9825709	0.9829970	0.9834143	0.9838227	0.9842224	0.9846137	0.9849966	0.9853713	0.9857379
2.20	0.9860966	0.9864475	0.9867907	0.9871263	0.9874546	0.9877756	0.9880894	0.9883962	0.9886962	0.9889894
2.30	0.9892759	0.9895559	0.9898296	0.9900969	0.9903582	0.9906133	0.9908625	0.9911060	0.9913437	0.9915758
2.40	0.9918025	0.9920237	0.9922397	0.9924506	0.9926564	0.9928572	0.9930531	0.9932443	0.9934309	0.9936128
2.50	0.9937903	0.9939634	0.9941322	0.9942969	0.9944574	0.9946138	0.9947664	0.9949150	0.9950600	0.9952012
2.60	0.9953388	0.9954729	0.9956035	0.9957307	0.9958547	0.9959754	0.9960929	0.9962074	0.9963188	0.9964274

За 33-и перцентил тражимо вероватноћу најближу 33% (да ће ново мерење бити мање од  $\mu_{33}$ ), тј. у таблицама тражимо вредност најближу 0.33. Када је пронађемо, комбиновањем вредности реда и колоне у којој се налази дата вероватноћа формира се  $z$  вредност:

$$P(X < x) = 0.33 \rightarrow z = -(0.40 + 0.04) = -0.44$$

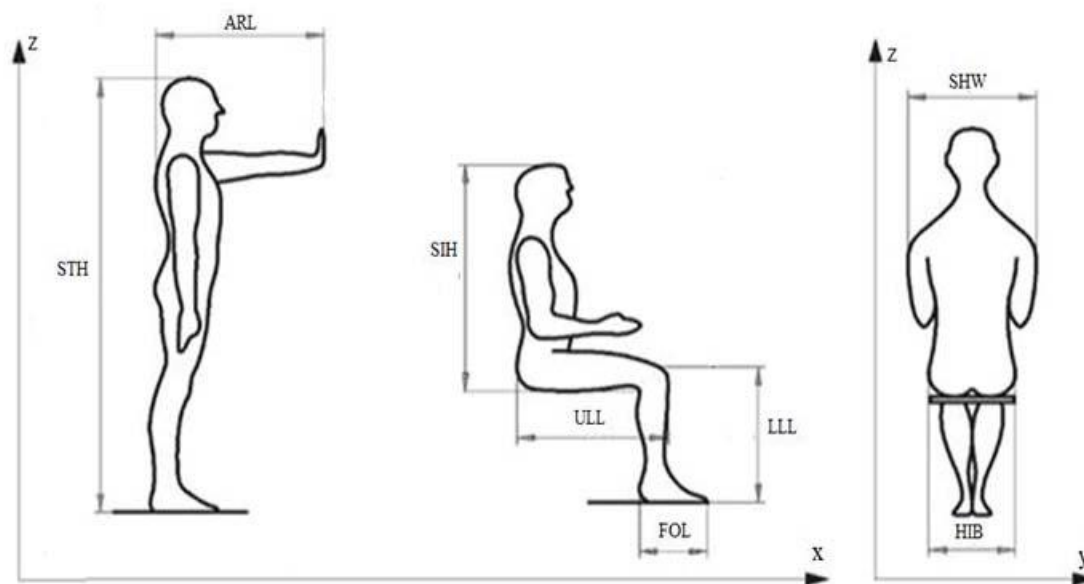


## Задатак 2

За потребе ергономског дизајна кранске кабине (Слика 12) дата је база података у прилогу. Уз помоћ Excel – а одредити први, пети, педесети, деведесетпети и деведесетдевети перцентил за сваку од измерених човекових димензија (Слика 11) .



Слика 10. Кранови у раду



Слика 11. Потребне антропомере за ергономски дизајн кабине (Spasojevic Brkic et al, 2019)



Слика 12 . Прототип кабине (Brkic et al, 2015)



- *Решење:*

Да бисмо израчунали тражене вредности, неопходно је за сваку од колона првобитно израчунати средњу вредност и стандардну девијацију. У Excel – у то чинимо позивањем следећих функција:

➤ Средња вредност ( $\bar{x}$ ):

= *AVERAGE* (прва ћелија у датој колони : последња ћелија у датој колони)

➤ Стандардна девијација ( $\sigma_x$ ):

= *STDEV.P* (прва ћелија у датој колони : последња ћелија у датој колони)

Потом, потребна нам је  $z$  вредност за сваки од перцентила.

Вредности добијамо из табеле за ст. нормалну расподелу:

Финалне вредности ћемо добити из израза:

✓  $x_{0.01} = \bar{x} - 2.33 \cdot \sigma_x$

✓  $x_{0.05} = \bar{x} - 1.65 \cdot \sigma_x$

✓  $x_{0.5} = \bar{x}$

✓  $x_{0.95} = \bar{x} + 1.65 \cdot \sigma_x$

✓  $x_{0.99} = \bar{x} + 2.33 \cdot \sigma_x$

Табела 3. Перцентили и референтне  $z$  вредности

Перцентил	$z$
p1	-2.33
p5	-1.65
p50	0
p95	1.65
p99	2.33





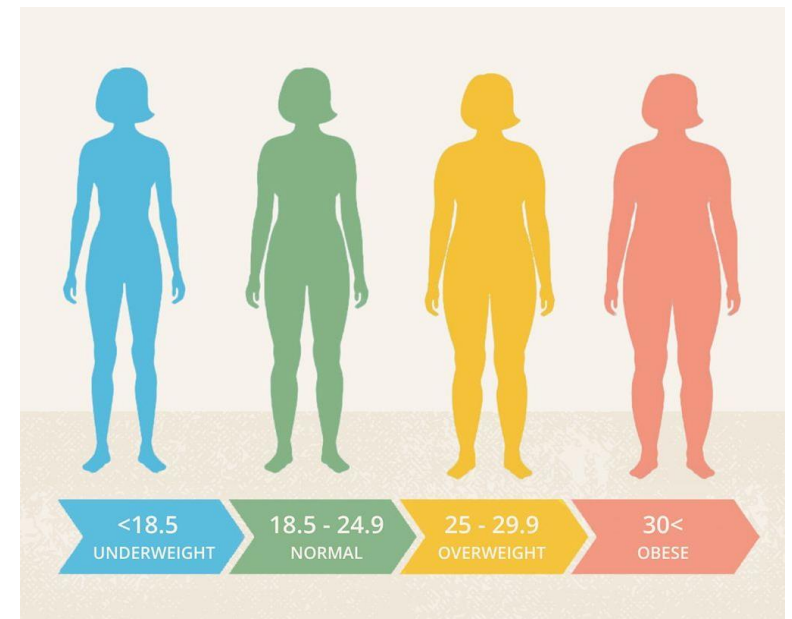
# Задатак 3

- У циљу истраживања утицаја савременог начина живота на здравље, мерени су различити телесни параметри студената на глобалном нивоу. Уколико су дати подаци о телесној маси и висини, уз помоћ Excel – а израчунати који удео студената мушког и женског пола припада свакој од категорија према њиховом индексу телесне масе (енг. *Body Mass Index*) који се израчунава према следећем изразу:

$$BMI = \frac{\text{телесна маса}}{\text{висина}^2} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \right]$$

Табела 4. Дефинисани интервали BMI-а и одговарајући описи

Индекс телесне масе	Категорија
<18.5	Потхрањеност
18.5-24.9	Здрава телесна маса
25-29.9	Прекомерна телесна маса
≥30	Гојазност





- *Решење:*

По разврставању података, израчунаћемо BMI за сваког испитаника. Потом ћемо израчунати средњу вредност и стандардну девијацију за сваки део узорка (мушки и женски). У Excel – у то чинимо позивањем следећих функција *AVERAGE* и *STDEV.P*.

Потом, поступак је обрнут у односу на претходне задатке. Сада нам вредност за дати перцентил позната. Међутим, треба да откријемо који је перцентил у питању, тј. која вероватноћа (удео) је покривена. Познато нам је:  $x_1 = 18.5, x_2 = 25, x_3 = 30$ .

За мушки узорак, следи:

$$✓ x_1 = \bar{x}_M + z_{M1} \cdot \sigma_M \rightarrow z_{M1} = \frac{x_1 - \bar{x}_M}{\sigma_M} = \frac{18.5 - 24.45}{3.16} = -1.88 \rightarrow \text{таблице} \rightarrow P(X < x) = 0.03$$

Дакле, у категорију потхрањености (мањка килограма) спада свега 3% узорка.

$$✓ x_2 = \bar{x}_M + z_{M1} \cdot \sigma_M \rightarrow z_{M2} = \frac{x_2 - \bar{x}_M}{\sigma_M} = \frac{25 - 24.45}{3.16} = 0.18 \rightarrow \text{таблице} \rightarrow P(X < x) = 0.57$$

У категорију здраве телесне масе улази  $57 - 3 = 54\%$  узорка.

$$✓ x_3 = \bar{x}_M + z_{M1} \cdot \sigma_M \rightarrow z_{M3} = \frac{x_3 - \bar{x}_M}{\sigma_M} = \frac{30 - 24.45}{3.16} = 1.76 \rightarrow \text{таблице} \rightarrow P(X < x) = 0.96$$

У категорију прекомерне телесне масе улази  $96 - 57 = 39\%$  узорка.

Финално, преостали део узорка који износи  $100 - 96 = 4\%$  спада у категорију гојазних људи.



- **Решење:**

За женски део узорка поступак је идентичан, следи:

$$\checkmark x_1 = \bar{x}_M + z_{M1} \cdot \sigma_M \rightarrow z_{M1} = \frac{x_1 - \bar{x}_M}{\sigma_M} = \frac{18.5 - 20.69}{2.07} = -1.06 \rightarrow \text{таблице} \rightarrow P(X < x) = 0.14$$

Дакле, у категорију потхрањености (мањка килограма) спада свега 14% узорка.

$$\checkmark x_2 = \bar{x}_M + z_{M1} \cdot \sigma_M \rightarrow z_{M2} = \frac{x_2 - \bar{x}_M}{\sigma_M} = \frac{25 - 20.69}{2.07} = 2.08 \rightarrow \text{таблице} \rightarrow P(X < x) = 0.98$$

У категорију здраве телесне масе улази  $98 - 14 = 84\%$  узорка.

$$\checkmark x_3 = \bar{x}_M + z_{M1} \cdot \sigma_M \rightarrow z_{M3} = \frac{x_3 - \bar{x}_M}{\sigma_M} = \frac{30 - 20.69}{2.07} = 4.49 \rightarrow \text{таблице} \rightarrow P(X < x) = 1.00$$

У категорију прекомерне телесне масе улази  $100 - 98 = 2\%$  узорка.

У категорији гојазних људи нема нити једног члана женског дела узорка. Финално решење можемо представити табеларно (Табела 5).

Табела 5. Удели узорака свакој о категорија

ВМІ	Категорија	М	Ж
<18.5	Потхрањеност	3%	14%
18.5-24.9	Здрава телесна маса	54%	84%
25-29.9	Прекомерна телесна маса	39%	2%
≥30	Гојазност	4%	0%