

## Други колоквијум из предмета Математика 2 - смене 8 и 9

### 1. група

(Задатак из градива Првог колоквијума)

Решити неодређени интеграл  $\int \frac{dx}{\sin x \sin 2x}$ .

1. а) Написати једначину тангентне равни и нормале на површ  $z = \log_z \frac{x}{y}$  у тачки  $M(4, 1, 2)$  (претходно објаснити зашто површ садржи тачку  $M$ ). Написати Тејлоров полином 1. степена за функцију  $z = z(x, y)$  у околини тачке  $M$  и написати  $dz$ . (8п)

б) Написати једначину тангентне равни и нормале на површ  $x = \rho\sqrt{2}$ ,  $y = \rho \cos \varphi$ ,  $z = \rho \sin \varphi$  у тачки  $(\sqrt{2}, 1, -1)$ . (5п)

2. Под претпоставком да су функције  $f$  и  $g$  непрекидне и диференцијабилне довољан број пута, проверити да ли важи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial^2 y^2} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y},$$

где је  $u(x, y) = xf(x + y) + yg(x + y)$ . (9п)

3. Наћи локалне екстремне вредности функције

$$f(x, y) = x \left( \frac{x}{2} + y \right) e^{-y}. \quad (9п)$$

4. Решити диференцијалне једначине 1. реда:

а)  $y'x(1 + y^2 - x^2) = y(1 + x^2 - y^2)$ ,  $y = y(x)$ ,  $y(1) = \sqrt{2}$ ; (8п)

б)  $\varphi = 2(\rho'^2 - 1)^2 + (\rho' - 1)^2 + \frac{\pi}{2}$ ,  $\rho = \rho(\varphi)$ , наћи (ако постоји) оно решење које задовољава почетни услов  $\rho\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ ; (6п)

в)  $H' = \frac{h + 2H - 1}{h + 2H + 1}$ ,  $H = H(h)$ . (6п)

5. Наћи фамилију кривих ортогоналну на фамилију кружница  $x^2 + y^2 + Cy = 0$  (9п)

Александар Пејчев  
Славиша Пантелић

### Напомена:

Потписати овај папир и предати га са решењем задатака.

**СРЕЋНО!!!**

## Други колоквијум из предмета Математика 2 - смене 8 и 9

### 2. група

(Задатак из градива Првог колоквијума)

Решити неодређени интеграл  $\int \frac{dx}{\cos x \sin 2x}$ .

1. а) Написати једначину тангентне равни и нормале на површ  $z = \log_z \frac{y}{x}$  у тачки  $M(1, 4, 2)$  (претходно објаснити зашто површ садржи тачку  $M$ ). Написати Тејлоров полином 1. степена за функцију  $z = z(x, y)$  у околини тачке  $M$  и написати  $dz$ . (8п)

б) Написати једначину тангентне равни и нормале на површ  $x = \rho\sqrt{2}$ ,  $y = \rho \sin \varphi$ ,  $z = \rho \cos \varphi$  у тачки  $(\sqrt{2}, -1, 1)$ . (5п)

2. Под претпоставком да су функције  $f$  и  $g$  непрекидне и диференцијабилне довољан број пута, проверити да ли важи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial^2 y^2} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y},$$

где је  $u(x, y) = xg(x + y) + yf(x + y)$ . (9п)

3. Наћи локалне екстремне вредности функције

$$f(x, y) = y \left( \frac{y}{2} + x \right) e^{-x}. \quad (9п)$$

4. Решити диференцијалне једначине 1. реда:

а)  $y'x(x^2 - y^2 - 1) = y(y^2 - x^2 - 1)$ ,  $y = y(x)$ ,  $y(1) = \sqrt{2}$ ; (8п)

б)  $\varphi = (\rho'^2 - 1)^2 + 2(\rho' - 1)^2 + \frac{\pi}{2}$ ,  $\rho = \rho(\varphi)$ , наћи (ако постоји) оно решење које задовољава почетни услов  $\rho\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ ; (6п)

в)  $h' = \frac{H + 2h - 1}{H + 2h + 1}$ ,  $h = h(H)$ . (6п)

5. Наћи фамилију кривих ортогоналну на фамилију кружница  $x^2 + y^2 = Cy$  (9п)

Александар Пејчев  
Славиша Пантелић

### Напомена:

Потписати овај папир и предати га са решењем задатака.

**СРЕЋНО!!!**