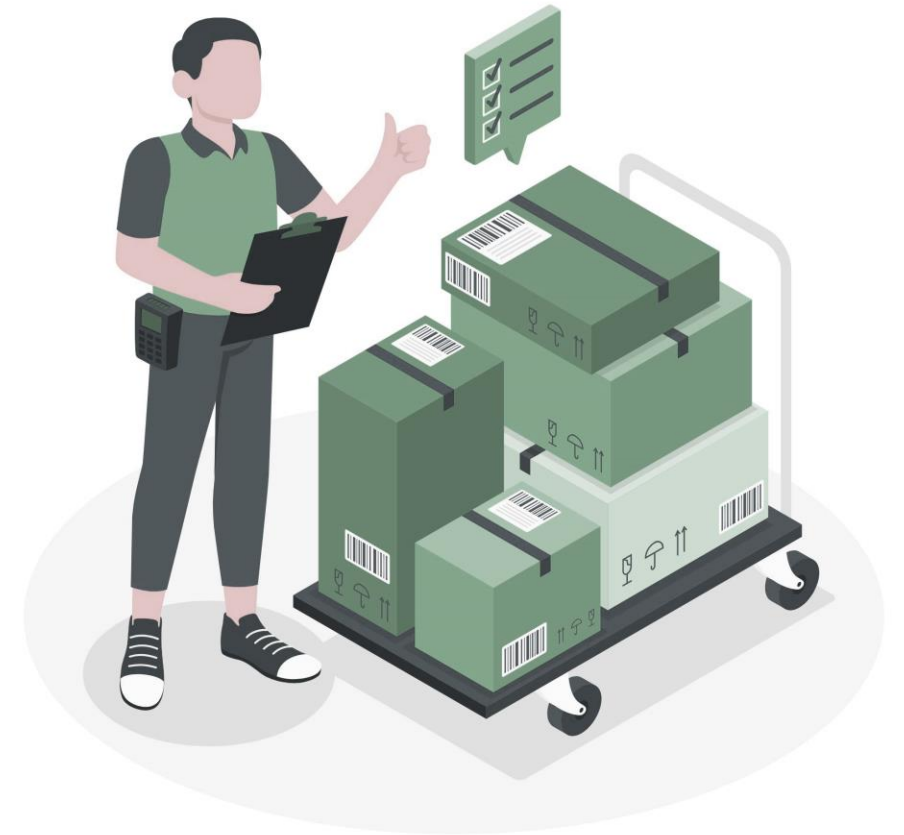




# Логистика.

## Основе управљања залихама – Први део

- Вежбе 8 -



# Важност залиха у пословању



Година	Нето приход од продаје (милиони \$)	Залихе (милиони \$) (31. дец.)	Обрт залиха
1997	\$148	\$9	16.4
1998	\$610	\$30	20.3
1999	\$1,640	\$221	7.4
2000	\$2,762	\$175	15.8
2001	\$3,122	\$143	21.8
2002	\$3,933	\$202	19.5
2003	\$5,264	\$294	17.9
2004	\$6,921	\$480	14.4
2005	\$8,490	\$566	15.0
2006	\$10,711	\$877	12.2
2007	\$14,835	\$1,200	12.4
2008	\$19,166	\$1,399	13.7
2009	\$24,905	\$2,171	11.5

- У трговини се увек тежи што већој вредности обрта залиха, што индикује да је могуће генерисати исти приход са мање залиха на стању.
- Амазон је 1999. године проширио свој асортиман производа на електронику и кућне апарате, и наишао на прве веће проблеме у управљању залихама.
- Иако су проблеми решени, обрт залиха је у благом паду од 2001. године. Разлог за то јесте “нова” пословна стратегија која инсистира на практичности и брзини доставе широког асортимана производа за сваког купца, што изискује веће нивое залиха за исти приход.
- На крају 2009. год, обрт залиха је износио 11.5, док су компаније попут Barnes & Noble и Best Buy оствариле резултате од 4.2 и 9.1, респективно.





# Основно о залихама

- Залихе представљају количину сировина и материјала, полупроизвода, односно готових производа која се налази у складишту предузећа у посматраном тренутку времена.
- Мајкл Дел, CEO компаније Dell Technologies, сматра да је брзина (темпо) потрошње, тј. протока залиха кроз операције пословно-производног система, кључни индикатор перформанси компаније.

*„Залихе су извор свих невоља у предузећу.“*  
- Виктор Фунг, председник Фунг групе

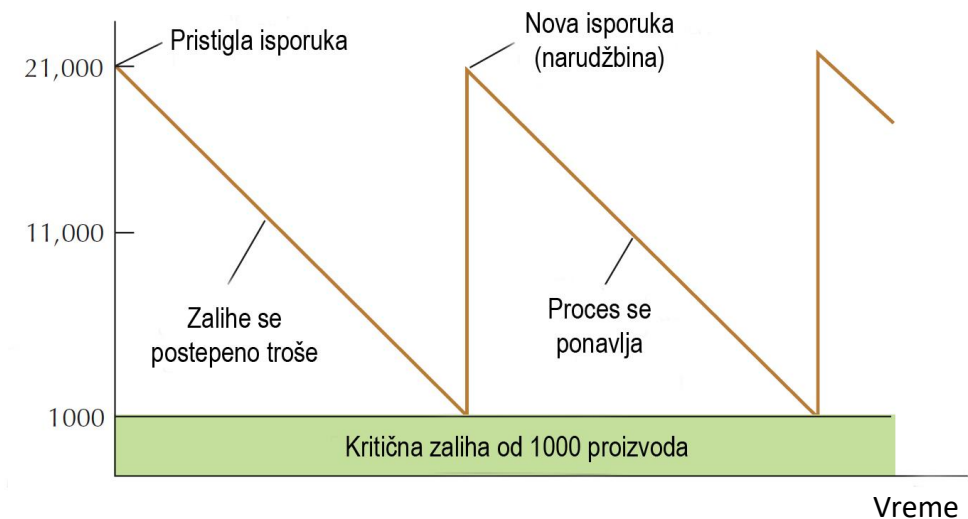
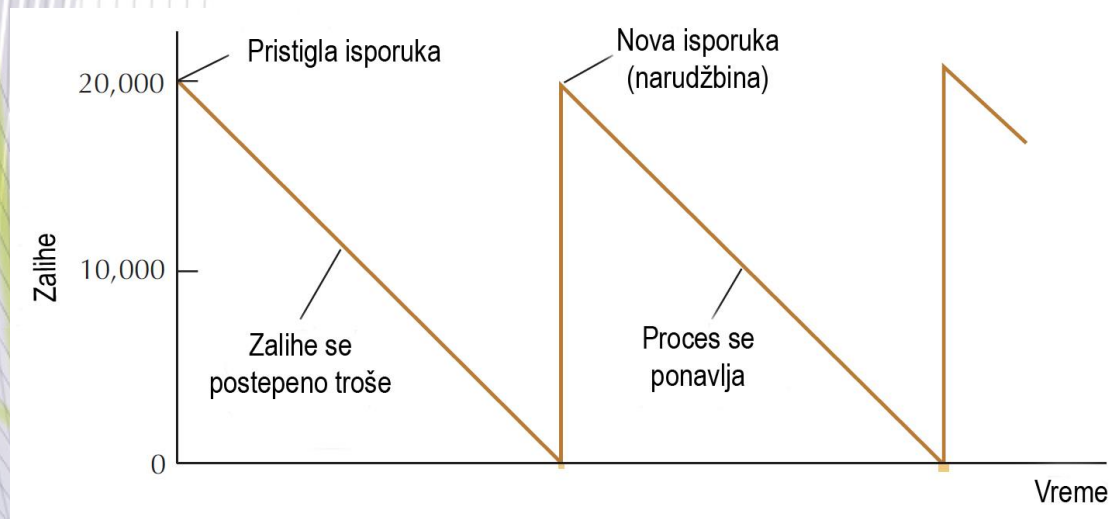
- Кључно питање које се поставља код овог проблема јесте: **Колико и када набављати потребне материјале (производе) како би систем могао несметано да функционише, а да при том трошкови буду минимални?**





# Природа модела залиха

- Основни, најједноставнији модел залиха уводи одређене апроксимације и претпоставке.
- Узмимо за пример да компанија X у нултом тренутку прима испоруку од 20000 производа које смешта у своје складиште. Ти производи се дистрибуирају даље, тј. „троше“ постепено, што је представљено линеарном опадајућом функцијом све док се залихе не потроше, када пристиже нова испорука, те се процес понавља.
- Како би се заштитиле од непредвиђених околности, компаније могу увести тзв. критичан (сигурносни) ниво залиха. Залихе испод тог нивоа имају функцију само у ургентним ситуацијама, када прети застој у протоку материјала. У регуларним условима се не користе.



# Основни детерминистички модел залиха

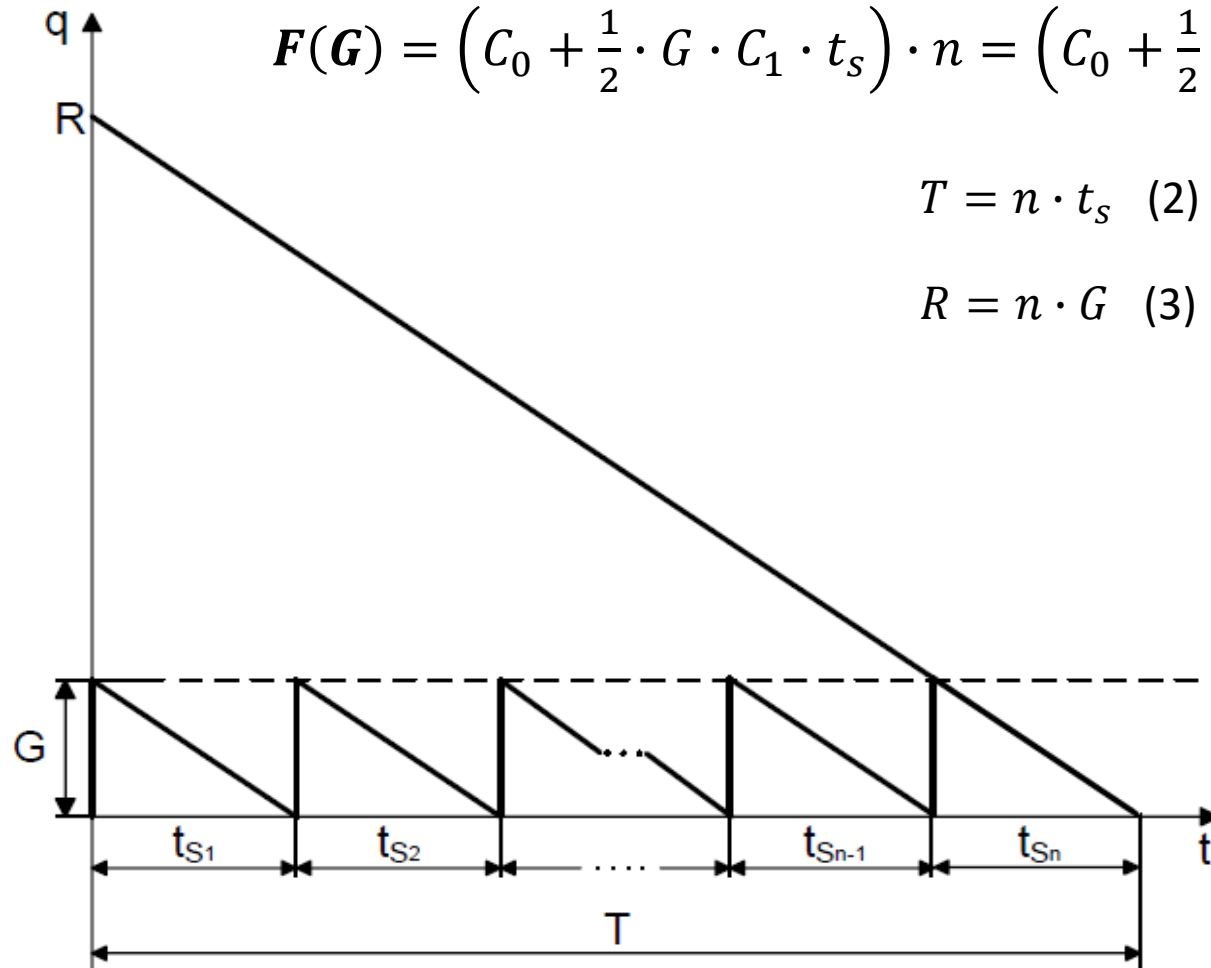


- Називамо га **модел у коме хитне набавке нису дозвољене** или **модел у ком је понуда једнака потражњи**. У енглеској литератури се може наћи под називом *EOQ (Economic Order Quantity) model*.
- Укупни трошкови залиха за временски период  $T$ , могу се пронаћи из израза (1):

$$F(G) = \left( C_0 + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot t_s \right) \cdot n = \left( C_0 + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot t_s \right) \cdot \frac{R}{G} = C_0 \cdot \frac{R}{G} + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot T \quad (1)$$

$$T = n \cdot t_s \quad (2)$$

$$R = n \cdot G \quad (3)$$



Где је:

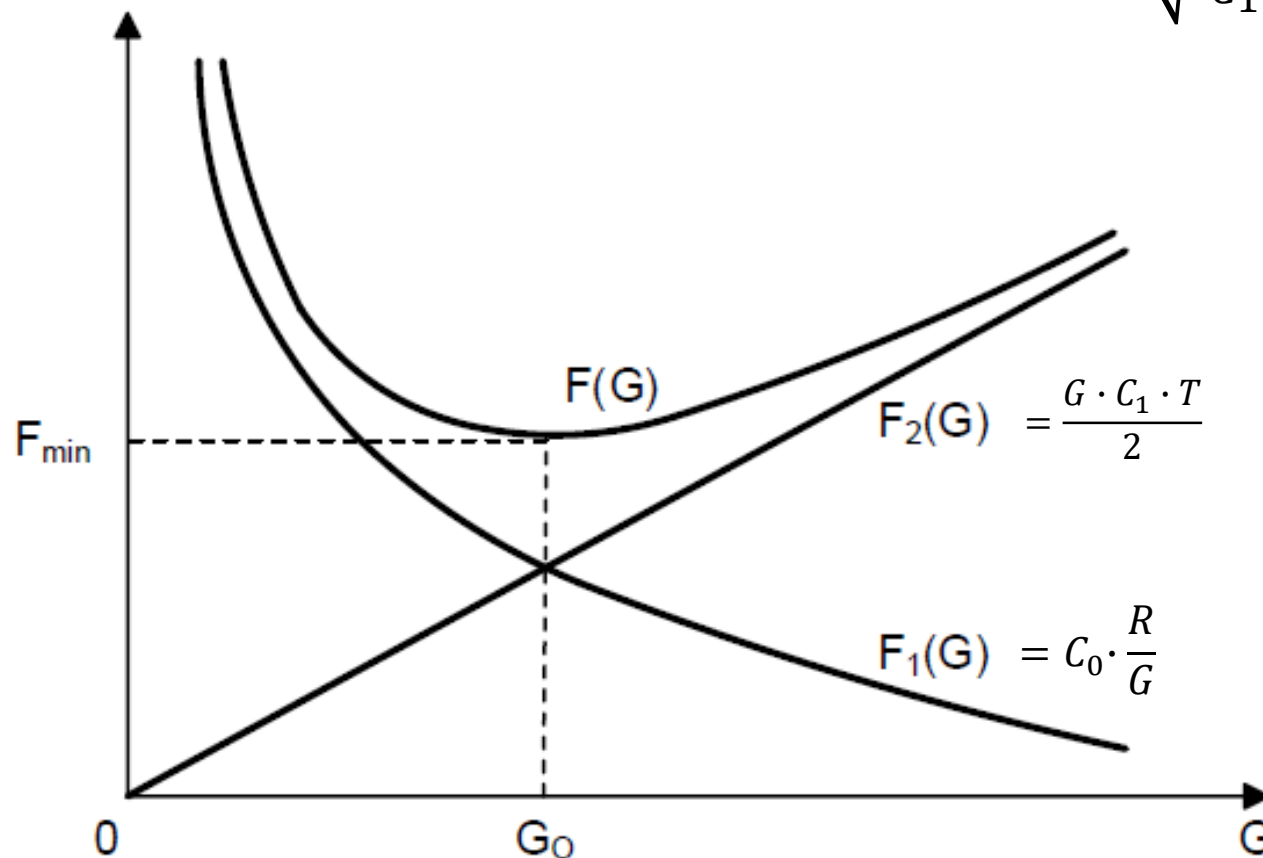
- $G$  – величина једне испоруке,
- $C_0$  - трошкови редовне набавке,
- $C_1$  - трошкови складиштења по јединици артикла и јединици времена,
- $t_s$  - време између две испоруке,
- $n$  – број испорука за посматрани интервал  $T$ ,
- $R$  – укупна количина материјала која је у плану да се набави (понуда=потражња) за период  $T$ .



# Оптималан обим испоруке и минимални трошкови

- Са друге стране, оптимална количина материјала коју треба набавити у оквиру једне испоруке добија се као минимум функције трошкова (када се први извод функције трошкова изједначи са нулом), према формули:

$$G_o = \sqrt{\frac{2C_o R}{C_1 T}} \quad (4)$$



- Уколико вратимо израз (4) у полазну функцију трошкова (1), добија се израз за минималне трошкове:

$$F_{min} = F(G_o) = \sqrt{2C_o R C_1 T} \quad (5)$$

- Оптималан број испорука

$$n_o = \frac{R}{G_o} = \sqrt{\frac{R C_1 T}{2 C_o}} \quad (6)$$

- Оптимално време између испорука:

$$t_o = \frac{T}{n_o} \quad (7)$$



# Задатак 1.

- Добили сте посао на позицији руководиоца набавке у компанији GreenTech, са седиштем у граду Еспо, Финска. Ваша компанија се бави производњом и дистрибуцијом рачунарских компоненти. За један од артикала, конкретно матичну плочу ознаке BM9000x, доступни су следећи параметри:
  - ☐ Потражња = 4000 плочи годишње,
  - ☐ Трошкови складиштења = 0,40 € по јединици производа по дану,
  - ☐ Трошкови транспорта = 500,00 € по испоруци.
- Колега који је пре вас обављао посао руководиоца, поручивао је 1000 плоча четири пута годишње, дакле квартално, на основу свог искуства. Потребно је:
  - а) Израчунати укупне трошкове залиха за једну годину под условима које је оставио ваш претходник,
  - б) Одредити оптималну количину залиха коју је потребно наручивати према основном детерминистичком моделу залиха (EOQ модел) , и
  - в) Израчунати разлику, тј. потенцијалну уштеду која би била генерисана уколико би се поштовао модел. Такође, уколико претпоставимо да компанија поседује укупно 250 производа на свом асортиману сличне структуре трошкова и потражње, колика би била укупна уштеда на нивоу целе компаније?



- *Решење:*

Текстом задатака дати су следећи параметри:

$$C_0 = 500\text{€}, C_1 = 0.4 \frac{\text{€}}{\text{proizvod} \cdot \text{dan}}, T = 1 \text{ godina} = 365 \text{ dana}, R = 4000 \text{ proizvoda}.$$

- а) Дакле, уколико узмемо у обзир претходну величину поруџбине од 1000 артикала ( $G = 1000 \text{ proizvoda}$ ), укупни трошкови су били једнаки збиру трошкова складиштења и трошкова наручивања (испоруке) за годину дана:

$$TC_1 = F(G) = \frac{G}{2} C_1 T + \frac{R}{G} C_0 = \frac{1000}{2} \cdot 0.4 \cdot 365 + \frac{4000}{1000} 500 = 73000 + 2000 = 75.000,00 \text{ €}$$

- б) Како су трошкови складиштења знатно већи од трошкова испоруке, интуитивно знамо да ће оптималан обим залиха бити знатно мањи од 1000, тј. важи следећа формула:

$$G_0 = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500 \cdot 4000}{0.4 \cdot 365}} = 165,52 \approx 166 \text{ матичних плоча}$$

- в) Бројка од 166 делује чудно, но дејство ове бројке на укупне трошкове је могуће проверити:

$$TC_2 = \frac{G_0}{2} C_1 T + \frac{R}{G_0} C_0 = \frac{166}{2} \cdot 0.4 \cdot 365 + \frac{4000}{166} 500 = 12118 + 12048.19 = 24.166,19 \text{ €}$$

$$U_p = TC_1 - TC_2 = 75.000,00 - 24.166,19 = 50.833,81 \text{ €}$$

$$U_f = 250 \cdot U_p = 250 \cdot 50.833,81 = 12.708.451,81 \text{ €}.$$

Дакле, применом основног модела залиха на један производ остварује се уштеда од преко 50 хиљада евра, док би на нивоу целе компаније трошкови могли бити смањени за скоро 13 милиона евра.



# QM for Windows



У страној литератури се може пронаћи следећа формула за одређивање оптималног обима испоруке:

$$G_0 = \sqrt{\frac{2C_oR}{C_1T}} \Rightarrow EOQ = \sqrt{\frac{2 \cdot S \cdot D}{H}}$$

- Можемо видети да је све апсолутно исто, осим самих ознака (D је укупна потражња – енг. *Demand*, S су трошкови по поруџбини, испоруци – енг. *Setup Cost*, док H представља трошкове складиштења по производу (најчешће годишње) – енг. *Holding Cost*.
- Дакле, једина разлика је што H у себи већ садржи време, док је у нашој формули време засебна промењљива коју дефинишемо одвојено, обзиром да T често може бити било који временски распон. Другим речима,  $C_1T = H$ .
- Задаци се могу решавати у софтверском пакету QM for Windows.
  - <https://qm-for-windows.software.informer.com/5.2/>
- Када ово знамо, можемо унети потребне податке у софтвер.



- Решење:

Задатак се може решити и путем софтверског пакета QM for Windows. По отварању софтвера, кораци су следећи:

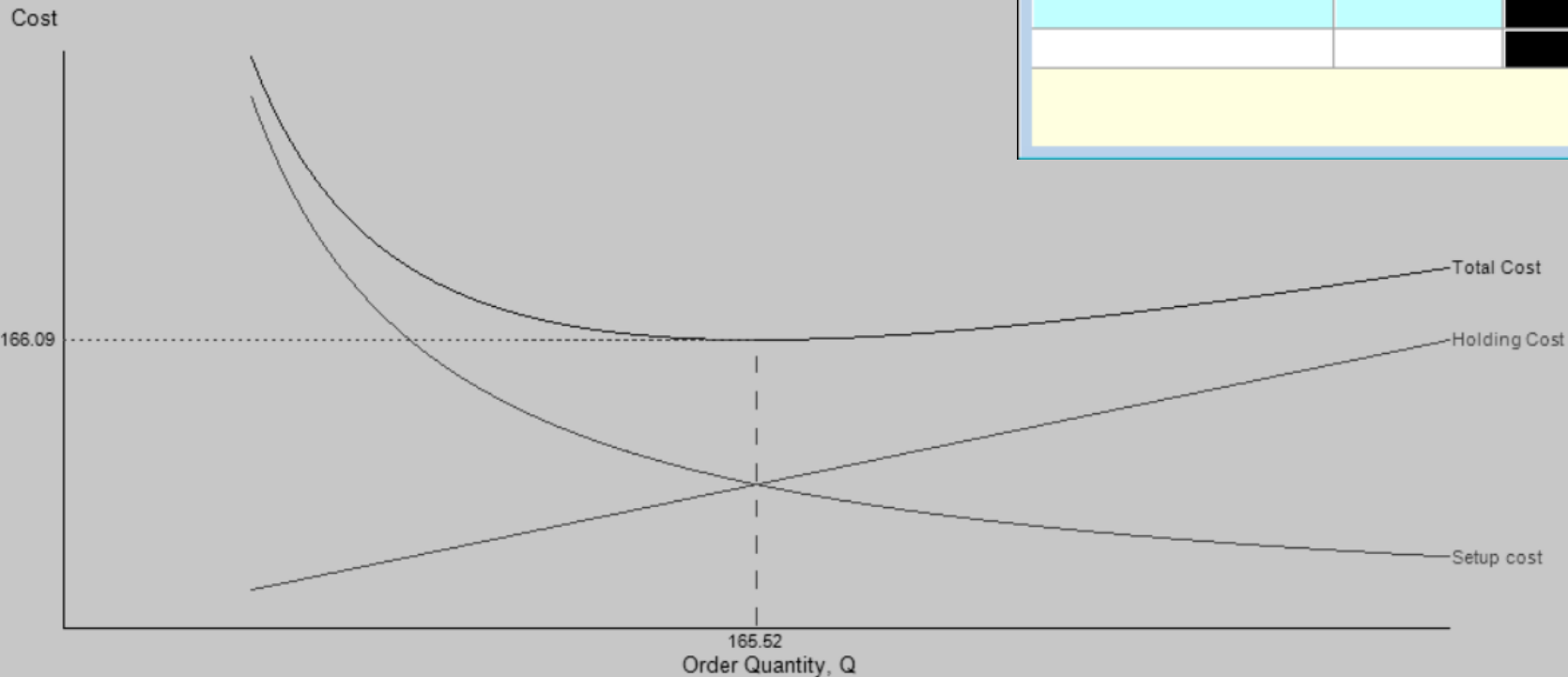
- Module  $\Rightarrow$  Inventory
- File  $\Rightarrow$  New  $\Rightarrow$  Economic Order Quantity (EOQ) model

QM for Windows - [Data] Results

Zadatak 1 Solution

Parameter	Value		Parameter	Value
Demand rate(D)	4000		Optimal order quantity (Q*)	165.52
Setup/ordering cost(S)	500		Maximum Inventory Level (Imax)	165.52
Holding/carrying cost(H)	146		Average inventory	82.76
Unit cost	0		Orders per period (N)	24.17
			Annual Setup cost	12083.05
			Annual Holding cost	12083.05
			Total Inventory (Holding + Setup) Cost	24166.09
			Unit costs (PD)	0
			Total Cost (including units)	24166.09

Zadatak 1  
Inventory costs excluding unit costs





## Задатак 2.

- Разрађујући годишњи програм производње, пословни систем „МБА“ је установио да је у току једне године потребно набавити 800 kg материјала М. Материјал М се може набавити сваког тренутка у жељеним количинама, без додатних трошкова хитних набавки. Прорачунато је да трошкови набавке једне поруџбине износе 2160 номиналних новчаних јединица ( $NJ$ ), без обзира на количину коју садржи; док трошкови складиштења једног килограма материјала М износе 6 NJ дневно ( $\frac{NJ}{kg \cdot dan}$ ). Рачунати на ефективни број од 360 дана у години, потребно је:
  - а) Израчунати количину материјала у једној поруџбини под условом да трошкови набавке и држања залиха буду минимални.
  - б) Колико ће укупно бити поруџбина и како ће бити временски распоређене ?
  - в) Израчунати минималне трошкове набавке и складиштења.





- *Решење:*

Очигледно је да се ради о моделу где хитне набавке нису дозвољене. Параметри модела су:

$$R = 800 \frac{kg}{god}; C_0 = 2160 NJ; C_1 = 6 \frac{NJ}{kg \cdot dan}; T = 360 dana$$

- а) количина материјала у једној поруџбини под условом да трошкови набавке и држања залиха буду минимални је заправо оптимална количина материјала у једној поруџбини, следећом дефинисана једначином :

$$G_0 = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2160 \cdot 800}{6 \cdot 360}} = 40 kg$$

Према томе, оптимална количина у једној поруџбини износи 40 kg, јер се само при тој количини добијају минимални трошкови набавке и складиштења.

- б) У току године је потребно наручити:

$$n_o = \frac{R}{G_o} = \frac{800}{40} = 20 \text{ једнаких поруџбина које временски треба распоредити на следећи начин:}$$

$$n_o = \frac{R}{G_o} = \frac{T}{t_o} \Rightarrow t_o = \frac{T}{n_o} = \frac{360}{20} = 18 \frac{dan}{por};$$

Дакле, на сваких 18 дана пристиже по једна пошиљка

- в) Минимални трошкови набавке и складиштења добијају се а следећи начин:

$$F_{min} = F(G_0) = \sqrt{2C_0RC_1T} = \sqrt{2 \cdot 2160 \cdot 800 \cdot 6 \cdot 360} = 86400 NJ$$



- Решење:

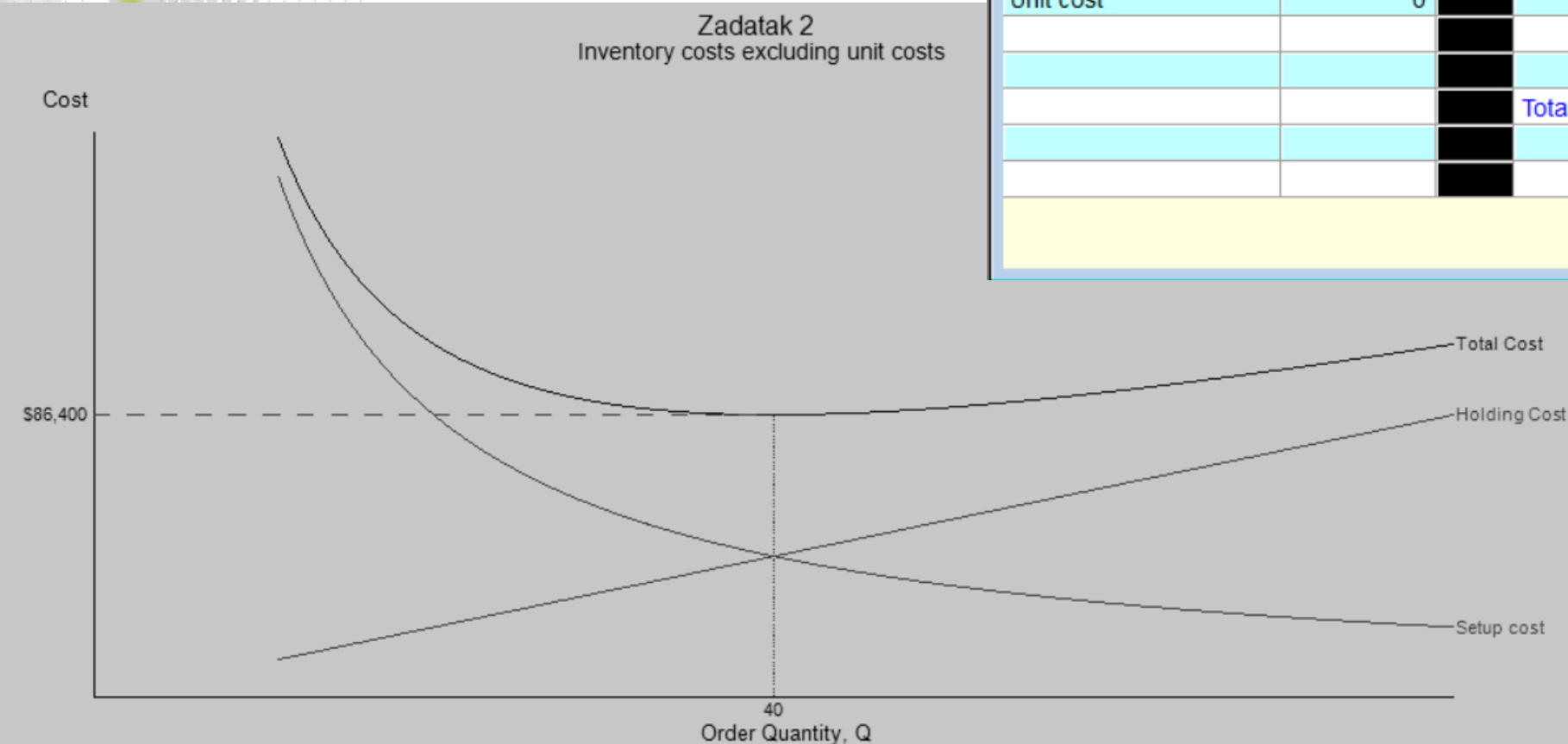
Задатак се може решити и путем софтверског пакета QM for Windows. По отварању софтвера, кораци су следећи:

- Module  $\Rightarrow$  Inventory
- File  $\Rightarrow$  New  $\Rightarrow$  Economic Order Quantity (EOQ) model

QM for Windows - [Data] Results

Zadatak 2 Solution

Parameter	Value		Parameter	Value
Demand rate(D)	800		Optimal order quantity (Q*)	40
Setup/ordering cost(S)	2160		Maximum Inventory Level (Imax)	40
Holding/carrying cost(H)	2160		Average inventory	20
Unit cost	0		Orders per period (N)	20
			Annual Setup cost	43200
			Annual Holding cost	43200
			Total Inventory (Holding + Setup) Cost	86400
			Unit costs (PD)	0
			Total Cost (including units)	86400





# Попуст на количину

- Основни детерминистички модел залиха у коме хитне набавке нису дозвољене, EOQ модел, не узима у обзир цену производа који се наручује, тј. једна од наших претпоставки је да је цена по јединици производа,  $c$ , фиксна.
- Међутим, може да се деси да произвођач (добављач) понуди одређени попуст на набавку веће количине производа, самим тим у оквиру полазне једначине трошкова треба узети у обзир и набавну цену производа:

$$TC = \left( C_0 + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot t_s + G \cdot c \right) \cdot n = \left( C_0 + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot t_s + G \cdot c \right) \cdot \frac{R}{G} = C_0 \cdot \frac{R}{G} + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c$$

- Где је  $c$  – набавна цена по јединици производа.
- Дакле, у овим ситуацијама може да се деси да оптимална количина коју смо одредили путем EOQ модела ( $G_0 = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1T}}$ ) не генерише минималне трошкове.
- Узмимо за пример да су доступни следећи подаци за неко фиктивно предузеће:
  - Потражња:  $R = 1200$  производа годишње,
  - Годишњи трошкови складиштења:  $C_1T = 10$  NJ по производу,
  - Трошкови набавке:  $C_0 = 30$  NJ по наруџбини,
  - Набавна цена производа:  $c_1 = 35$  NJ по производу (за испоруке  $G < 90$ ),  $c_2 = 32.5$  NJ по производу (за испоруке  $G \geq 90$ )





# Попуст на количину

- Уколико не узмемо у обзир цену производа, оптимална количина производа коју је потребно наручити ће бити:

$$G_0 = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 1200}{10}} \approx 85 \text{ производа}$$

- Укупни трошкови са ценом производа коју нам добављач даје при овој количини ће бити:

$$TC = C_0 \cdot \frac{R}{G} + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c = 30 \cdot \frac{1200}{85} + \frac{1}{2} \cdot 85 \cdot 10 + 1200 \cdot 35 = 42\,848.53 \text{ NJ}$$

- Међутим, уколико одаберемо количину од 90 производа, уштедећемо  $35 - 32.5 = 2.5 \text{ NJ}$  по производу, те се поставља питање да ли ће укупни трошкови тада бити мањи.

- За  $G = 90$ :

$$TC = 30 \cdot \frac{1200}{90} + \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 10 + 1200 \cdot 32.5 = 39\,850 \text{ NJ}$$

- Дакле, у овој ситуацији ћемо се одлучити за количину од 90 производа, јер су у том случају укупни трошкови минимални.



# Попуст на количину

- Уколико добављач нуди попуст на количину, потребно је следити следећи алгоритам од два корака како бисмо пронашли оптималну величину испоруке:
  1. Израчунати  $G_0$  на основу  $EOQ$  модела. Уколико за дату величину испоруке добијамо најнижу цену производа, пронашли смо оптималну количину производа коју треба наручити. У супротном, следи корак 2.
  2. Упоредити укупне трошкове (складиштења, наручивања и набавне цене производа) са количном коју нам  $EOQ$  сугеруше са осталим варијантама, тј. минималним повећањем испоруке које нам даје бољу набавну цену производа. На крају, одлучујемо се за опцију где ће укупни трошкови бити минимални.



## Задатак 3

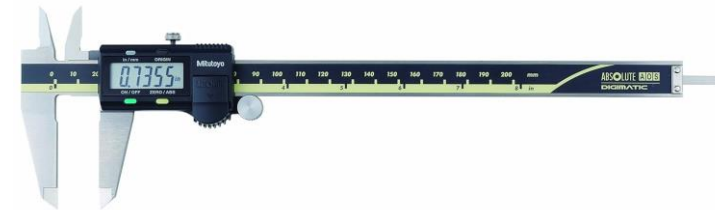
- Произвођач дигиталних помичних кљунастих мерила (Слика 1) преговара са дистрибутером (Слика 2) око услова набавке. Дистрибутер продаје 1000 мерила годишње, трошкови наручивања износе 200 €, док су годишњи трошкови складиштења 30 € по производу. У зависности од наручене количине, произвођач је предложио цене наведене у Табели 1. Израчунати оптималну количину који треба наручити у једној наруџбини.



Слика 2. Складиште дистрибутера

Табела 1. Набавне цене и количина

Обим испоруке	Набавна цена по производу
1 - 99	50 €
100 - 199	45 €
200 или више	40 €



Слика 1. Дигитално помично кљунасто мерило





- *Решење:*

Познати су следећи параметри:

- Потражња за период од годину дана:  $R = 1000$  производа,
- Трошкови испоруке:  $C_0 = 200$  € по испоруци,
- Трошкови складиштења (годишњи,  $T=1$  год.):  $C_1 T = 30$  € по производу.

- Не узимајући у обзир цену производа, оптималан обим набавке ће бити:

$$G_0 = \sqrt{\frac{2C_0 R}{C_1 T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 1000}{30}} \approx 115 \text{ мерила}$$

- Обим испоруке од 115 производа даје цену од 45€ по производу, те ће укупни годишњи трошкови бити:

$$TC = C_0 \cdot \frac{R}{G} + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c = 200 \cdot \frac{1000}{115} + \frac{1}{2} \cdot 115 \cdot 30 + 1000 \cdot 45 = 48\,464.13 \text{ €}$$

- Како набавна цена може бити нижа, неопходно је проверити колики ће укупни годишњи трошкови бити уколико зађемо у опсег испоруке када је цена,  $c'=40$ €. Минималан обим испоруке при тој цени је  $G'=200$  производа.

$$TC' = C_0 \cdot \frac{R}{G'} + \frac{1}{2} \cdot G' \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c' = 200 \cdot \frac{1000}{200} + \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 30 + 1000 \cdot 40 = 44\,000 \text{ €}$$

- Како је  $TC' < TC$ , оптималан обим испоруке је **200 производа**, при годишњим трошковима од 44 хиљаде евра.

## Задатак 4

- Произвођач радијалних кугличних лежајева је дао понуду са набавним ценама у зависности од поручене количине (Табела 2). Званични дистрибутер разматра коју количину производа да наручи у оквиру једне испоруке, имајући у виду да за пола године прода 10 000 лежајева. Трошкови једне испоруке износе 700\$. Трошкови складиштења за један производ по дану износе 0.1\$. Израчунати оптималан обим испоруке, ако је посматрани временски период 6 месеци (180 дана).

Табела 2. Предложене цене произвођача

Количина	Попуст	Цена
<500	0%	6\$
500-999	5%	5.7\$
1000-1999	10%	5.4\$
≥2000	15%	5.1\$



Слика 3. Складиште лежаја



Слика 4. Радијални куглични лежај



- *Решење:*

Познати су следећи параметри:

- Потражња за период од шест месеци:  $R = 10000$  производа,
- Трошкови испоруке:  $C_0 = 700$  \$ по испоруци,
- Трошкови складиштења:  $C_1 = 0.1 \frac{\$}{\text{производ} \cdot \text{дан}}$ .
- Посматрани период:  $T = 180$  дана.

- Не узимајући у обзир цену производа, оптималан обим набавке ће бити:

$$G_0 = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 700 \cdot 10000}{0.1 \cdot 180}} \approx 882 \text{ лежаја}$$

- Обим испоруке од 882 производа даје цену од 5.7\$ по производу, те ће укупни годишњи трошкови бити:

$$TC = C_0 \cdot \frac{R}{G} + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c = 700 \cdot \frac{10000}{882} + \frac{882}{2} \cdot 0.1 \cdot 180 + 10000 \cdot 5.7 = 72874.5 \$$$

- Како набавна цена може бити нижа, неопходно је проверити и остале варијанте укупних трошкова:

$$TC' = C_0 \cdot \frac{R}{G'} + \frac{1}{2} \cdot G' \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c' = 700 \cdot \frac{10000}{1000} + \frac{1000}{2} \cdot 0.1 \cdot 180 + 10000 \cdot 5.4 = 70000 \$$$

$$TC'' = C_0 \cdot \frac{R}{G''} + \frac{1}{2} \cdot G'' \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c'' = 700 \cdot \frac{10000}{2000} + \frac{2000}{2} \cdot 0.1 \cdot 180 + 10000 \cdot 5.1 = 72500 \$$$

- Како је  $TC' = TC_{min}$ , оптималан обим испоруке је **1000 производа**, при годишњим трошковима од 70 хиљада долара.