

Универзитет у Београду, Машински факултет

Катедра за моторна возила

Погонски и ходни системи

Проф. др Иван Благојевић

Систем ослањања и динамика возила



Садржај

- **Задаци система ослањања**
- **Динамика у вертикалном правцу: неравнине пута, опруга, пригушивач**
- **Модели осциловања возила**
- **Опруге – пројектовање и прорачун (лиснате, торзионе, завојне, хидро-пнеуматски и пнеуматски ослонци, стабилизатори)**
- **Пригушивачи**
- **Пнеуматици**

Систем ослањања треба да обезбеди:

- Одговарајућу динамику кретања која подразумева удобну вожњу уз добру управљивост, како на добрим тако и на неравним путевима при различитим брзинама кретања;
- Кретање точка у простору које је интегрисано са системом управљања, а које омогућава стални контакт пнеуматика и тла;
- Прихватање реактивних сила изазваних убрзањем, кочењем, скретањем и неравнинама на путу;
- Одговарајуће пригушење осцилација точка, односно одговарајућу фреквенцију осциловања самог возила у односу на поремећаје пута, а која пружа потребну удобност;
- Минималну масу неослоњених елемената возила, уз одговарајући простор за њихово смештање.

Динамика у вертикалном правцу

Вертикалне силе које делују између каросерије (шасије) возила и његовог система ослањања могу бити изазване неравном површином пута, галопирањем возила приликом кочења или убрзања, као и нагињањем возила приликом кретања кроз кривину.

Најприсутније су вертикалне силе које су резултат неравнина пута. Ове поремећајне силе имају утицаја на удобност у вожњи. У том смислу систем ослањања има улогу да смањи убрзање возила у вертикалном правцу, смањи могућност галопирања и нагињања и при томе смањи промене вертикалне силе у точковима, као и да омогући повољне вибрације независно од оптерећења возила.

Вертикалне силе представљају реакцију опруга и пригушивача на наведене поремећаје који се јављају. Ове силе су одговорне за “ношење” (ослањање) каросерије и њено релативно кретање у односу на пут. Како би систем ослањања испунио наведене задатке могуће је путем модела сагледати утицај промена одговарајућих утицајних фактора на удобност. Осим поремећаја пута у те факторе спадају карактеристике опруге и пригушних елемената.



Динамика кретања у вертикалном правцу - неравнине (поремећаји) пута

Неравнине на путевима крећу се у опсегу од 0 до 30 Hz и представљају највећи извор вибрација на возилу. Ови поремећаји могу бити:

а) синусоидни;

б) хармонијски (периодични);

в) стохастички (случајни).

$$h(x) = \hat{h} \sin(\Omega x + \varepsilon)$$

$$h(t) = \hat{h} \sin(\omega t + \varepsilon)$$

T – трајање периода;

L – дужина периода (таласна дужина);

\hat{h} – амплитуда поремећаја

t – време

x – растојање

h – висина поремећаја

ε – фазни померај

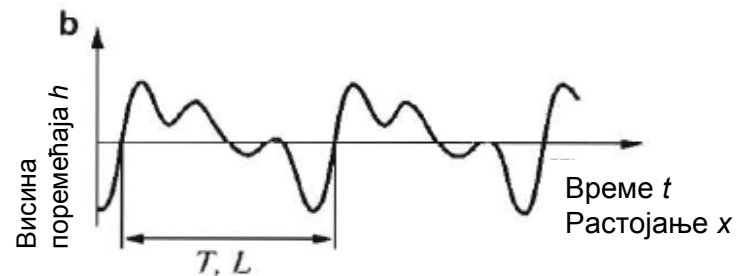
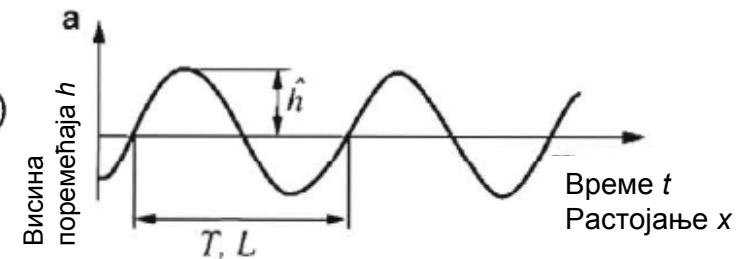
$\Omega = 2\pi/L$ – угаона фреквенција по путу

$\omega = v \Omega = 2\pi v/L$ – угаона фреквенција по времену

h_0 – основна амплитуда

\hat{h}_k – амплитуда

$\underline{\hat{h}}(\Omega)$ – континуални спектар амплитуда (поремећаја)



$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\hat{h}}(\Omega) e^{i\Omega x} d\Omega$$

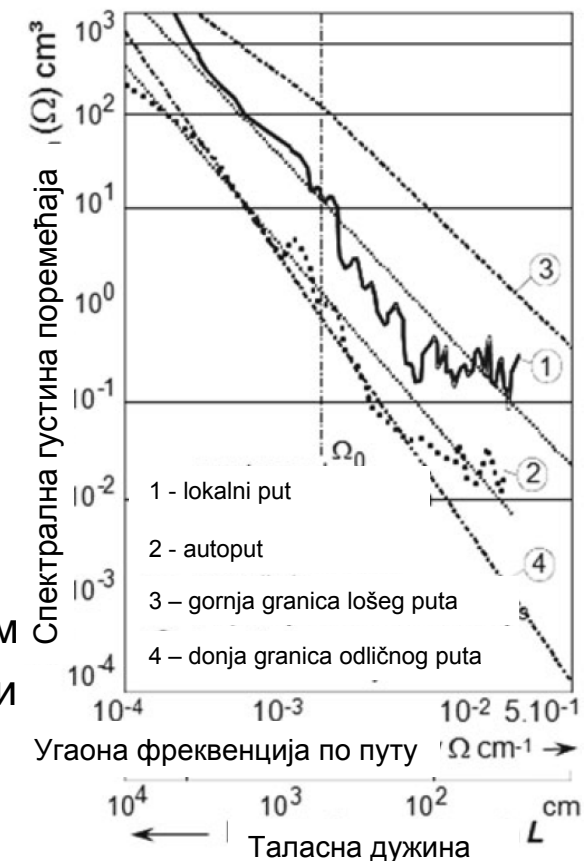
$$\underline{\hat{h}}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(x) e^{-i\Omega x} dx$$

Функција поремећаја изражена преко угаоне фреквенције по путу Ω и по времену ω је мање погодна за теоријска разматрања поремећаја (неравнина) пута. Велики значај за наведена проучавања имају статистички подаци о поремећајима за различите врсте путева при чему се могу вршити потребна поређења. У том смислу много је боље сагледавати спектралну густину поремећаја за различите површине путева и то $\phi_h(\Omega)$ у зависности од угаоне фреквенције по путу или $\phi_h(\omega)$.

$$\Phi_h(\Omega) = \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{X} \left(\hat{h}(\Omega) \right)^2$$

Пошто је $L=vT$ важи релација $\Phi_h(\omega) = \frac{1}{v} \Phi_h(\Omega)$

На слици је приказан график у логаритамској скали зависност поменуте спектралне густине поремећаја $\phi_h(\Omega)$ у односу на угаону фреквенцију по путу Ω , односно по таласној дужини (дужини периода) L и то за: 1) локални пут; 2) аутопут; као и линије граничних вредности 3) за лоше путеве, односно 4) за одличне путеве. Област изнад линије 3 може се сматрати подручјем неприхватљиво лошег пута, док се област испод ли 4 може сматрати подручјем нереално доброг пута.

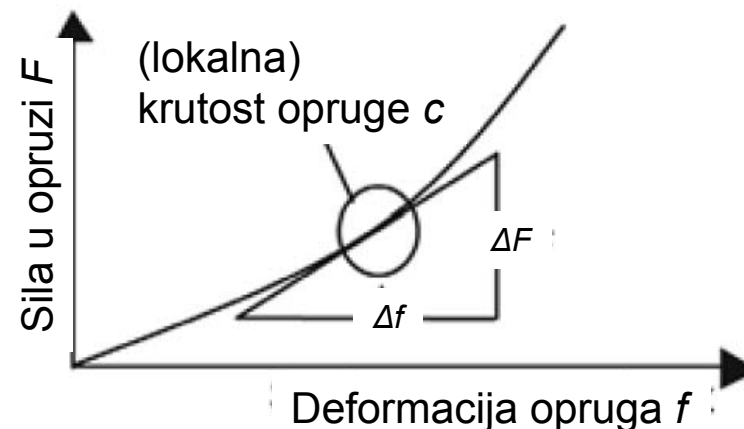


Динамика у вертикалном правцу – опруга

а) крутост опруге c_{opruga}

Опруга (*spring*) се може дефинисати као елемент система ослањања који производи реактивну силу F_{opruga} при њеној деформацији за Δf . У теорији, за најчешће коришћене завојне опруге усваја се да је зависност силе у опрузи у односу на деформацију линеарна, односно да је крутост опруге константна. Међутим, то не мора да буде правило како за завојне, тако и за друге врсте опруга. У општем случају (када је зависност нелинеарна) може се дефинисати крутост опруге

$$c_{opruga} = dF/df$$



односно, изражено преко деформације опруге Δf_{opruga} сила у опрузи може се дефинисати као

$$F_{opruga} = c_{opruga} \cdot \Delta f_{opruga}$$

б) преносни однос опруге i

Опруга као еластични елемент система ослањања поставља се између каросерије (шасије) са једне стране и елемента за вођење точка (вођице) са друге стране. Преносни однос опруге i представља однос деформације (угиба) опруге Δf и помераја центра точка Δz_w :

$$i = \Delta f / \Delta z_w$$

У принципу, преносни однос опруге i је мањи од 1 и променљив је јер зависи од тренутног положаја елемента за вођење точка за који је опруга везана. У том смислу, сила у опрузи у односу на вертикалну силу на точку може се дефинисати као:

$$F_{opruge} = F_w / i$$

в) опруга и сопствене фреквенције

Сопствене фреквенције ω зависе од крутости опруге и ослоњене масе: $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$

Теоријски гледано, металне опруге имају константну крутост. То значи да ће се са повећањем оптерећења возила сопствене фреквенције несразмерно смањивати (мењати). Наведени проблем може се решити пнеуматским ослонцима (опругама):

$$\omega_e = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{c \cdot g}{(p - p_0) \cdot A}}$$

При чему је крутост пнеуматског ослонца променљив у зависности од угиба, односно притиска у њему при том угибу:

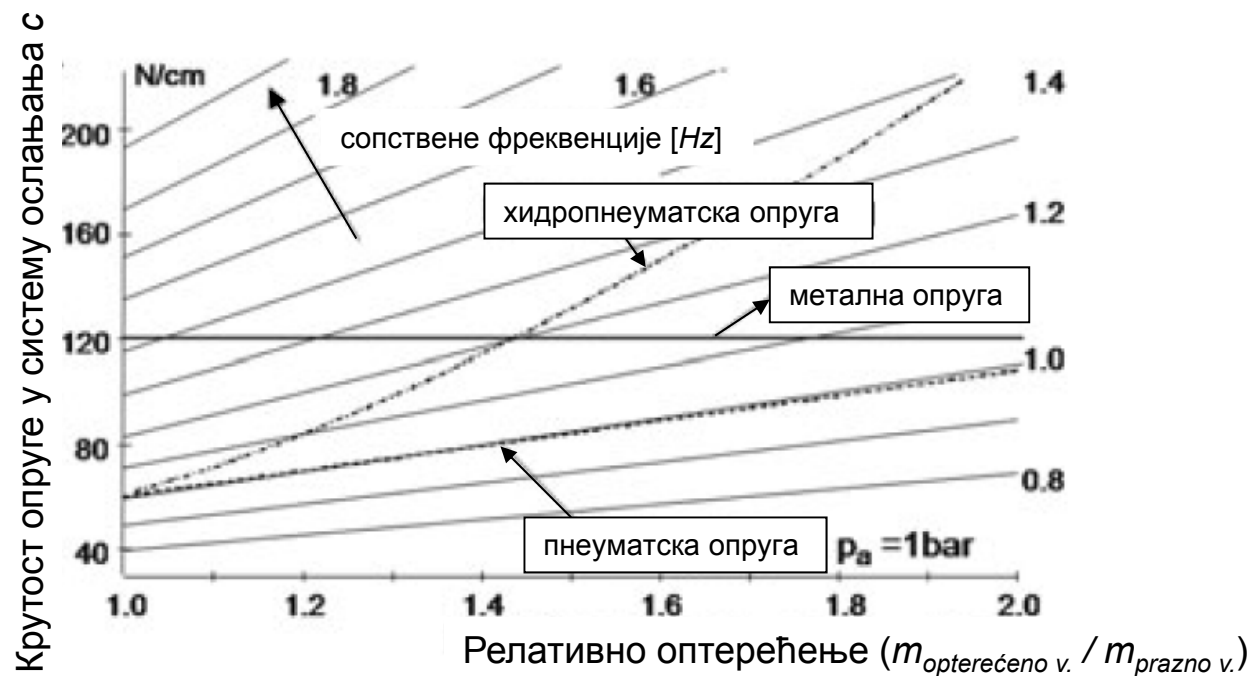
$$c(f) = A \cdot n \cdot p(f) \cdot \frac{l}{h_{th}}, \text{ где је } h_{th} = \frac{V(f)}{A} \text{ теоријска висина пнеуматског ослонца}$$

$$\text{следи: } \omega_e = \sqrt{\frac{g \cdot n \cdot p}{h_{th} \cdot (p - p_0)}} \quad \text{односно за } p \gg p_0: \quad \omega_e \approx \sqrt{\frac{g \cdot n}{h_{th}}}$$

Где је: $p(f)$ – притисак при угибу f ; p_0 – атмосферски притисак; A – површина; g – грав. конст.; n – политропски коефицијент (за ваздух $n=1.38$); $V(f)$ – запремина при угибу f .

На овај начин сопствене фреквенције пнеуматских ослонаца (опруга) могу бити приближно константне.

Треба нагласити да се исти принцип не може применити на хидропнеуматске ослонце зато што се њихова крутост изражава другачије у односу на пнеуматске ослонце.



Приказани график даје зависност крутости опруге у односу на релативно оптерећење возила ($m_{\text{opterećeno v.}} / m_{\text{prazno v.}}$).

Динамика у вертикалном правцу – пригушивач

Пригушивачи су елементи система ослањања који имају значајну улогу и за безбедност и за удобност вожње. Задатак пригушивача који се односи на безбедност јесте да одржава точак у сталном контакту са тлом због неопходног пријањања при кретању и кочењу.

Са друге стране, точак и део система ослањања ослоњени су само преко пнеуматика (на њих опруга система ослањања нема утицаја), при чему су њихове масе означена као „неослоњене масе“. Крутост пнеуматика је знатно већа од крутости опруге система ослањања што доводи до значајних вибрација неослоњених маса које се путем пригушивача морају минимизирати.

Задовољавајућа удобност захтева минималне амплитуде вибрација каросерије са једне стране и мала вертикална убрзања каросерије са друге стране. Наведена убрзања могу бити последица сила пригушења. За удобност вожње зато је боље изабрати пригушиваче са слабијим пригушењем.

Избор одговарајућег пригушивача своди се на оптимизацију пригушења вибрација, при чему интензивнија пригушења иду у прилог безбедносном захтеву у погледу контакта точка и подлоге, док она слабија одговарају већој удобности.

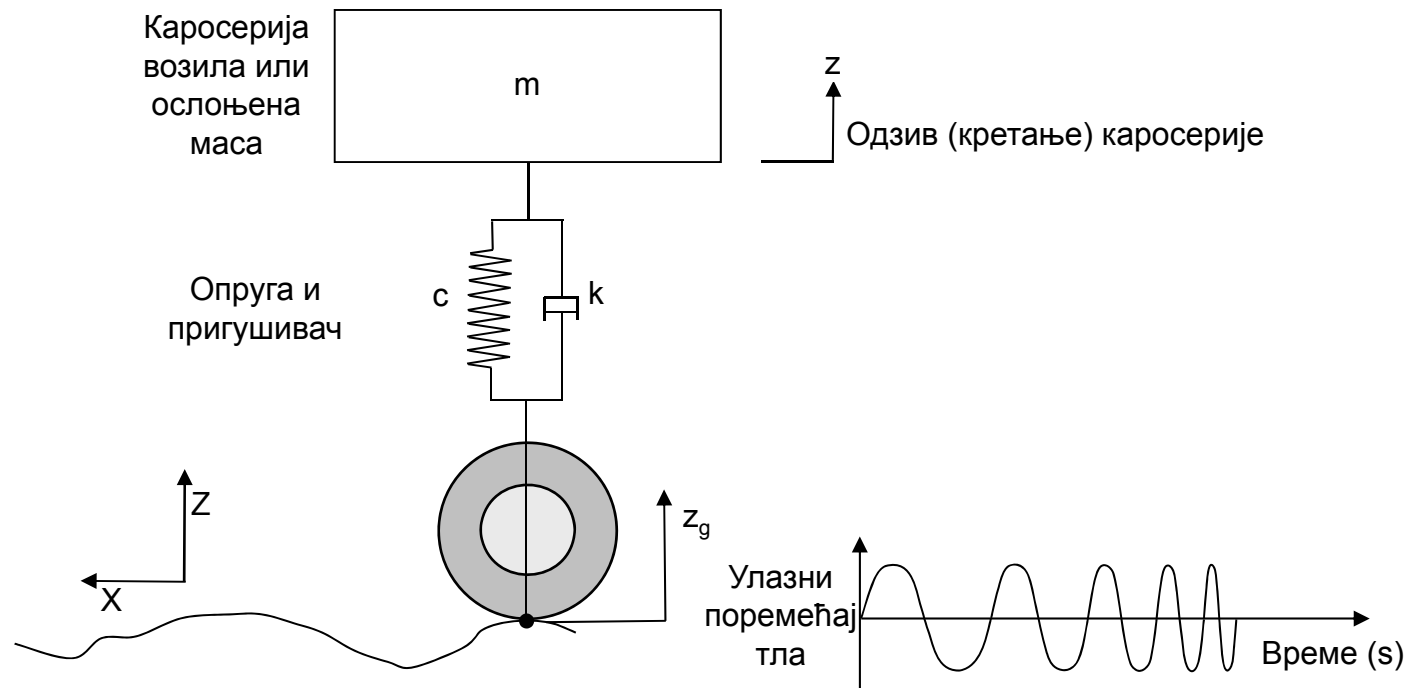
Фактор пригушења k_{prig} .

Сила коју ствара пригушивач приликом пригушења пропорционална је релативној брзини (фреквенцији) крајњих тачака пригушивача (тј. брзини клипа у односу на тело амортизера)

$$F_{prig.} = k_{prig.} \cdot \Delta \dot{f}_{prig.}$$

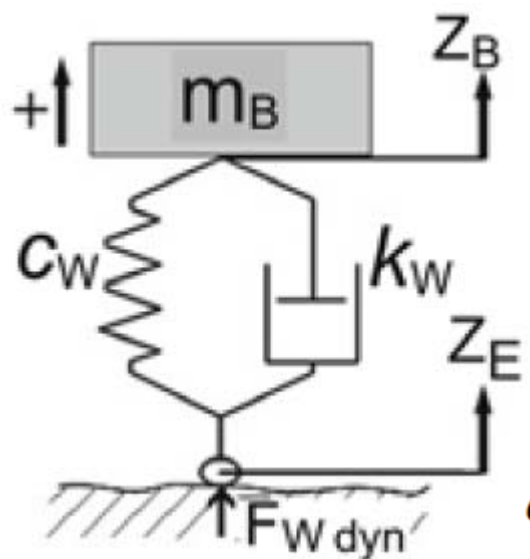
$\Delta \dot{f}_{prig.}$ – први извод релативног помераја крајњих тачака пригушивача (клип у односу на тело)

Модели осциловања возила



Циљ: одредити сопствену фреквенцију осцилација ослоњених маса (каросерије) и неослоњених маса (точка и део система ослањања) и степен пригушења

Четвртински модел са једном (ослоњеном) масом (точак круто везан, без ослањања)



$$m_B \cdot \ddot{z}_B = -k_W \cdot (\dot{z}_B - \dot{z}_E) - c_W \cdot (z_B - z_E)$$

$$\ddot{z}_B = -\frac{k_W}{m_B} \cdot (\dot{z}_B - \dot{z}_E) - \frac{c_W}{m_B} \cdot (z_B - z_E)$$

$$\omega_e = \sqrt{\frac{c_W}{m_B}}$$

- сопствена фреквенција

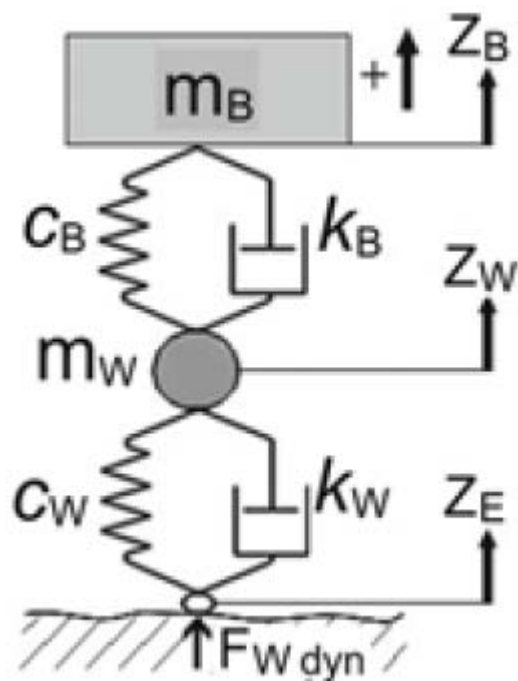
$$D = \frac{k_W}{k_{\text{crit}}} = \frac{k_W}{2 \cdot m_B \cdot \omega_e}$$

- степен пригушења

Веза између непригушених сопствених фреквенција ω_e , пригушених сопствених фреквенција $\omega_{e,D}$ и степена пригушења D дата је изразом:

$$\omega_{e,D} = \omega_e \sqrt{1 - D^2}$$

Четвртински модел са две масе (једном ослоњеном и једном неослоњеном)



$$m_B \cdot \ddot{z}_B = -k_B \cdot (\dot{z}_B - \dot{z}_W) - c_B \cdot (z_B - z_W)$$

$$m_W \cdot \ddot{z}_W = -k_B \cdot (\dot{z}_W - \dot{z}_B) - c_B \cdot (z_W - z_B) \\ - k_W \cdot (\dot{z}_W - \dot{z}_E) - c_W \cdot (z_W - z_E)$$

$$m_B \cdot \ddot{z}_B + k_B \cdot \dot{z}_B + c_B \cdot z_B = 0$$

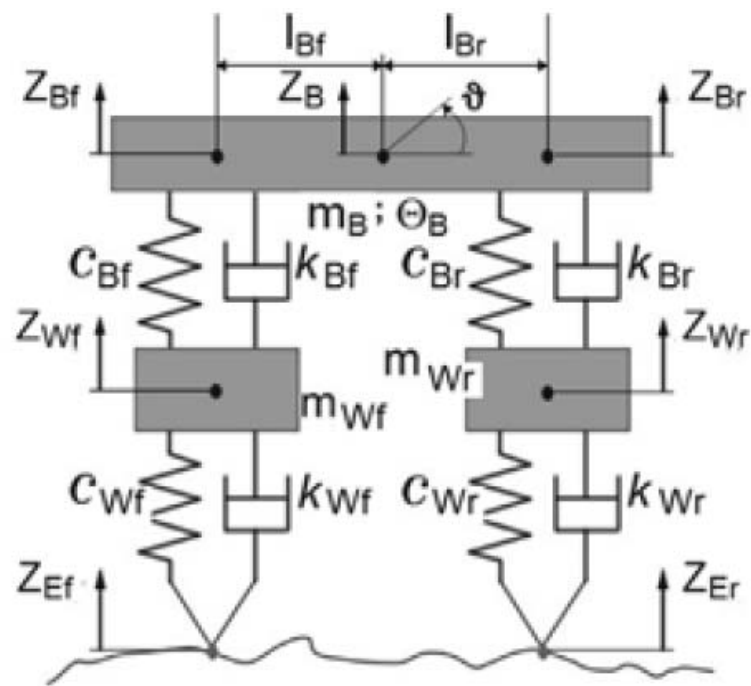
$$\omega_{eB} = \sqrt{\frac{c_B}{m_B}} \quad D_B = \frac{k_B}{2m_B \omega_{eB}}$$

$$m_W \cdot \ddot{z}_W + (k_W + k_B) \cdot \dot{z}_W + (c_W + c_B) \cdot z_W = 0$$

$$\omega_{eW} = \sqrt{\frac{c_W + c_B}{m_W}}$$

$$D_W = \frac{k_B + k_W}{2m_W \omega_{eW}} = \frac{k_B + k_W}{2\sqrt{m_W (c_W + c_B)}}$$

Половински модел са две масе („модел бицикла“)



$$m_B \ddot{z}_B = -k_{Bf} \cdot (\dot{z}_{Bf} - \dot{z}_B) - c_{Bf} \cdot (z_{Bf} - z_{Wf}) - k_{Br} \cdot (\dot{z}_{Br} - \dot{z}_B) - c_{Br} \cdot (z_{Br} - z_{Wr})$$

$$\Theta_B \ddot{\theta} = l_f \cdot k_{Bf} \cdot (\dot{z}_{Bf} - \dot{z}_B) + l_f \cdot c_{Bf} \cdot (z_{Bf} - z_{Wf}) - l_r \cdot k_{Br} \cdot (\dot{z}_{Br} - \dot{z}_B) - l_h \cdot c_{Br} \cdot (z_{Br} - z_{Wr})$$

кретање уг. сопств. фрекв. θ степен пригушења D

укупно $\sqrt{\frac{c_{Bf} + c_{Br}}{m_B}}$ $\frac{k_{Bf} + k_{Br}}{2\sqrt{m_B \cdot (c_{Bf} + c_{Br})}}$

непред $\sqrt{\frac{c_{Bf}}{m_{Bf}}}$ $\frac{k_{Bf}}{2\sqrt{m_{Bf} c_{Bf}}}$

незад $\sqrt{\frac{c_{Br}}{m_{Br}}}$ $\frac{k_{Br}}{2\sqrt{m_{Br} c_{Br}}}$

галопир. $\sqrt{\frac{l_{Bf}^2 c_{Bf} + l_{Br}^2 c_{Br}}{\Theta_B}}$ $\frac{l_{Bf}^2 k_{Bf} + l_{Br}^2 k_{Br}}{2\sqrt{\Theta_B \cdot (l_{Bf}^2 c_{Bf} + l_{Br}^2 c_{Br})}}$

предња осовина $\sqrt{\frac{c_{Bf} + c_{Wf}}{m_{Wf}}}$ $\frac{k_{Bf} + k_{Wf}}{2\sqrt{m_{Wf} \cdot (c_{Bf} + c_{Wf})}}$

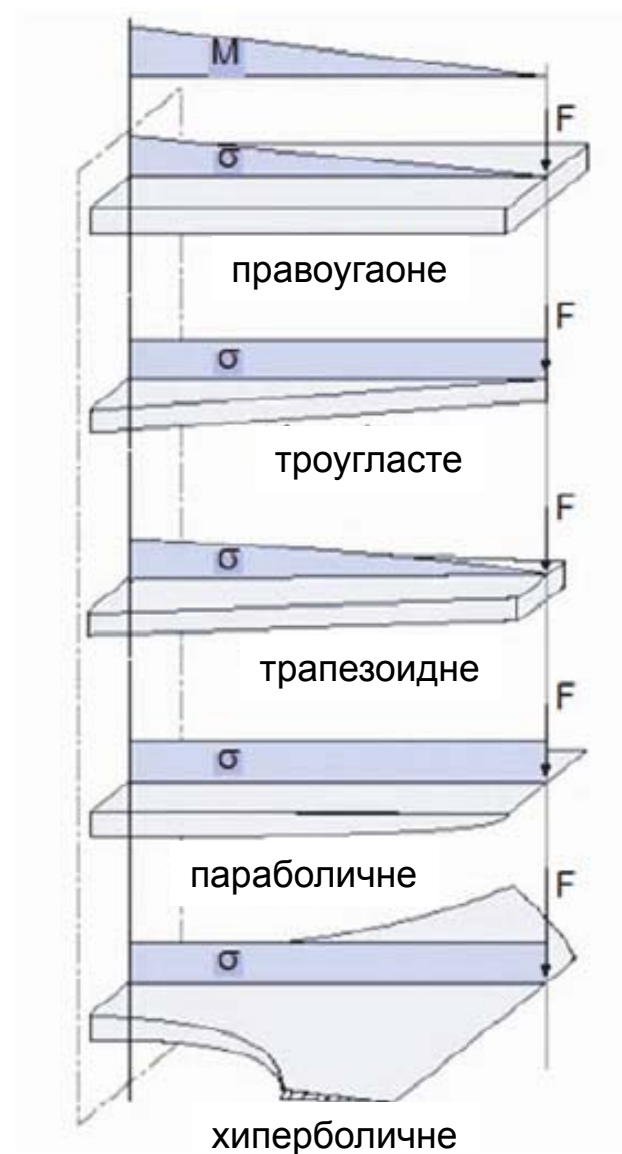
задња осовина $\sqrt{\frac{c_{Br} + c_{Wr}}{m_{Wr}}}$ $\frac{k_{Br} + k_{Wr}}{2\sqrt{m_{Wr} \cdot (c_{Br} + c_{Wr})}}$

ОПРУГЕ – ПРОЈЕКТОВАЊЕ И ПРОРАЧУН

ЛИСНАТЕ ОПРУГЕ (гибњеви)

Ова врста опруге најдуже је у употреби, употреба са појавом кочија. Релативно ниске цене, веома робустне (издржљиве) и поуздане. Данас је ова врста опруга углавном заступљена код теренских и теретних возила. Осим што има улогу еластичног елемента, ова врста опруга може имати и улогу вођења точка и пригушивача (због трења које се јавља између листова опруге).

Према облику листови могу бити правоугаони, троугласти, трапезоидни, параболични, и хиперболични. Највећа разлика је распореду нормалних напона дуж листа.

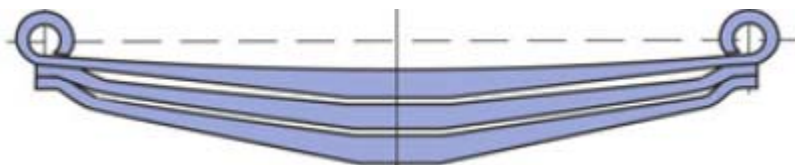
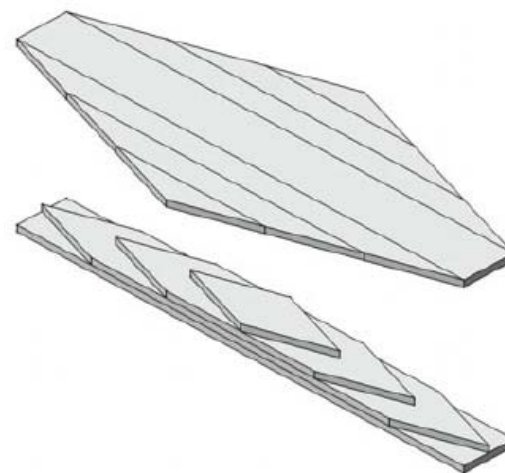


Лиснате опруге у целини могу бити:

Трапезоидне



Параболичне



Параболична лисната опруга

На средини већи попр. пресек (не прати параболу)

Начин формирања трапезоидне лиснате опруге



Лиснате опруге (главне и помоћне)
за тежа теретна возила

Прорачун лиснатих опруга

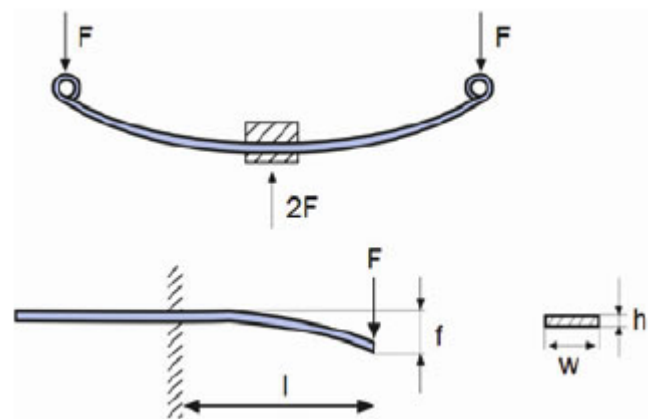
$$f = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad I = \frac{w \cdot h^3}{12}$$

E – модуло еластичности

I – момент инерције за правоугаони попр. пресек

$$c_f = \frac{F}{f} = \frac{1}{4} \cdot \frac{w \cdot h^3}{l^3} \cdot E \approx \text{const}$$

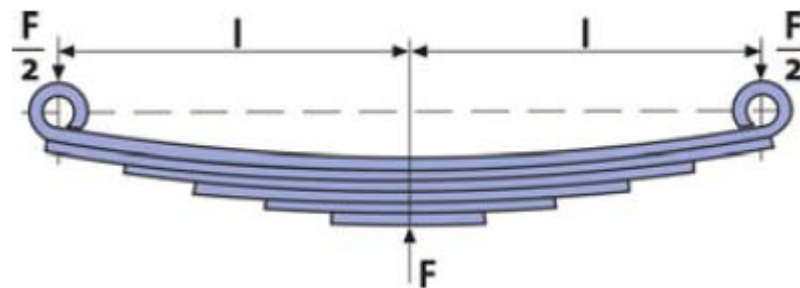
$$\sigma_{b\max} = \frac{3 \cdot F \cdot l}{w \cdot h^2}$$



За симетричне трапезоидне лиснате опруге:

$$f = \frac{2 \cdot K \cdot F \cdot l^3}{E \cdot n \cdot w \cdot h^3}, \quad c_f = \frac{E \cdot n \cdot w \cdot h^3}{2 \cdot K \cdot l^3},$$

$$\sigma_{b\max} = \frac{3 \cdot F \cdot l}{n \cdot w \cdot h^2}$$



n – број листова

n' – број листова који су ослоњени на крајевима $K = \frac{3 \cdot n}{2 \cdot n + n'}$

K – фактор дефлекције

За симетричне параболичне опруге:

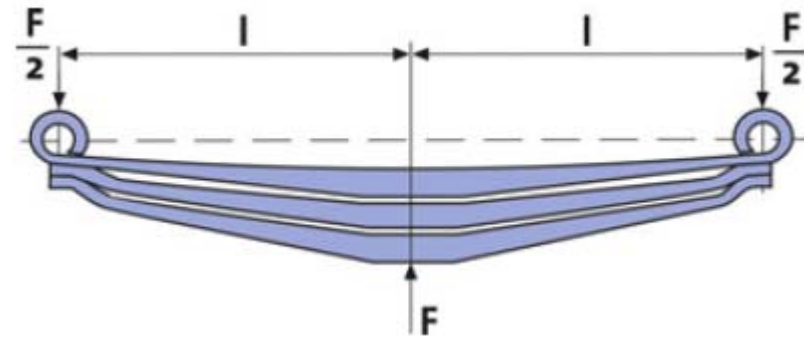
$$f = \frac{2 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot n \cdot w \cdot h_0^3} \cdot \left(2 - \frac{h_1^3}{h_0^3} \right)$$

$$c_f = \frac{E \cdot n \cdot w \cdot h_0^3}{2 \cdot l^3 \cdot \left(2 - \frac{h_1^3}{h_0^3} \right)}$$

$$\sigma_{b \max} = \frac{3 \cdot F \cdot l}{n \cdot w \cdot h_0^2}$$

h_0 – дебљина листа на средини;

h_1 – дебљина листа на крајевима.



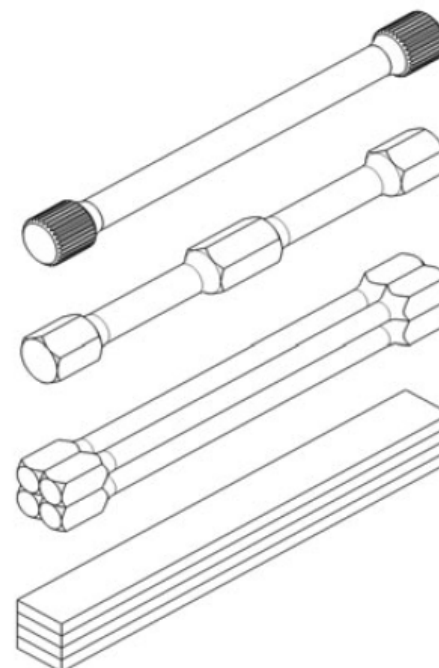
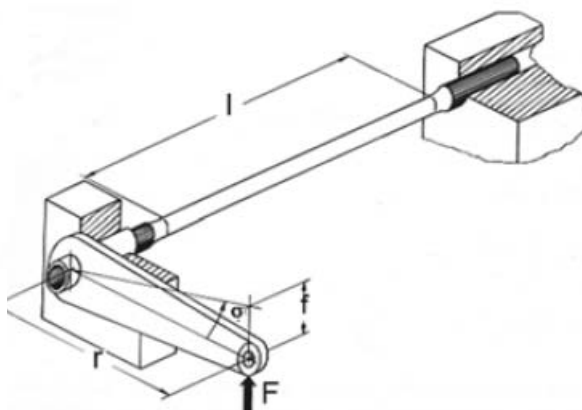
ТОРЗИОНЕ ОПРУГЕ

Торзионе опруге оптерећене су моментом на увијање и уграђују се углавном код путничких или лаких доставних возила. Могу бити различитих попречних пресека, попречно или уздужно постављене.

Прорачун:

$$\varphi = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_p}$$

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \quad I_p = \frac{\pi \cdot (d_o^4 - d_i^4)}{32}$$



G – модул смицања

I_p – поларни момент инерције (за пун или прстенаст пресек)

$$c_{\text{tor}} = \frac{G}{l} \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

На месту укљештења са полугом може се одредити ефективна крутост опруге

c ($=const.$):

$$\Delta z \approx r \cdot \Delta \varphi, \quad \Delta F \approx \frac{1}{r} \cdot \Delta M_t, \quad c = \frac{\Delta F}{\Delta z} = \frac{1}{r^2} \cdot c_{\text{tor}}$$

Напон смицања: $\tau_t = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3}$

ЗАВОЈНЕ ОПРУГЕ

Најраспрострањеније опруге код путничких возила. У основи представљају торзиону опругу која је савијена у завојницу. Завојне опруге могу се делити према облику опруге у целини, облику попречног пресека жице од које се опруга израђује, облику завршетка опруге односно њеног лежишта (постоља), облику криве зависности силе у односу на деформацију (линеарне и прогресивне).

Завојне опруге код којих је зависност силе од деформације линеарна имају облик цилиндра са константним попречним пресеком жице. Једна од могућности да се формира опруга са прогресивном (нелинеарном) карактеристиком јесте паралелна конфигурација тј. опруга у опрузи, при чему су њихове дужине различите. Краћа опруга долази до изражаја при већим оптерећењима (или преоптерећењима) када се крутост у целини значајно увећава. Ово захтева више типова опруга, већи пречник спољне опруге, као и већу масу.

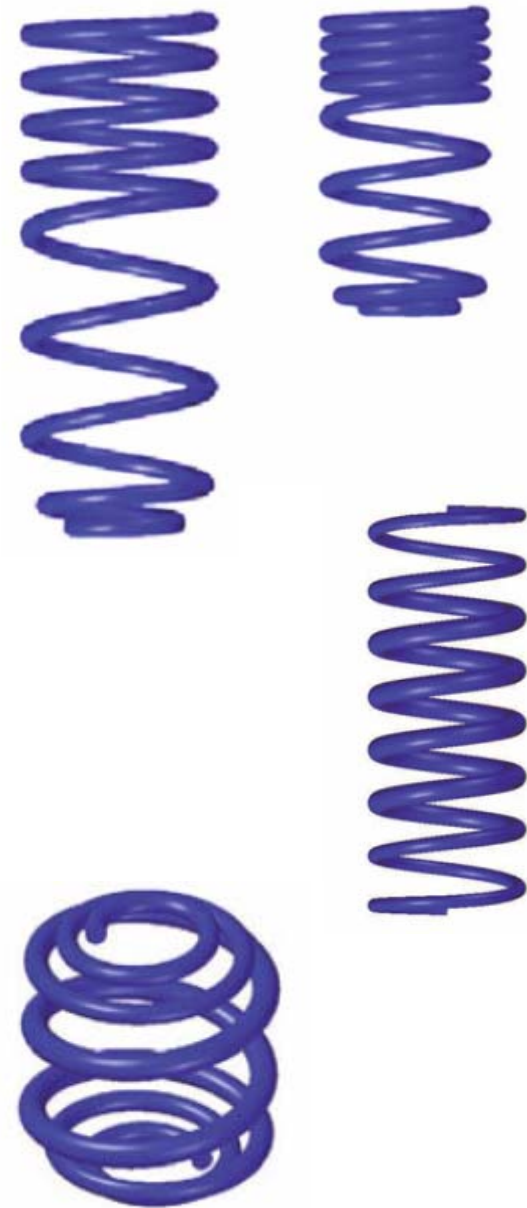
Серијски везаним опругама различитих крутости, такође се постиже нелинеарна карактеристика, са мањим пречником али већом дужином (висином) и додатном масом.



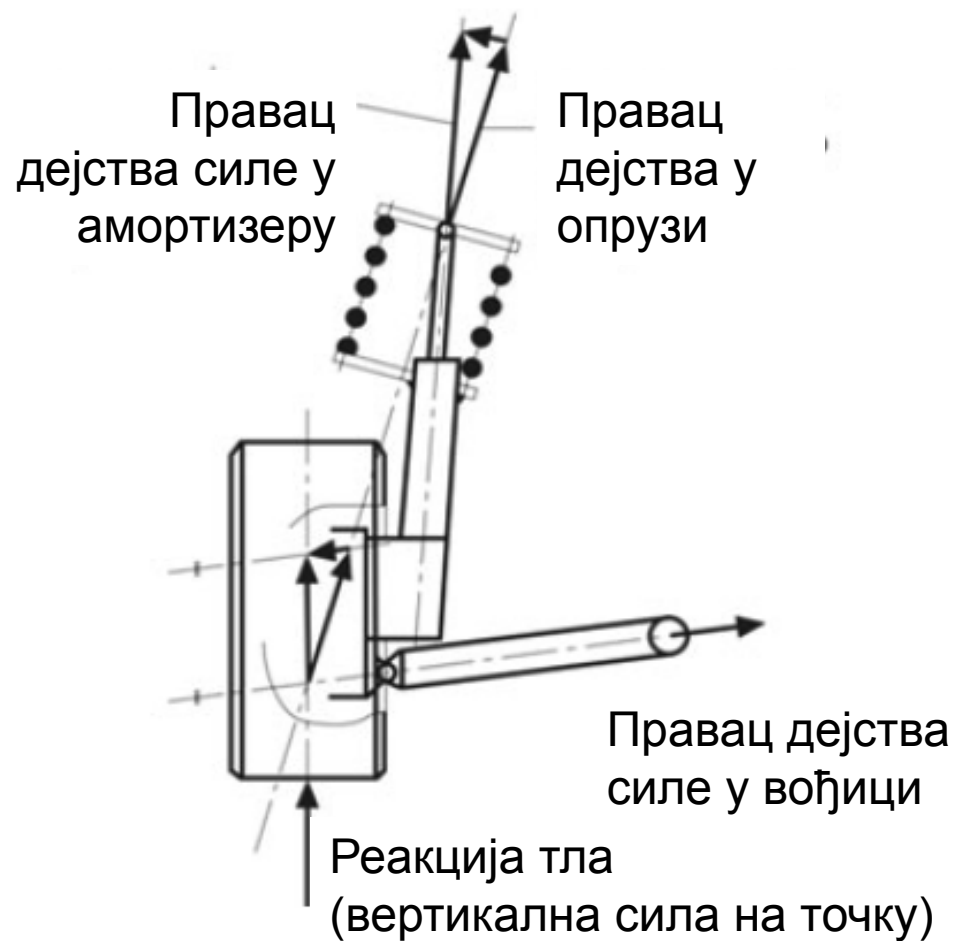
Нелинеарна (прогресивна) карактеристика опруге може се постићи и променљивим растојањем између навоја опруге (слично као код серијски постављених опруга), при чему је у питању једна опруга констаног укупног пречника и пречника жице. Опруга је неравномерно оптерећена при чему може доћи и до налегања навоја што доводи до корозије материјала.

Наведени недостаци могу се решити употребом опруге цилиндричног облика, али са променљивим пречником жице. Тањи део жице користи се за навоје који се у потпуности сабијају са порастом оптерећења дајући при томе прогресивну карактеристику. Проблем налегања (тањих) навоја и даље је остао нерешив.

У том смислу опруге код којих није само пречник жице променљив, већ и спољни пречник у целини немају проблем међусобног налегања навоја, поготову оних тањих који на крајевима опруге формирају спиралу задржавајући прогресивну карактеристику. Ове опруге су и мањих дужина, што их издваја као веома погодне за уградњу, при чему се посебна пажња посвећује лежишту (постољу) које није уобичајено.



Завојне опруге које се користе за *McPherson* систем ослањања



Облик крајева и ослонца (лежишта) опруге



Облик А



Облик Б



Облик В



Облик Г



Облик Д



Облик Ђ

Прорачу завојне опруге

преносни однос опруге: $i = \frac{\Delta f}{\Delta z_w}$

сила у опрузи: $F_{sp} = \frac{F_w}{i}$

крутост опруге

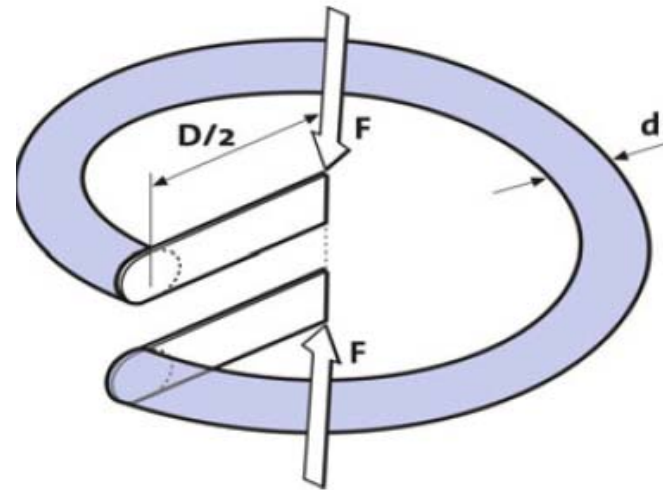
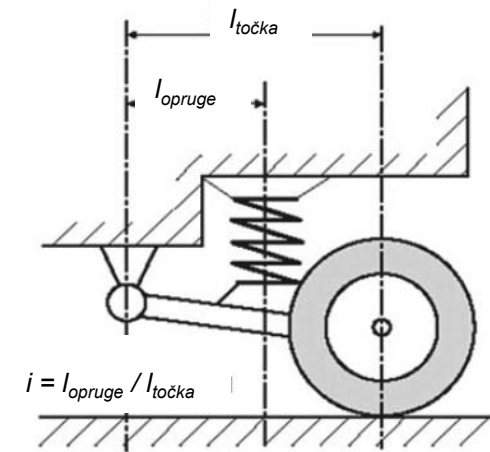
независно ослоњеног точка: $c_{\text{rel to wheel}} = \frac{d F_w}{d z_w} = \frac{d(F_{sp} \cdot i)}{d z_w} = c \cdot i^2 + \frac{d i}{d z_w} \cdot F$

рад опруге: $W = \frac{F \cdot s}{2}$

сила у опрузи: $F = \frac{G \cdot d^4 \cdot s}{8 \cdot D^3 \cdot n}$

ход опруге: $s = \frac{8 \cdot F \cdot D^3 \cdot n}{G \cdot d^4}$

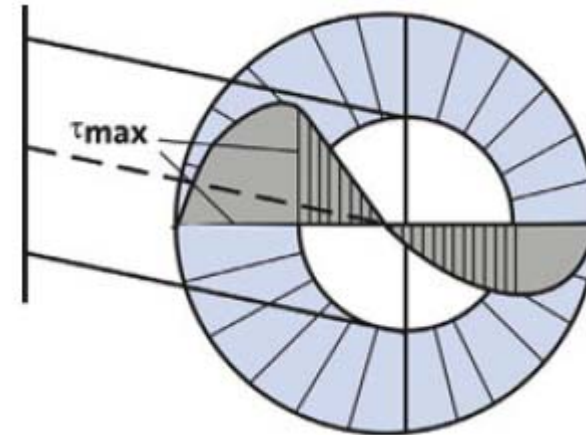
крутост опруге: $c = \frac{F}{s} = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D^3 \cdot n}$



напон смицања: $\tau = \frac{G \cdot d \cdot s}{\pi \cdot D^2 \cdot n} = \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3}$

пречник жице: $d = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot \tau}}$

број навоја опруге: $n = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D^3 \cdot c} = \frac{G \cdot d \cdot s}{\pi \cdot D^2 \cdot \tau}$

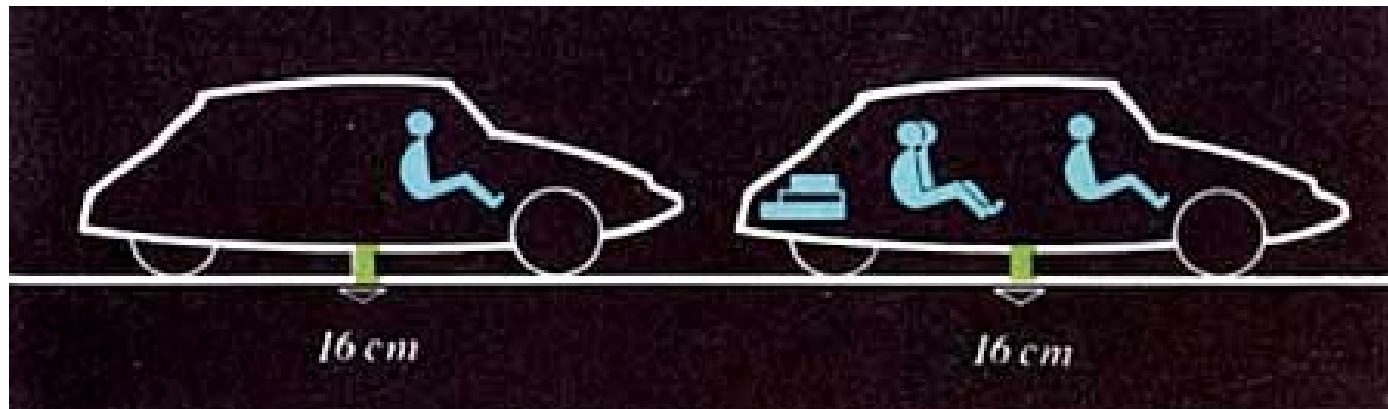


- Материјали који се употребљавају за опруге треба да су великог модула еластичности и/или смицања;
- Потребно је да опруга издржи велика оптерећења без трајних деформација што захтева високу чврстоћу и границу еластичности, као и жилавост;
- Пошто је опруга изложена цикличним оптерећењима неопходно је да материјал поседује изразиту отпорност на замор.

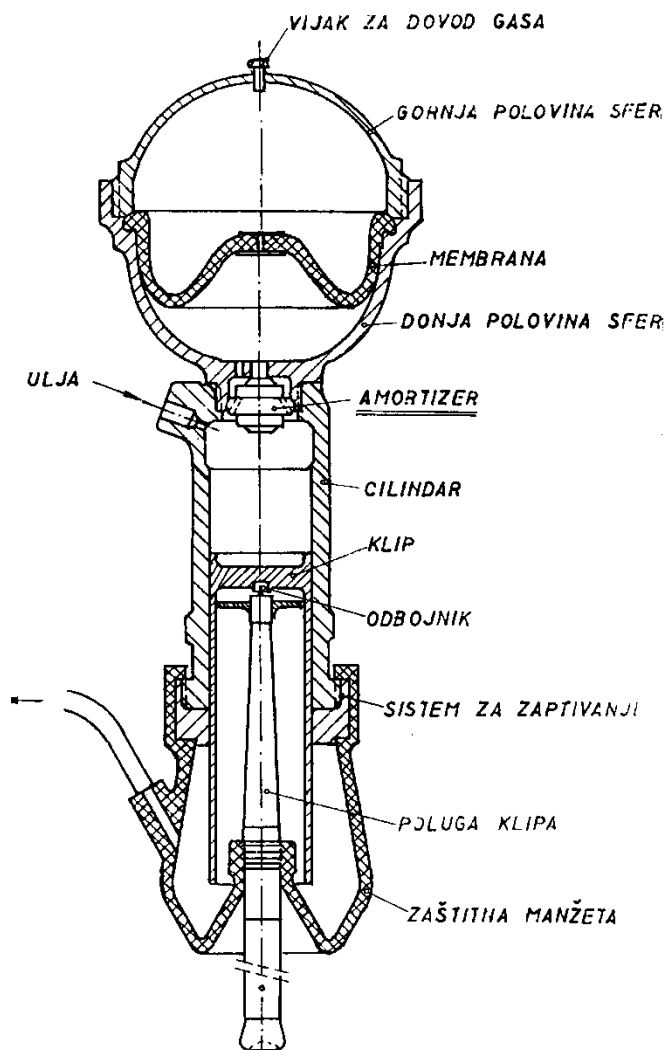
Опруге које аутоматски одржавају висину возила (пнеуматско и хидропнеуматско ослањање)

Осим унапређене удобности возње, аутоматско одржавање висине возила омогућава константно растојање између возила и тла, сталну геометрију точкова и сталну усмереност снопа светала.

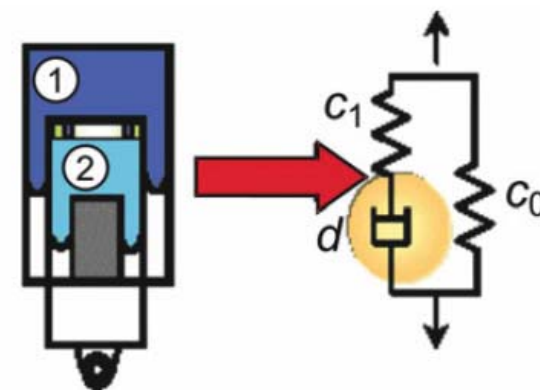
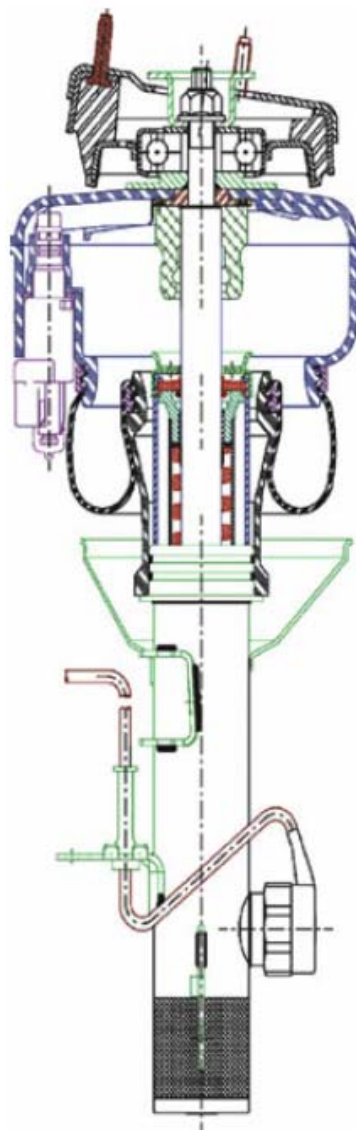
Аутоматско одржавање висине возила постиже се пнеуматским или хидропнеуматским системом који у себи може објединити опругу и пригушивач. Пнеуматски системи користе (додају / одузимају) ваздух (гас), док хидропнеуматски потребну висину постижу додавањем / одузимањем уља.



Хидропнеуматски ослонац



Пнеуматски ослонац



Шема интегрисане пнеуматске опруге и пригушивача: ако је веза између 1 и 2 у потпуности отворена – опруга крутости c_0 ; ако је веза скроз затворена – паралелна опруга крутости c_0 и c_1 ; све између ова два стања омогућава и пригушење (делимично отворена веза).

Пнеуматска опруга

p – притисак у систему, V – запремина система

$$p \cdot V^n = \text{const} \quad n - \text{политропски експонент } (1 < n < 1.4),$$

$n=1$ за статичке (изотермске) процесе;

$n=1.4$ за динамичке (адијабатске) процесе

Крутост гасне опруге може се добити диференцирањем дате једначине

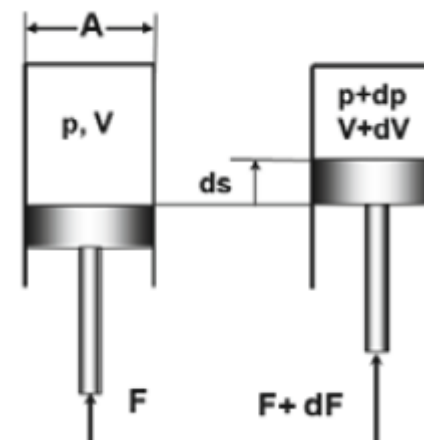
$$V^n \cdot dp + n \cdot p \cdot V^{n-1} \cdot dV = 0$$

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{n \cdot p \cdot V^{n-1}}{V^n} = -\frac{n \cdot p}{V}$$

Пошто је $dp = dF/A$, $dV = -A ds$ и $dF = c ds$,
крутост при политропској промени је:

$$\frac{dF}{ds} = c_{\text{pol}} = \frac{n \cdot A^2 \cdot p}{V} \quad \text{где је } p = p_i + p_a, \text{ а сила у опрузи } F = p_i \cdot A$$

p_a – атмосферски притисак; p_i – притисак у опрузи; за $p_i \geq 10 \text{ bar}$ $p = p_i$

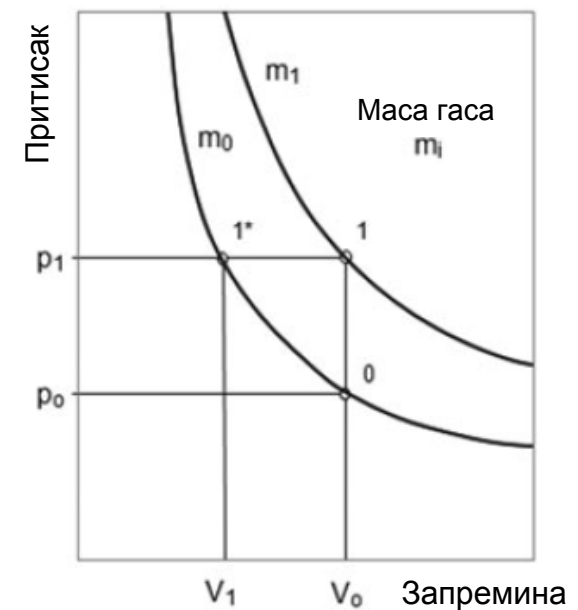
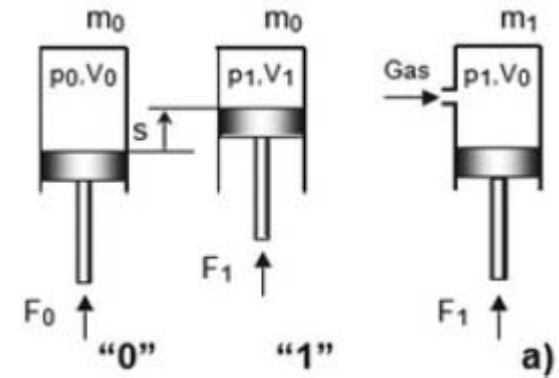


Подешавање висине возила пнеуматском опругом
У неутралном положају “0” крутост опруге је:

$$c_{\text{pol},0} = \frac{n \cdot A^2 \cdot p_0}{V_0}$$

Када се оптерећење повећа (F_0 у F_1), гас се доводи у опругу до постизања почетне висине и маса се увећава до m_1 . Како висина треба да остане иста исто важи и за запремину. Захтевани крајњи притисак p_1 “лежи” на политропској линији m_1 (тачка 1). Опруга зато има линеарну, од оптерећења зависну промену крутости:

$$c_1 = \frac{n \cdot A^2 \cdot p_1}{V_0}$$



Подешавање висине возила хидропнеуматском опругом

Промена оптерећења се код хидропнеуматских опруга компензује додавањем уља у тело опруге. Маса гаса остаје m_0 док се притисак повећава до p_1 следећи политропску линију за почетну масу m_0 (тачка 1*). Крутост опруге је:

$$c_1 = \frac{n \cdot A^2 \cdot p_1}{V_1}$$

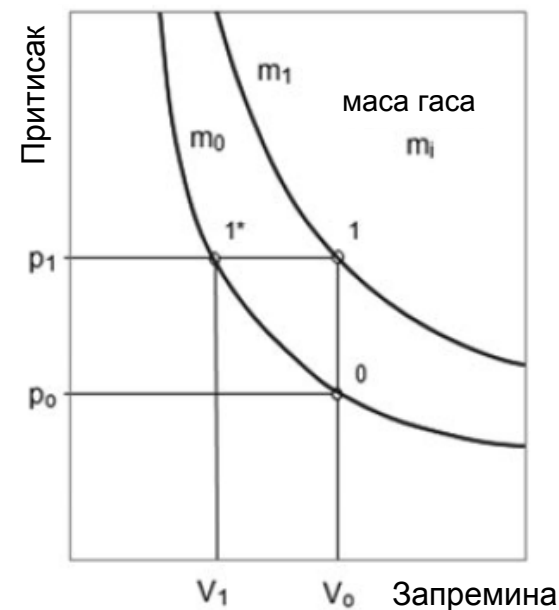
Пошто је $p \cdot V^n = \text{const}$ следи $V_1 = \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot V_0$ односно

$$c_{\text{pol},1} = \frac{n \cdot A^2 \cdot p_1^{\frac{n+1}{n}}}{p_0^{\frac{1}{n}} \cdot V_0}$$

„ а за изотермски процес

$$c_1 = \frac{A^2 \cdot p_1^2}{p_0 \cdot V_0}$$

Крутост, дакле, зависи од квадрата промене оптерећења.



Однос сила и померања на точку и опрузи

i_G – преносни однос гасне опруге

F_G – сила гасне опруге

i_{sp} – преносни однос спиралне опруге

F_{sp} – сила спиралне опруге

$i \approx 1$ – MacPherson

$i > 1$ – опруга између точка и центра ротације

$i < 1$ – опруга иза точка у односу центар ротације

F_W – сила на точку

s_W – померање центра точка

α – нагиб опруге у уздужној равни

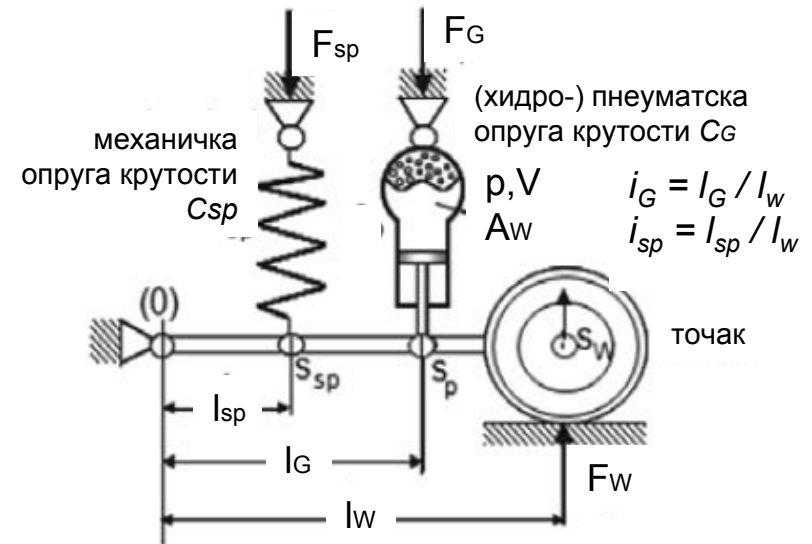
β – нагиб опруге у попречној равни

$$F_G = c_G \cdot s_G = c_G \cdot s_W \cdot i_G$$

$$F_{sp} = c_{sp} \cdot s_{sp} = c_{sp} \cdot s_W \cdot i_{sp}$$

$$F_W = c_W \cdot s_W = (c_G \cdot i_G^2 + c_{sp} \cdot i_{sp}^2) \cdot s_W$$

$$c_W = c_G \cdot i_G^2 + c_{sp} \cdot i_{sp}^2$$



$$i_{\alpha\beta} = \frac{i}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$\sum M_{(0)} = F_W \cdot l_w - F_G \cdot l_G - F_{sp} \cdot l_{sp}$$

$$F_W = F_G \cdot i_G + F_{sp} \cdot i_{sp}$$

$$F_W = F_G \cdot i_G = A_w \cdot p_1 \cdot i_G$$

када постоји само гасна опруга

За пнеуматске опруге ($V=const.$; $n=1$)

$$c_W = A_w^2 \cdot p_1 \cdot i_G^2 / V_0$$

$$c_W = A_w \cdot F_w \cdot i_G / V_0 = const. \cdot F_w$$

крутост (на точку) је пропорционална оптерећењу на точку.

За хидропнеуматске опруге ($pV=const.$; $n=1$)

$$c_W = A_w^2 \cdot p_1^2 \cdot i_G^2 / p_0 \cdot V_0$$

$$c_W = F_w^2 / p_0 \cdot V_0 = const. \cdot F_w^2$$

крутост (на точку) је пропорционална квадрату оптерећењу на точку.

Утицај оптерећења на сопствене фреквенције осциловања возила

Сопствене фреквенције непригушеног система са једном масом: $w_e = \sqrt{\frac{c}{m}}$

За систем ослањања са точком, специфичне укупне крутости c_w у односу на точак и специфичне ослоњене масе m_w у односу на точак и ради под оптерећењем точка $F_w = g \cdot m_w$, сопствене фреквенције су:

$$w_e = \sqrt{\frac{g \cdot c_w}{F_w}}, \text{ (} w_e \text{ in 1/min) } , \text{ односно:}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \cdot c_w}{F_w}}, \text{ (} f \text{ in Hz)}$$

За линеарне завојне опруге (крива d):

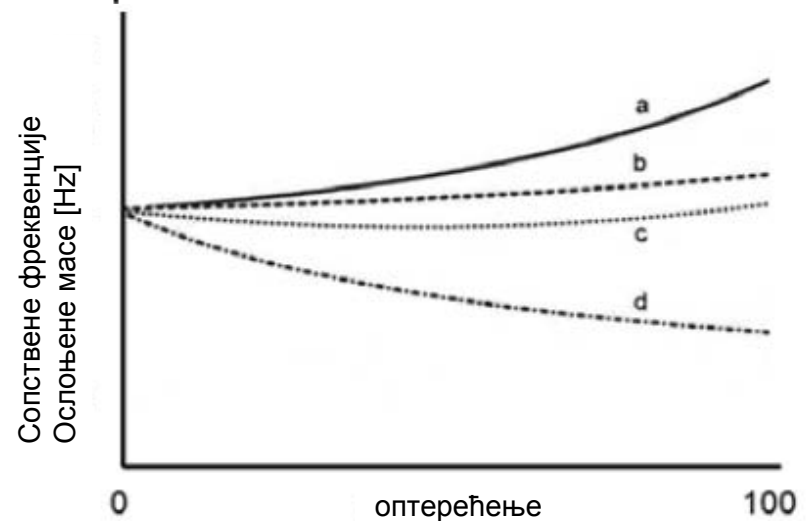
$$c_w = \text{const.} \text{ tj. } w_e = \text{const.} \cdot F_w^{-0,5}$$

За пнеуматске опруге (крива b):

$$c_w = \text{const.} \cdot F_w \text{ tj. } w_e = \text{const.}$$

За хидропнеуматске опруге (крива a):

$$c_w = \text{const.} \cdot F_w^2 \text{ tj. } w_e = \text{const.} \cdot F_w^{0,5}$$



Крива c представља комбинацију завојне и хидропнеуматске опруге.

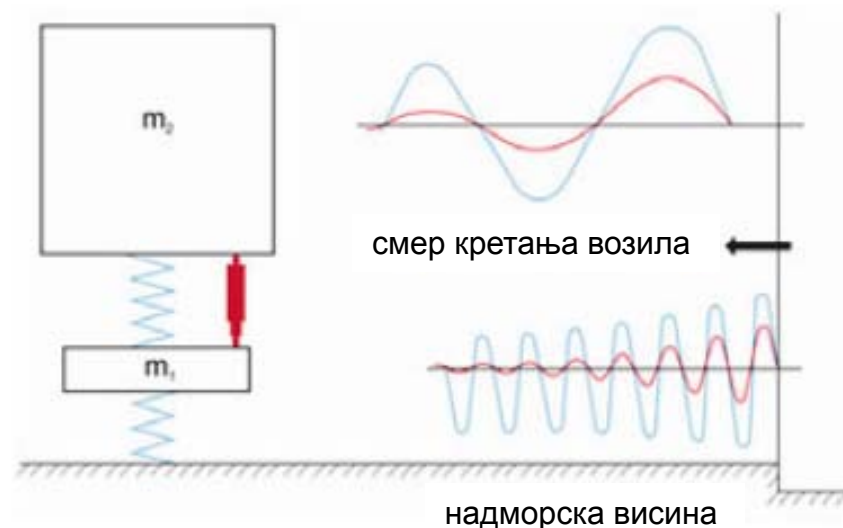
- Вожња се сматра веома комфорном када је учестаност вибрација у опсегу 1-1,5 Hz
- Када се учестаност приближи вредности од 2 Hz путник ће осетити одређену нелагодност
- Учестаност у опсегу од 0,1 до 0,5 Hz изазива осећај мучнине („морска болест“)
- Унутрашњи органи у трбушној дупљи су осетљиви на учестаност између 5 и 7 Hz
- Глава и врат су посебно осетљиви на вибрације у опсегу 18 - 20 Hz
- Човек посебно осећа подужне вибрације у опсегу 1 - 2 Hz, а то је подручје израженог комфора када се ради о вертикалним вибрацијама (оваква нелагодност се јавља при галопирању возила или када су седишта нагнута уназад за угао већи од уобичајеног)

Пригушивачи (амортизери)

Задатак:

- Да пригуши осцилације и вибрације каросерије изазване неравнинама на путу или условима вожње (галомирање и нагињање);
- Да брзо елиминише осцилације неослоњених маса како би се обезбедио стални контакт пнеуматика и тла.

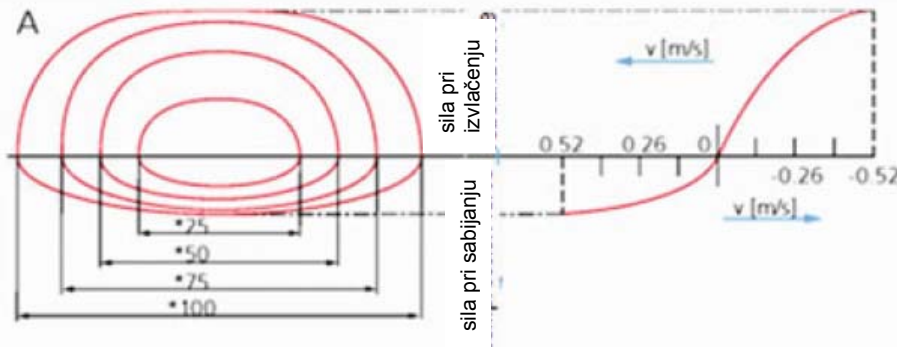
Пригушење зависи од вредности ослоњених и неослоњених маса и њиховог међусобног односа, као и од крутости опруге и точка. Како би се обезбедила одговарајућа удобност вожње са једне и приањање са друге стране степен пригушења D треба да се креће у границама од 0.25 до 0.35. Степен пригушења већи од критичне вредности ($D=0.5$) може изазвати „скакутање“ точка.



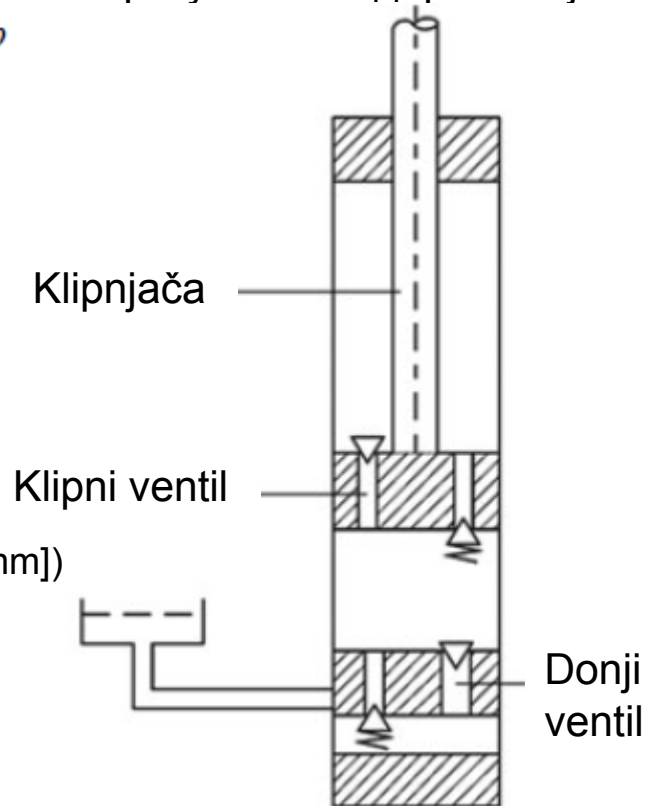
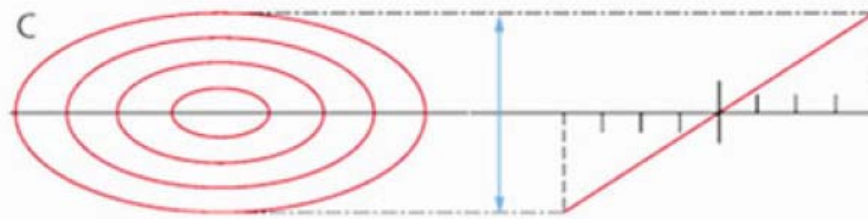
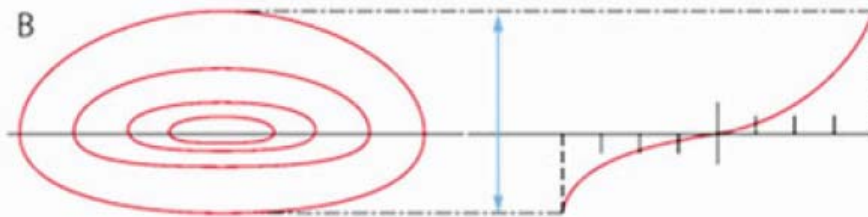
Пригушивачи система ослањања се најчешће изводе као хидрауличко-механички системи. Пригушење се генерише разликом притисака на клипном вентилу (хидраулички отпор), односно разликом притисака изнад и испод клипа и ефективним површинама на које притисак делује. Сила пригушења F директно је

пропорционална разлици притисака Δp : $F = A \cdot \Delta p$

а проток флуида Q брзини клипа v : $v = Q / A$



Константна брзина клипа за све ходове је 100 min^{-1} (*hod [mm])



Пригушне карактеристике:

A) дегресивне (код путничких возила),

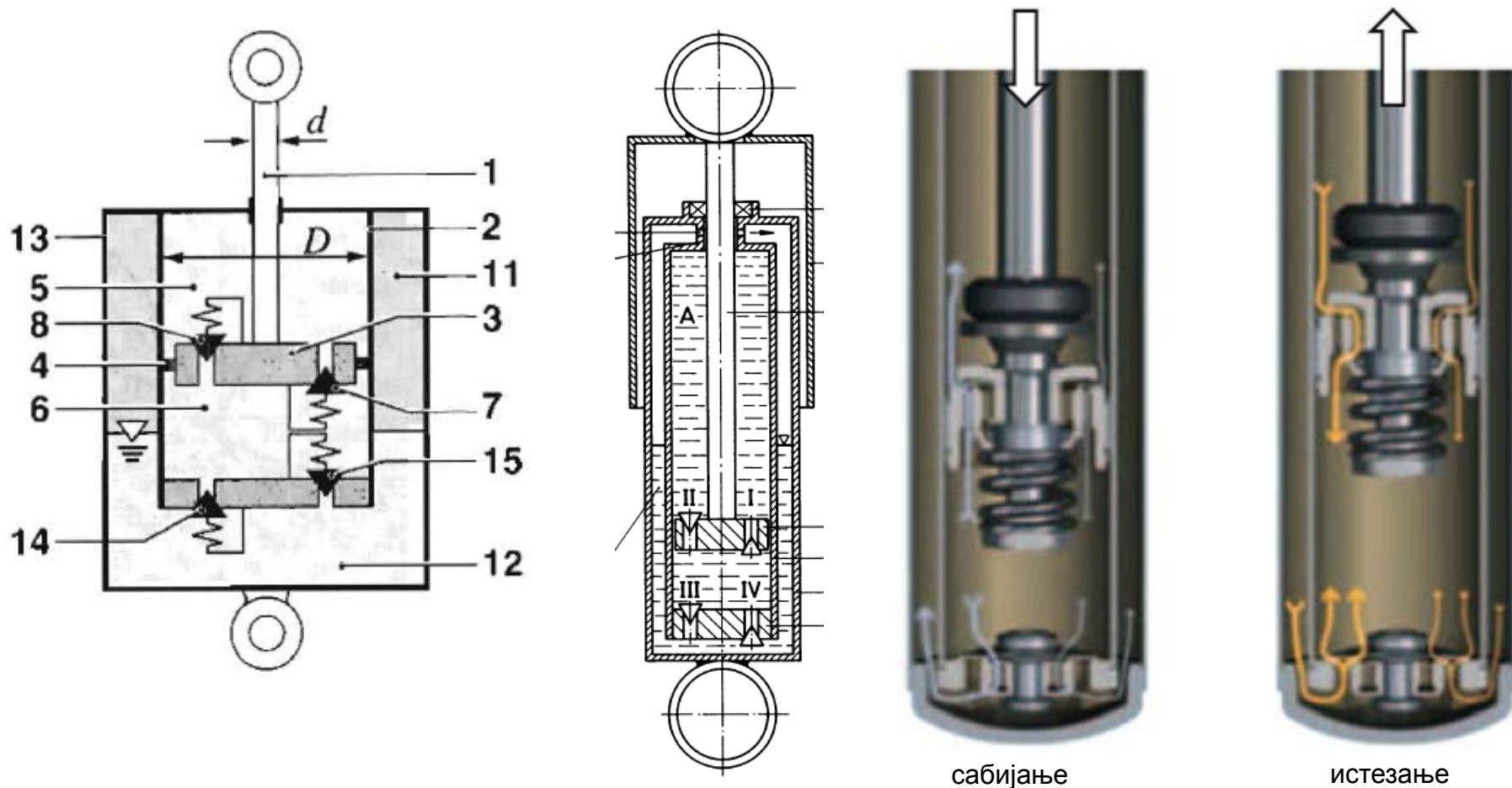
B) прогресивне и

C) линеарне

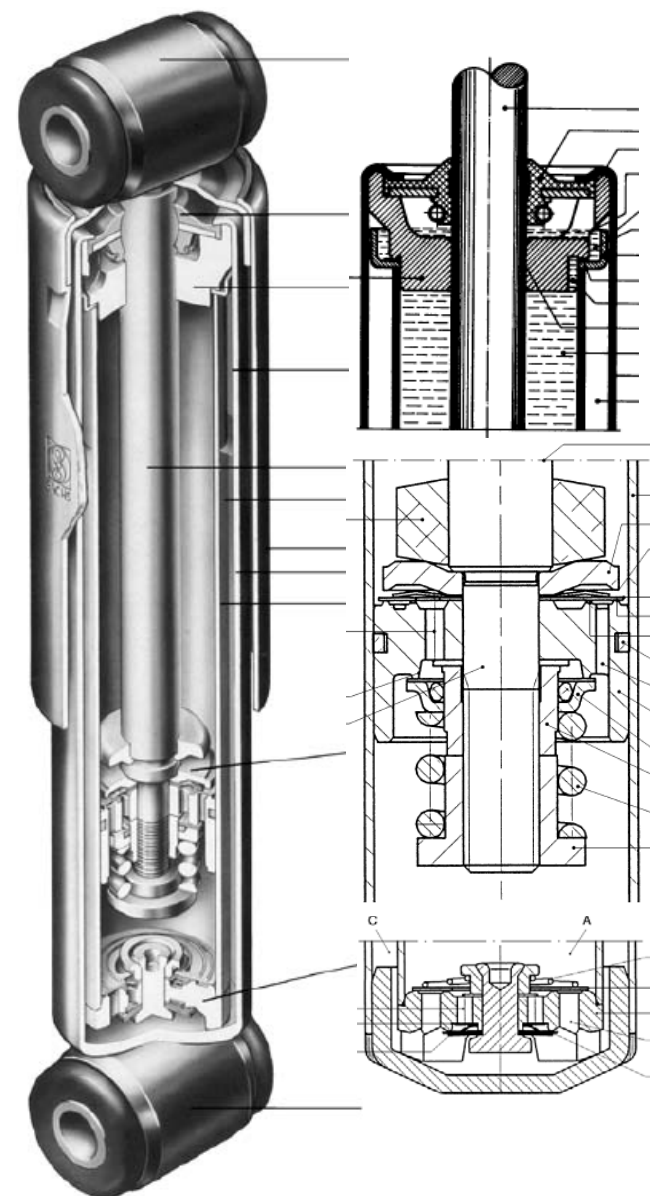
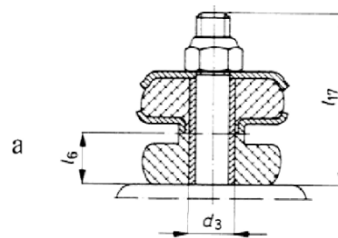
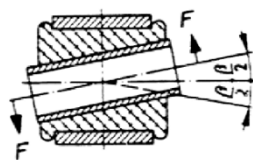
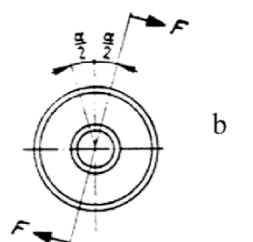
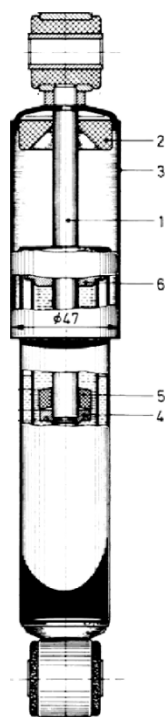
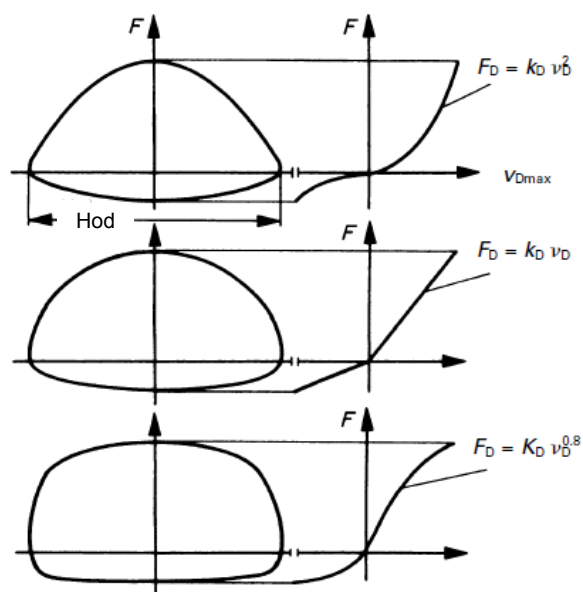
(J. C. Dixon: *The Shock Absorber Handbook*)

Хидраулички телескопски амортизери (twin-tube shock absorbers)

1 – клипњача; 2 – радни цилиндар; 3 – клип; 4 – заптивка клипа; 7 и 8 – клипни вентили (развлич. и саб.); 11 – гас под притиском (6 до 8 bar) у компензационој комори; 12 – резерве уља у компензац. комори; 13 – спољни цилиндар (компензационе коморе); 14 и 15 – доњи вентили (сабијање и развлачење); D – пречник радног цилиндра (22-36 mm за путничка; мах.70 mm за теретна возила).

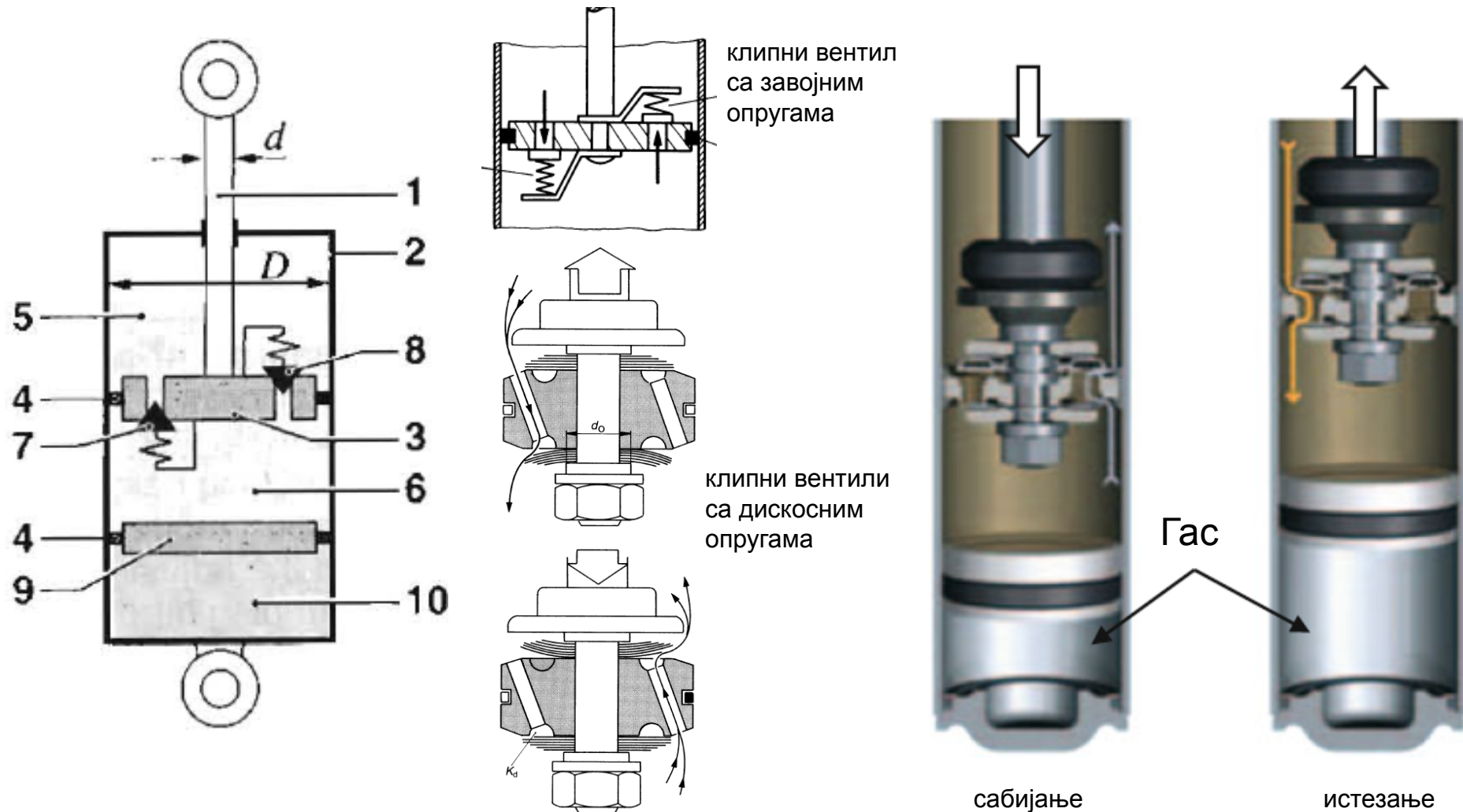


Хидраулички телескопски амортизери (twin-tube shock absorbers)



Гасни амортизери (monotube shock absorbers)

1 – клипњача; 2 – радни цилиндар; 3 – клип; 4 – заптивка клипа; 7 и 8 – клипни вентили (развлич. и саб.); 9 – клип који раздваја хидрауличну и гасну комору; 10 – гасна комора; Притисак у гасној комори је између 25 и 30 bar.



Карактеристике различитих типова амортизера (хидрауличких и гасних):

- кавитација се мање јавља код гасних него код хидрауличких амортизера, тако да су гасни незнатно погоднији као пригушивачи са краћим ходом;
- хидраулички амортизери имају посебне вентиле за истезање / сабијање, што омогућава већу флексибилност пригушне карактеристике; пригушење при сабијању гасног амортизера ограничено је притиском гаса што помаже апсорпцији сила пригушења;
- напрегнуте заптивке у гасним амортизерима резултују благим порастом трења;
- конструкција гасног амортизера резултује ужим али дужим решењем у односу на хидрауличке;
- код гасних амортизера нема ограничења положаја при монтажи, док хидраулични морају да имају положај блиско вертикалном;
- гасни амортизери имају мање компоненти што резултује и мањом масом у односу на хидрауличне.
- хидраулички амортизери имају широку примену код путничких возила док се гасни примењују углавном у Европи. Код McPherson ослањања увек хидраулички амортизери.

Прорачун амортизера

F [N] – сила пригушења

F_m [N] – просечна сила пригушења

F_r [N] – сила пригушења при развлачењу

F_c [N] – сила пригушења при притиску

v_D - брзина клипа (за прорачун се усваја

$v_D=0.52$ m/s, ход 100 mm и број промена 100 min^{-1})

k [Ns/m, kg/s] – фактор пригушења

c [N/m] – крутост опруге у односу на точак

D – степен пригушења

$D \approx 0.25$ за опруге са малим трењем

$D \approx 0.1-0.2$ за опруге са већим трењем

m [kg] – део ослоњене масе са 80% максималног
оптерећења по точку

i – однос померања точка у односу на померање
клипа амортизера (рачунајући и нагиб амортизера)

q – однос сила пригушења при истезању и притиску

($q = 3-5$ за путничка, $q = 10-15$ за теретна возила)

$$F = k \cdot v \quad [\text{N}] \quad D = \frac{k}{2 \cdot \sqrt{c \cdot m}}$$

$$F_m = v_D \cdot 2 \cdot D \cdot i^2 \sqrt{c \cdot m}$$

$$F_c = F_m \cdot \frac{2}{1+q} \quad [\text{N}]$$

$$F_r = F_m \cdot \frac{2 \cdot q}{1+q} \quad [\text{N}]$$

Прорачун амортизера – пример

Максимално дозвољено оптерећење задње осовине путничког возила износи $m' = 800$ kg. Крутост опруге $c = 20000$ N/m, а усвојен степен пригушења $D = 0,25$. Однос померања точка у односу на померање клипа амортизера $i = 1,33$, док је однос сила пригушења при истезању и притиску $q = 4$. За брзину клипа амортизера усвојити $v_D = 0,52$ m/s.

$$m = 0,8 \cdot 800 / 2 = 320 \text{ kg}$$

$$F_m \approx 0,52 \cdot 2 \cdot 0,25 \cdot 1,33^2 \sqrt{20000 \cdot 320}$$

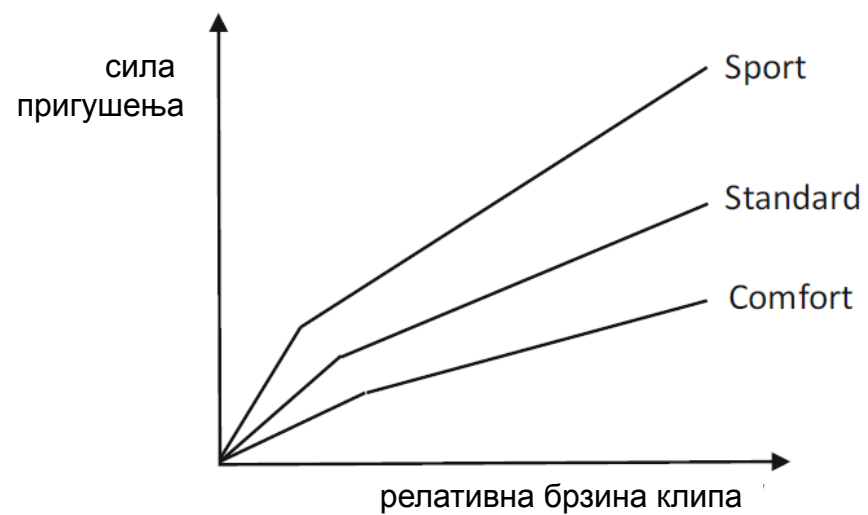
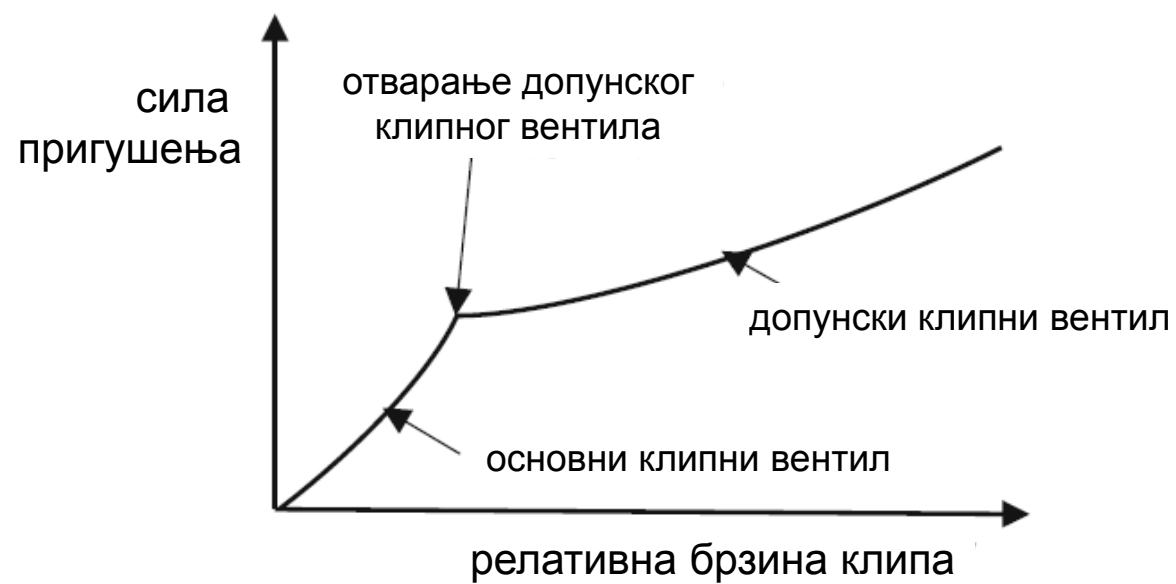
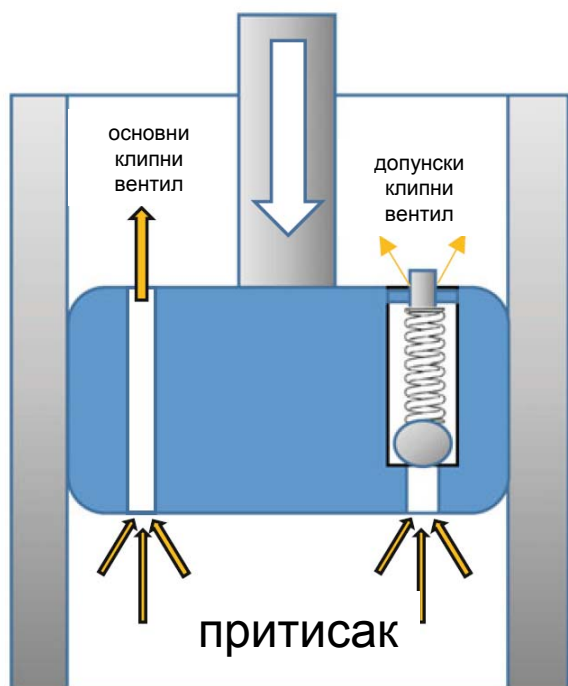
$$F_m \approx 1160 \text{ [N]}$$

$$F_c = 1160 \cdot \frac{2}{1+4} \approx 465 \text{ [N]}$$

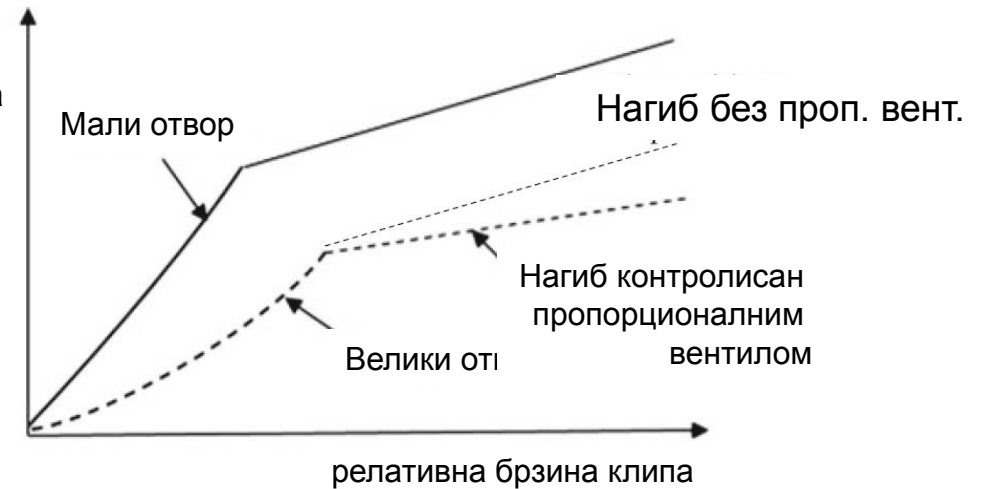
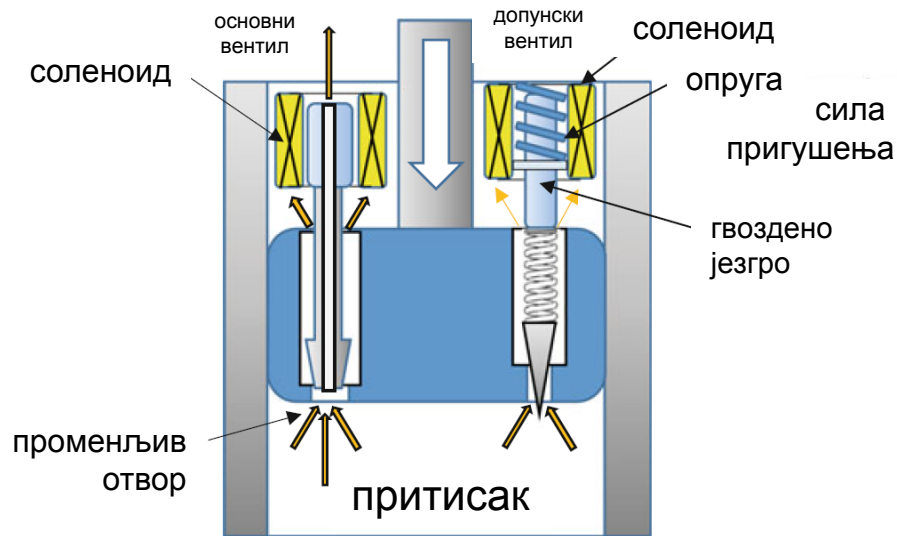
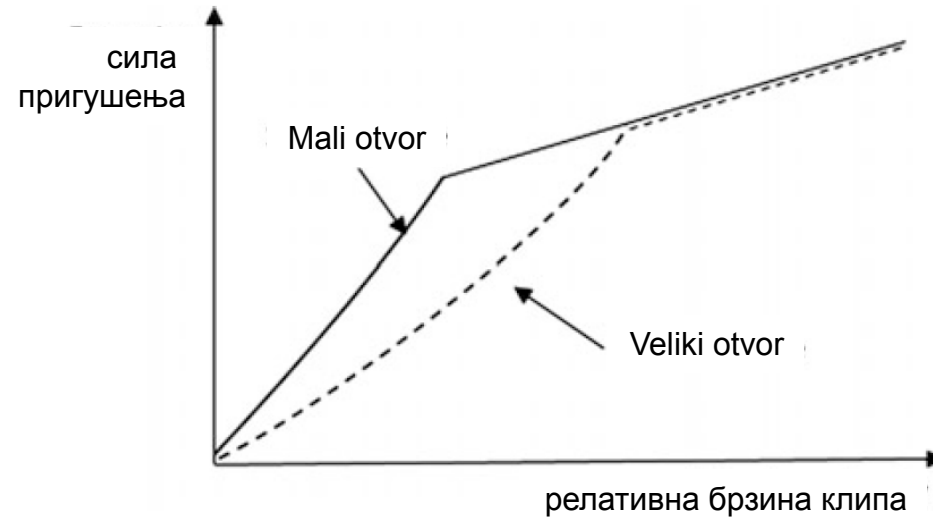
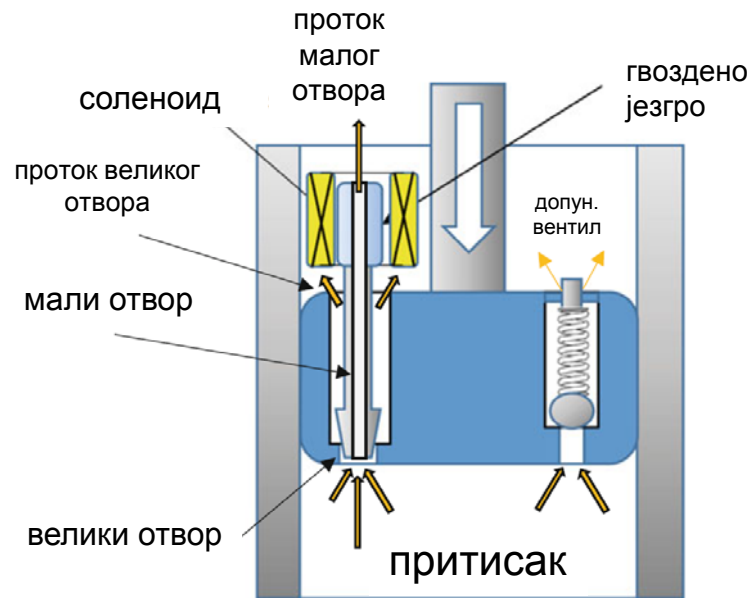
$$F_r = 1160 \cdot \frac{2 \cdot 4}{1+4} \approx 1860 \text{ [N]}$$

Из каталога произвођача амортизера (нпр. ZF Sachs) може се усвојити тип S27 (пречник радног цилиндра је 27 mm) пошто је максимална пригушна сила при истезању датом брзином 3000 N (> 1860 N колико је добијено за F_r).

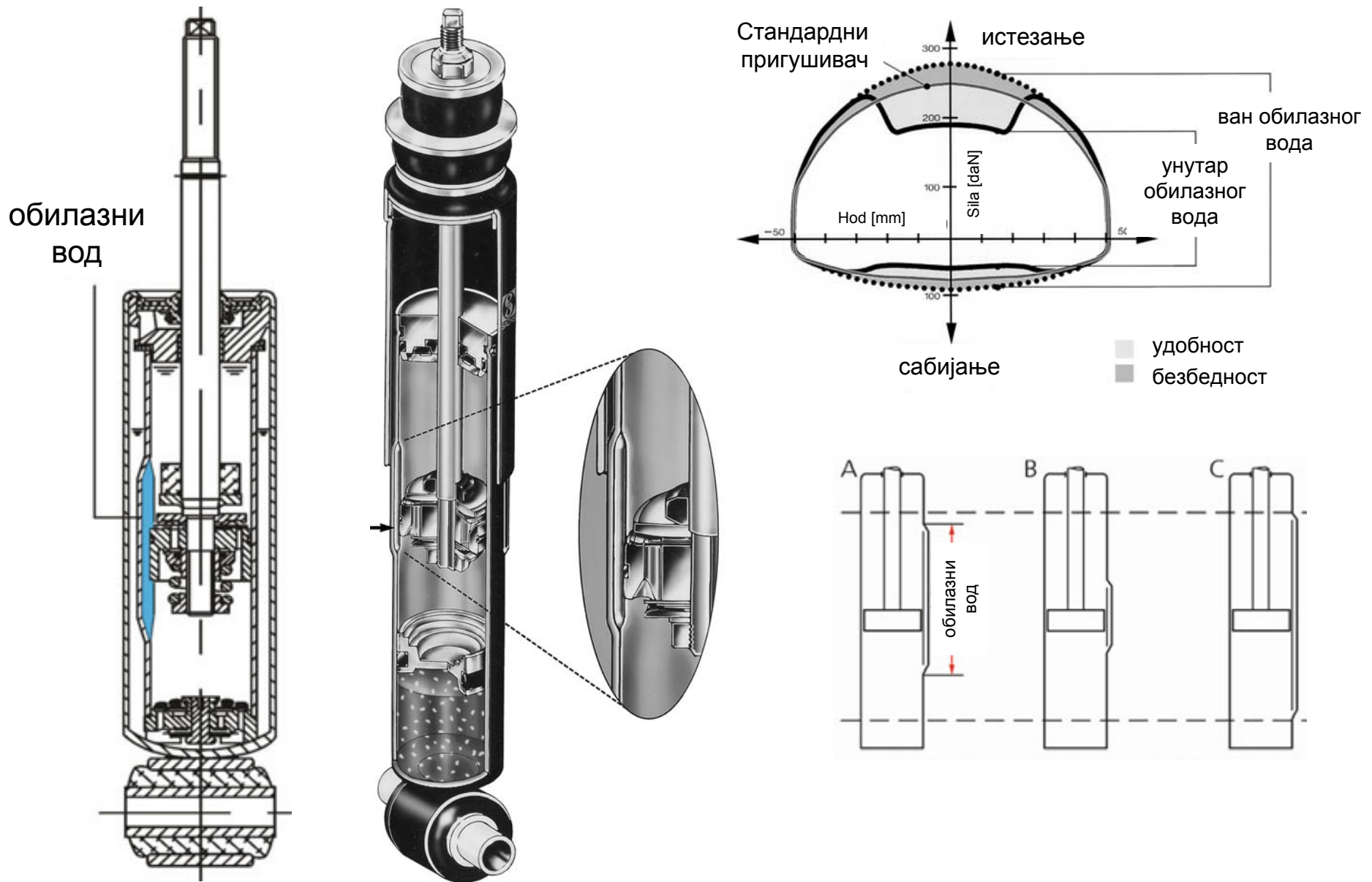
Амортизери са променљивом карактеристиком



Амортизери са променљивом карактеристиком

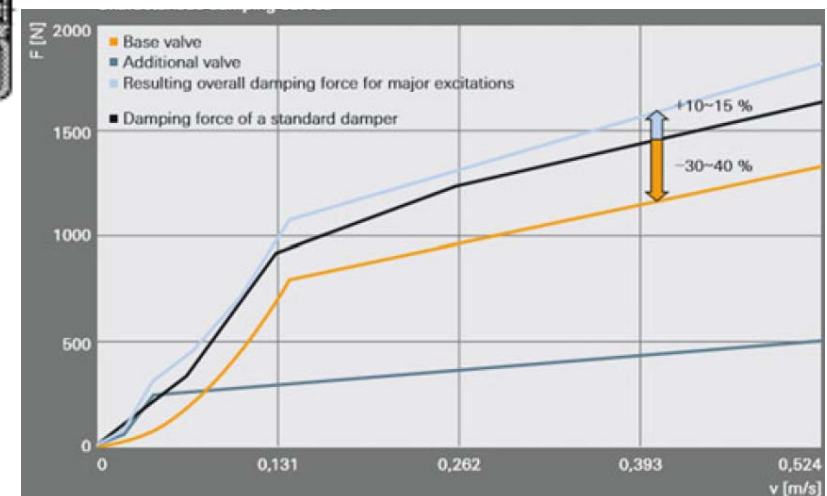
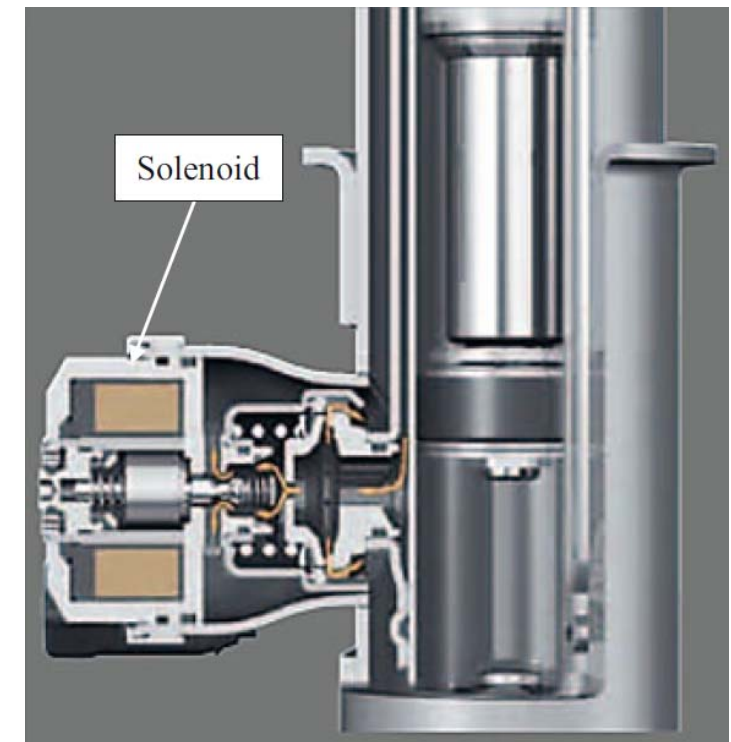
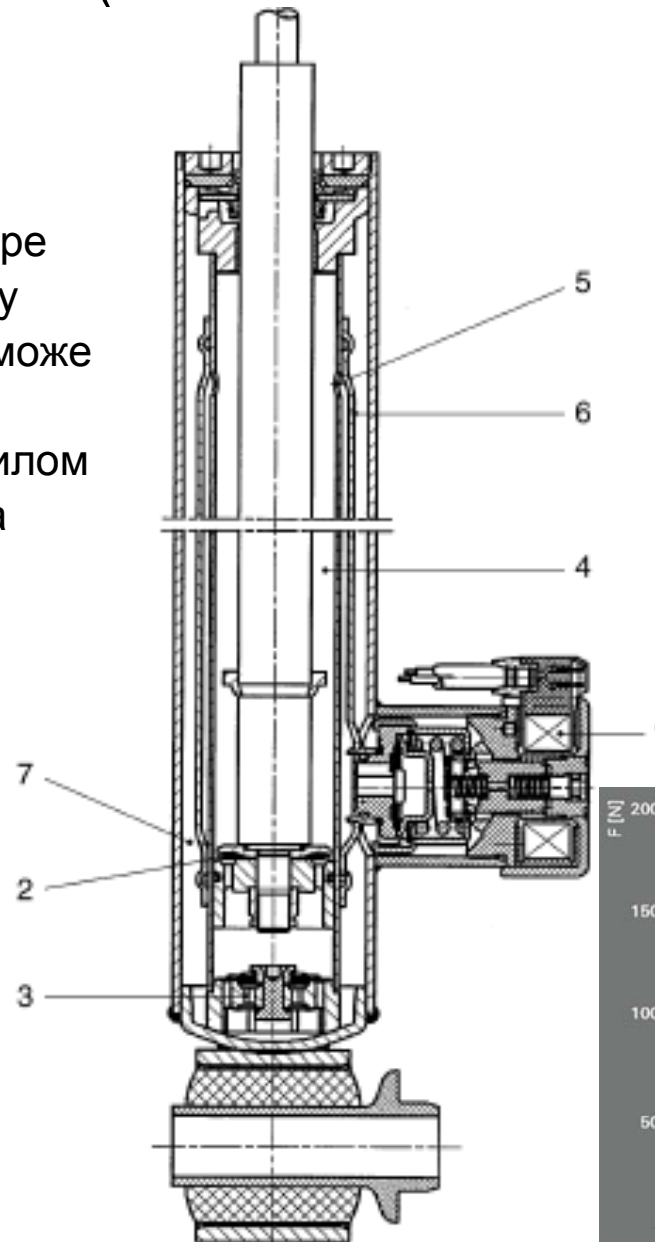


Амортизер са променљивом карактеристиком – са обилазним водом (Bypass)

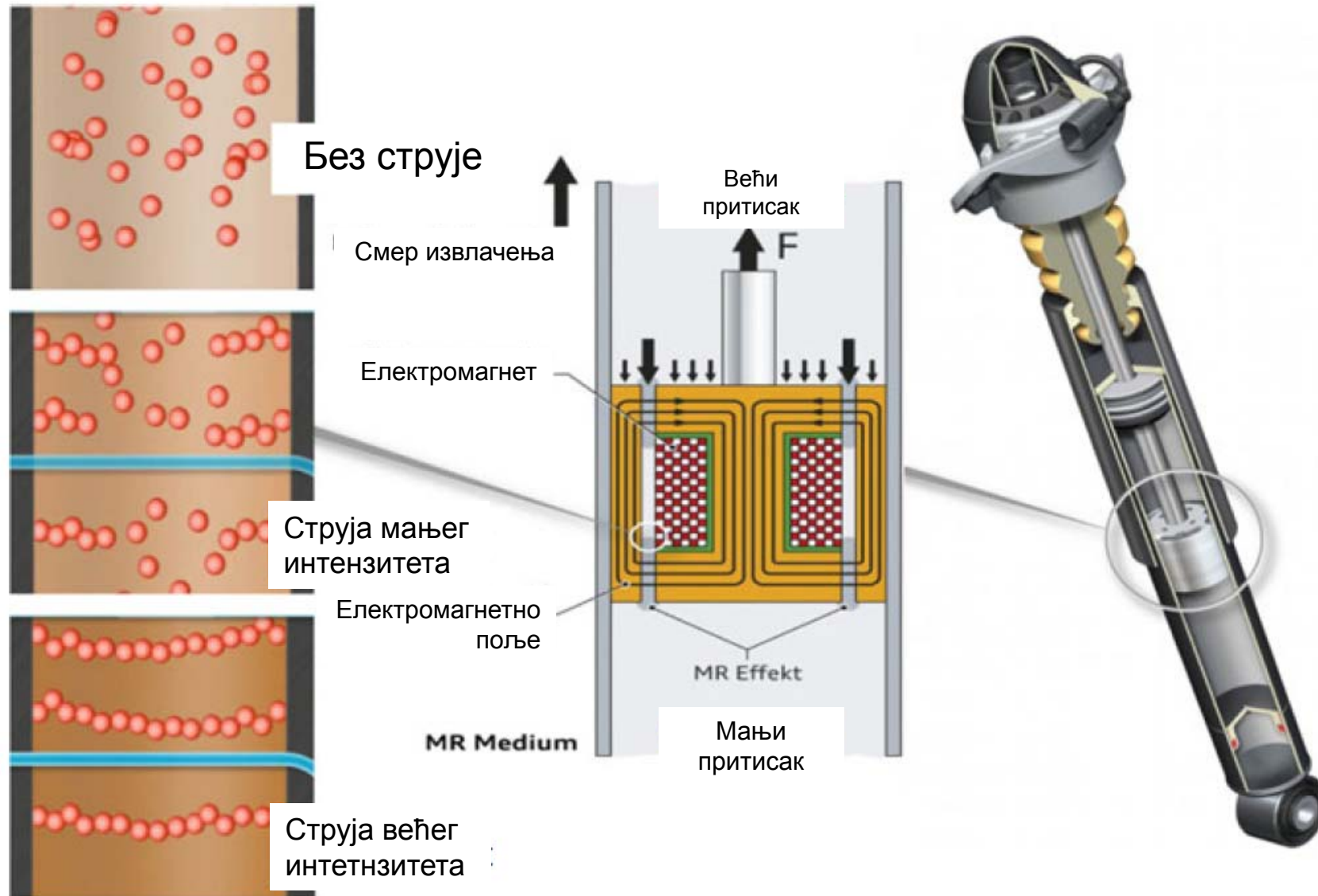


Амортизер са променљивом карактеристиком - са спољашњом контролом пригушења (CDC – Continuous Damping Control)

Између радне (4) и компензационе (7) коморе постоји међукомора (6) у којој се проток флуида може контролисати пропорционалним вентилом са соленоидом (1). Веза радне и међукоморе успостављена је преко отвора (5).

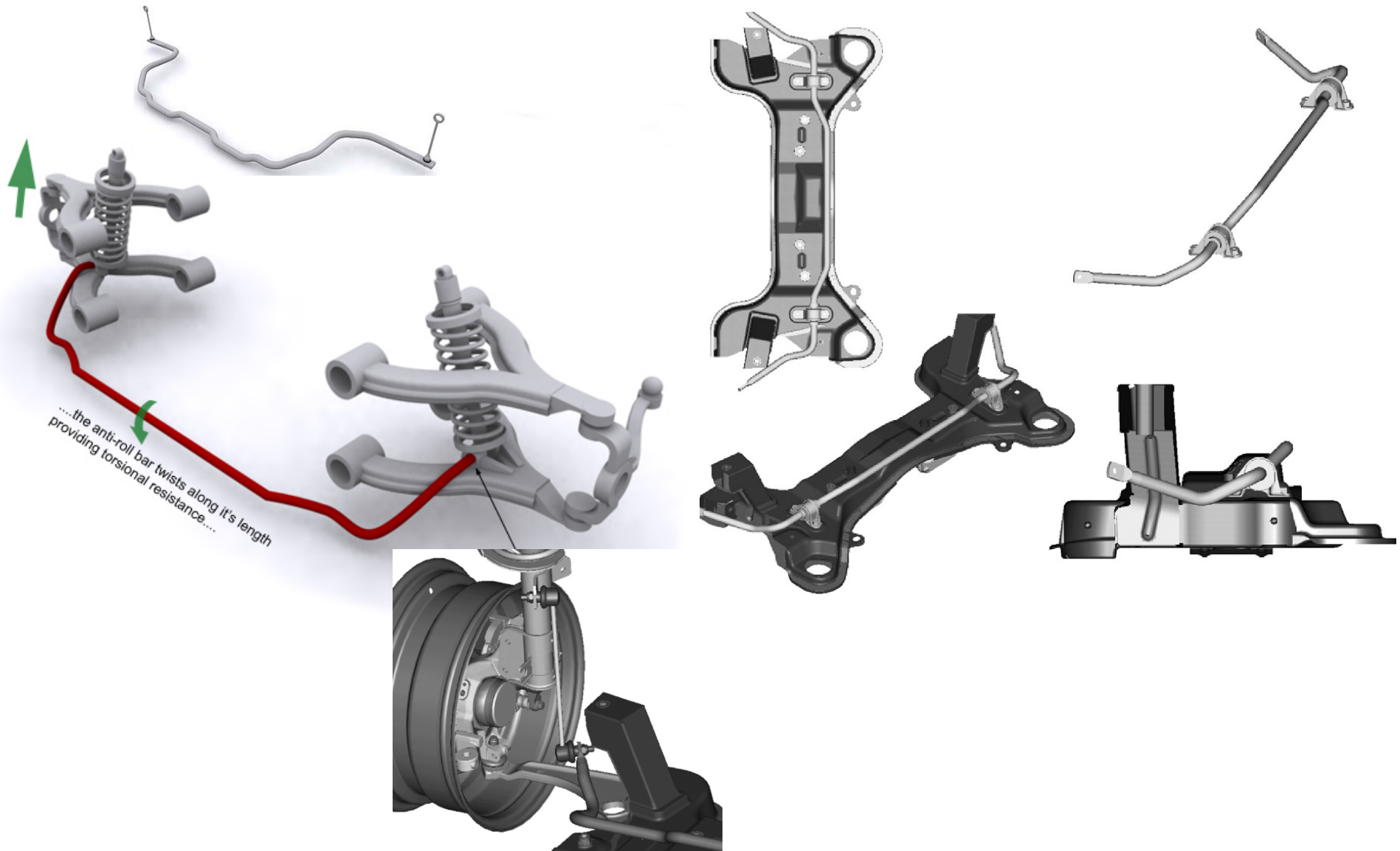


Амортизер са променљивом карактеристиком - гасни амортизери са магнетореолошким (MRF) флуидом

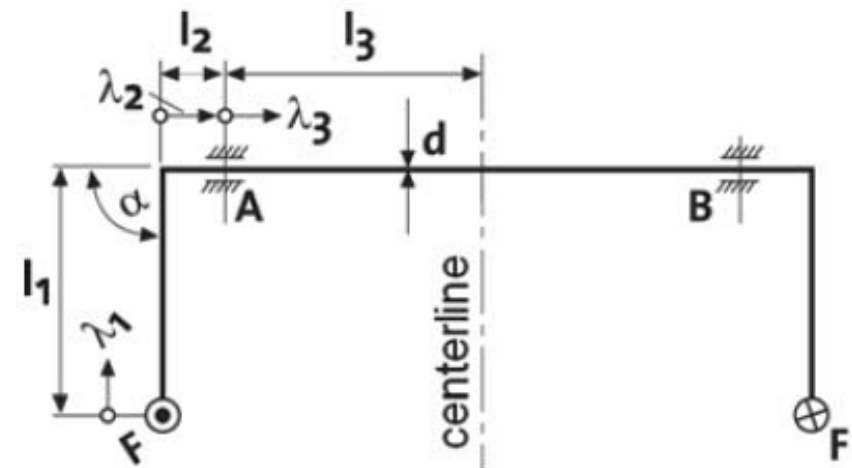
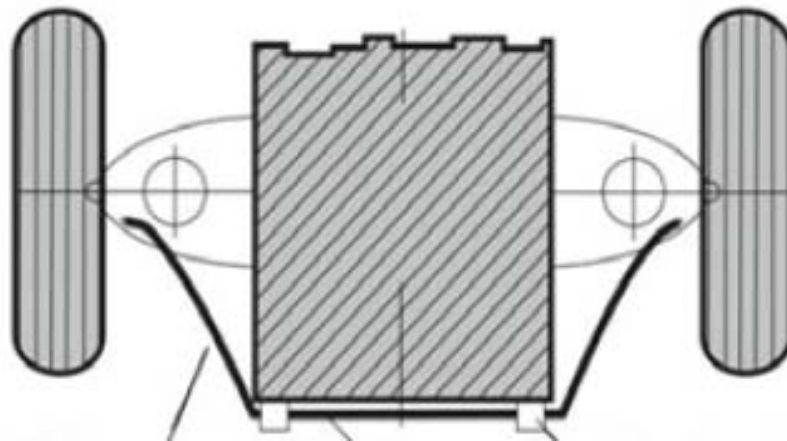


Стабилизатори

Стабилизатори су торзионе опруге које повезују одговарајуће вођице левог и десног точка, а имају улогу да ограниче прекомерно нагињање возила.



Улога стабилизатора је да повећа крутост возила у односу на његово нагињање без промена крутости опруга. При нагињању возила на једну страну долази до промена вертикалног оптерећења точкова са леве и десне стране што условљава увијање стабилизатора и стабилизацију момента око уздужне осе који утиче на нагињање.



$$A = B$$

$$\sum M = 0$$

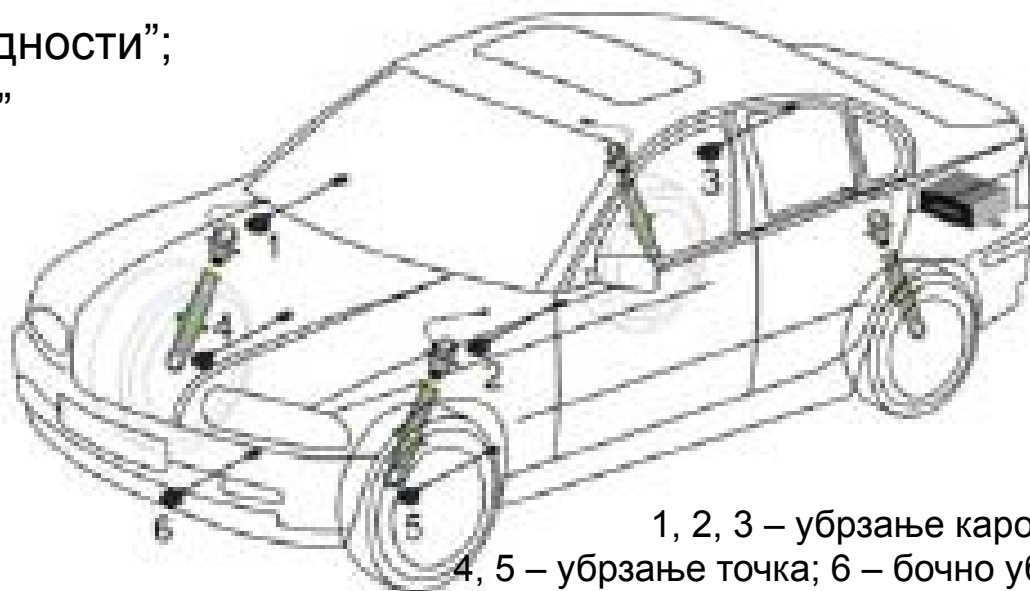
$$A \cdot 2 \cdot l_3 - F \cdot 2(l_2 + l_3) = 0$$

$$A = F \left(\frac{l_2}{l_3} + 1 \right)$$

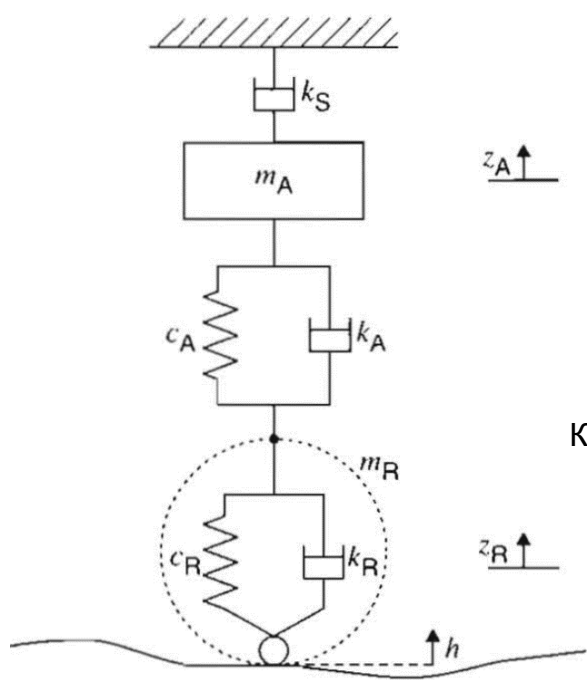
$$\frac{1}{c} = \frac{2}{G \cdot I_p} [l_1^2 \cdot (l_2 + l_3)]$$

Систем контроле вертикалне динамике возила – активно ослањање

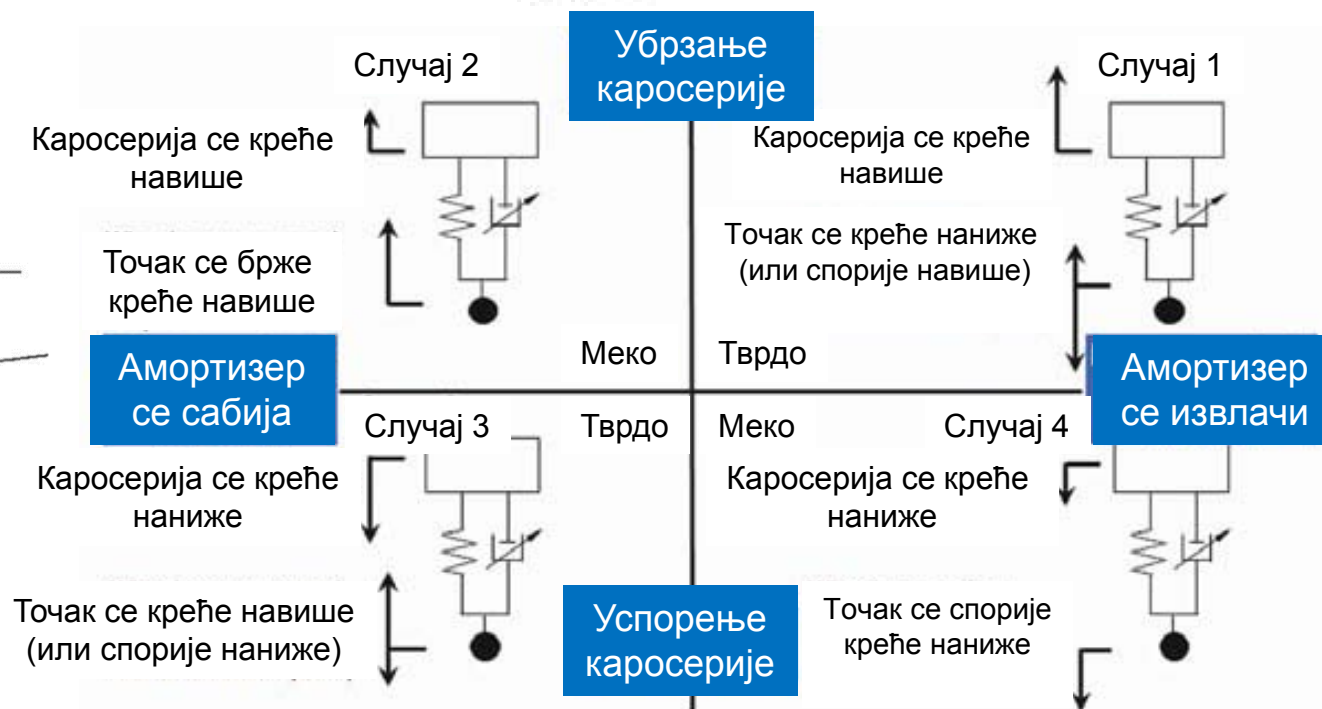
- Стратегија “граничних вредности”;
- Стратегија “небеске удице”
(The Skyhook Strategy)



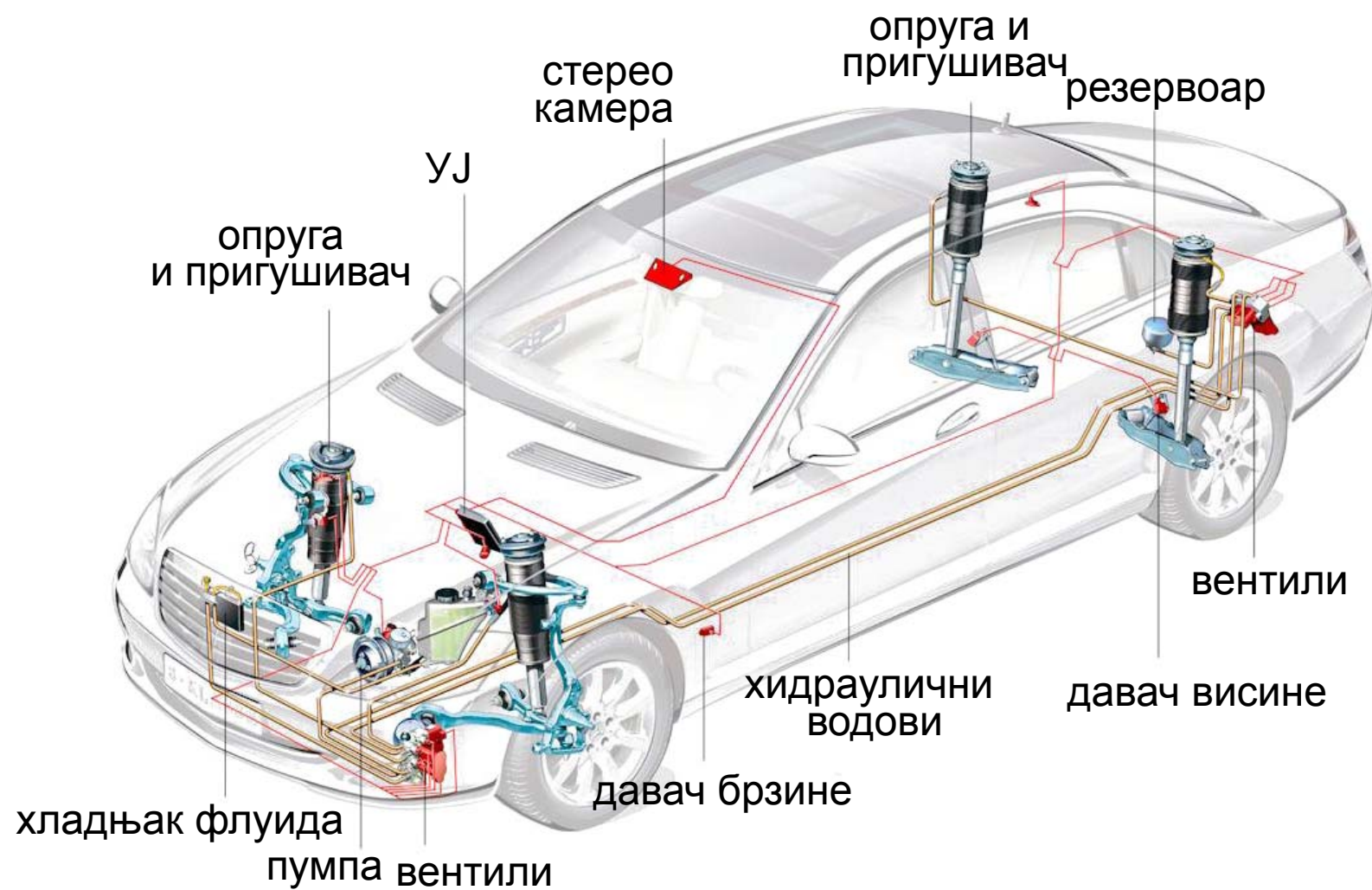
1, 2, 3 – убрзање каросерије;
4, 5 – убрзање точка; 6 – бочно убрзање



Стратегија „небеске удице“ за
пригушиваче променљивих
карактеристика

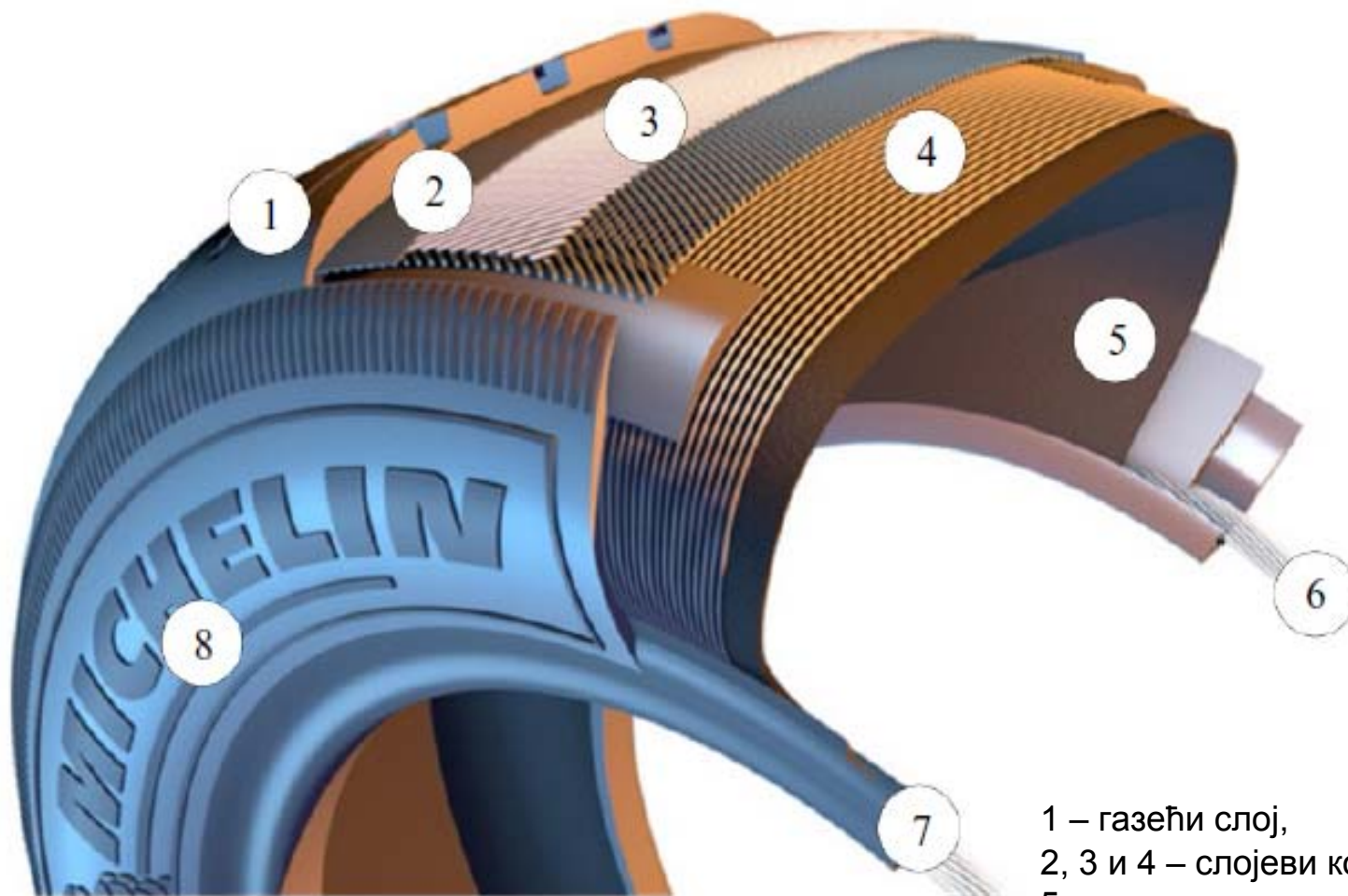


Mercedes-Benz Magic Body Control



Пнеуматици

Конструкција пнеуматика



- 1 – газећи слој,
- 2, 3 и 4 – слојеви конструкције (каркасе),
- 5 – унутрашња површина пнеуматика,
- 6, 7 – челичне жице,
- 8 – бочница

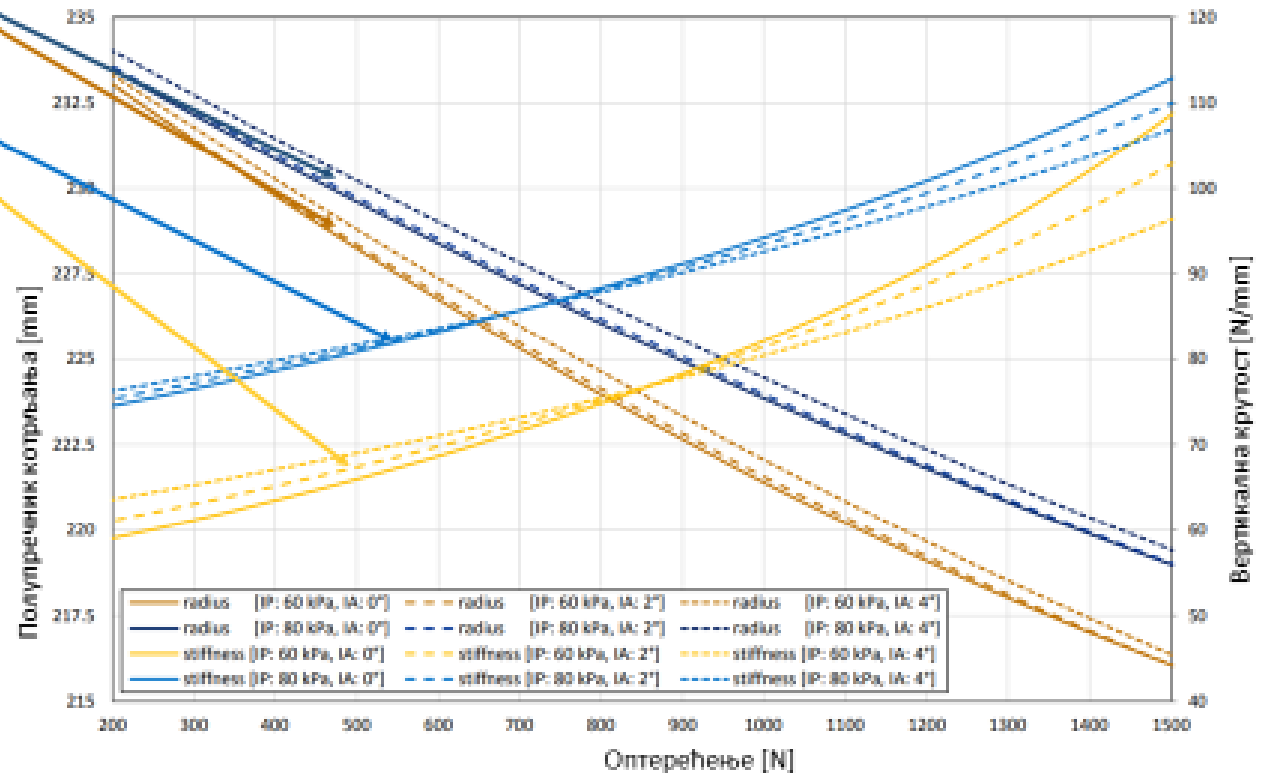
Вертикална крутост пнеуматика

Полупречник котрљања

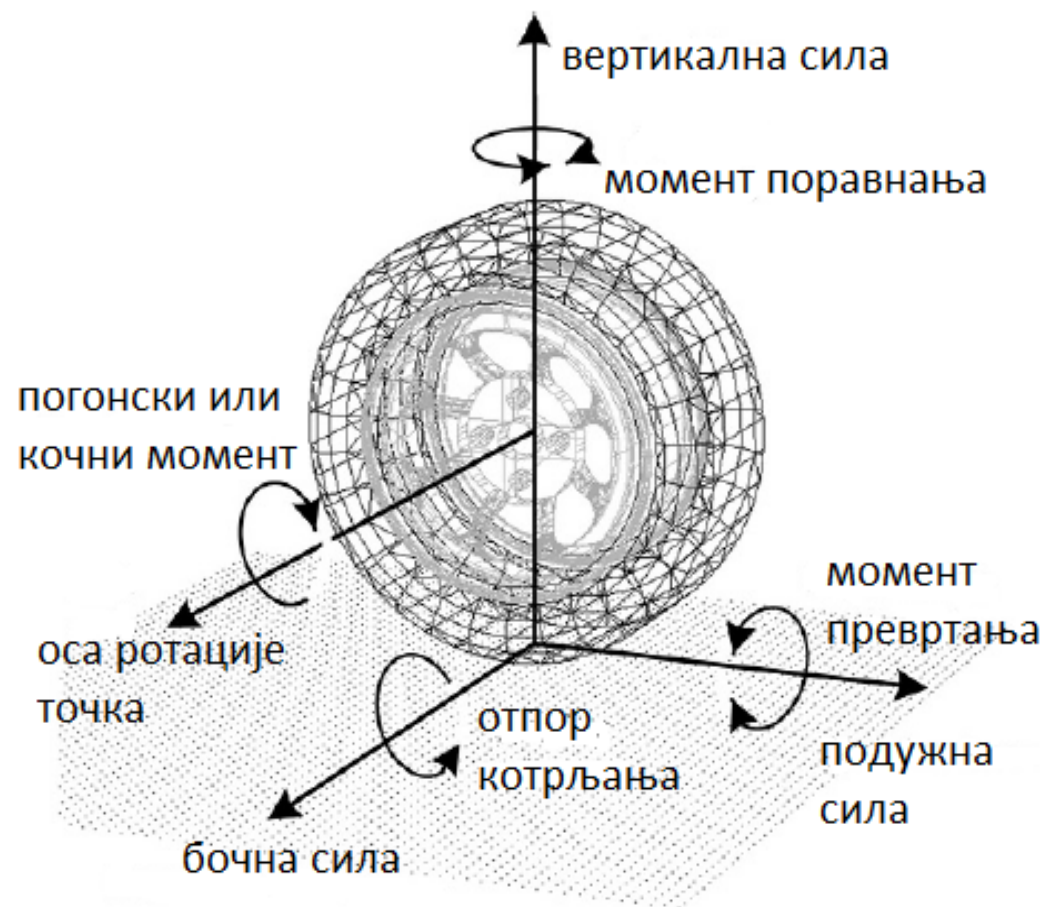
Вертикална крутост

Бочни нагиб точка повећава полупречник котрљања.
Вертикална крутост пнеуматика за исти притисак мења тенденцију раста са променом вертикалног оптерећења.

Полупречник котрљања и вертикална крутост пнеуматика



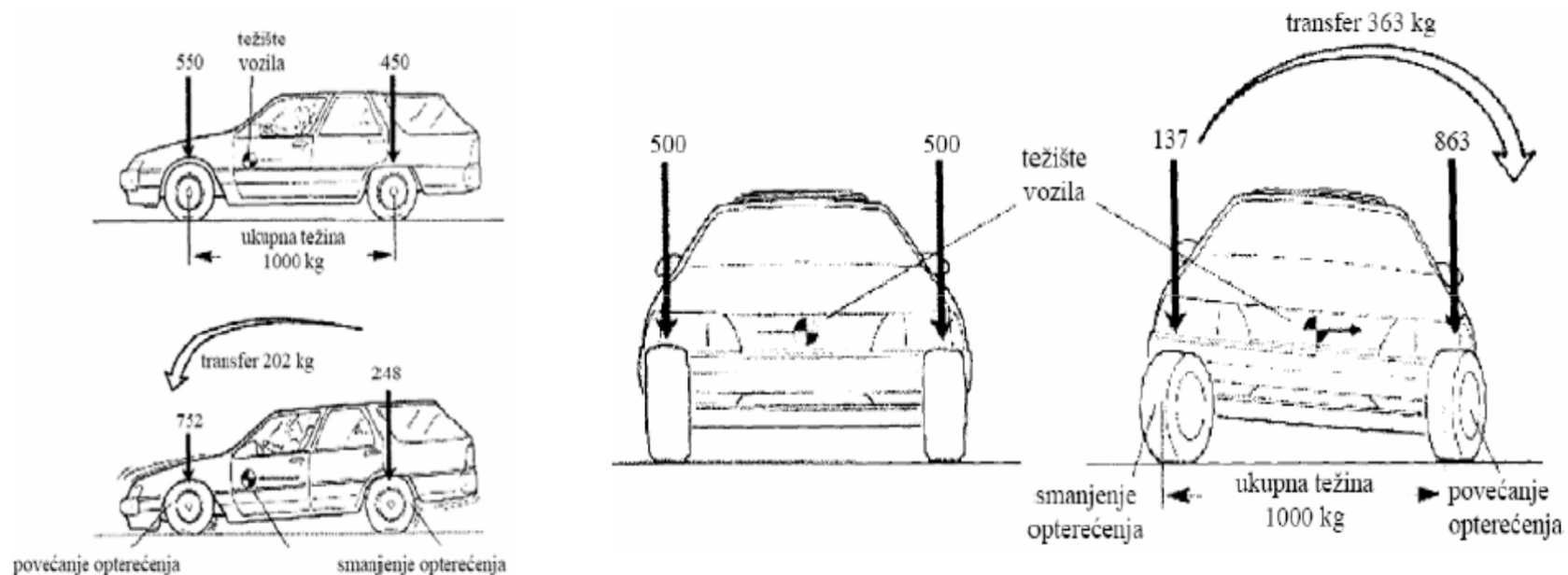
Силе и моменти који делују на пнеуматик



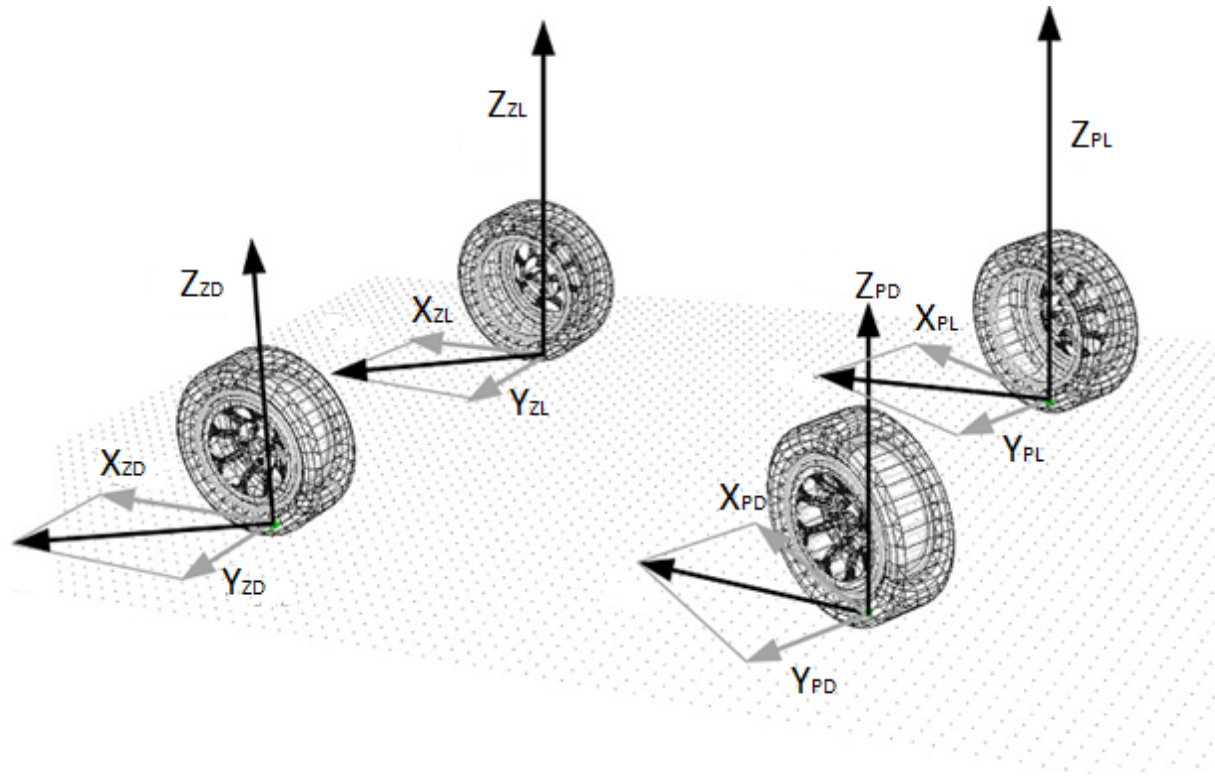
Силе и моменти који делују на пнеуматик

Кретачи (точкови или пнеуматици) су једини делови аутомобила у контакту са подлогом – окружењем. У том контакту јављају се и преносе све силе које одређују стање и понашање возила (пожељно је да овај контакт буде сталан, односно да се не нарушава, јер одсуство контакта доводи до потпуног губитка контроле над возилом).

Карактеристике точка, односно пнеуматика, имају значајан утицај на перформансе, безбедност и стабилност кретања возила, јер дефинишу граничне силе које се могу остварити у контакту са тлом (нпр. зауставни пут по снегу са зимским пнеуматичима краћи је у односу на возило са летњим пнеуматичима; могућност дистрибуције бочних сила и „држање“ возила при кретању у кривини се побољшава са нископрофилним пнеуматичима; ...).



Силе и моменти који се јављају у контатку пнеуматика и тла



На слици су приказане силе које се појављују у контакту пнеуматика и тла када возило кочи и пролази кроз десну кривину. Вертикална сила је већег интензитета на спољашњим точковима (у овом случају на точковима са леве стране возила). Веће оптерећење је на предњим точковима услед кочења возила, тј. расподеле оптерећења. Смер подужних реакција на пнеуматцима је последица кочења и скретања возила (у случају да возило само кочи, без скретања, подужне силе у пнеуматику биле би паралелне са подужном осом возила).

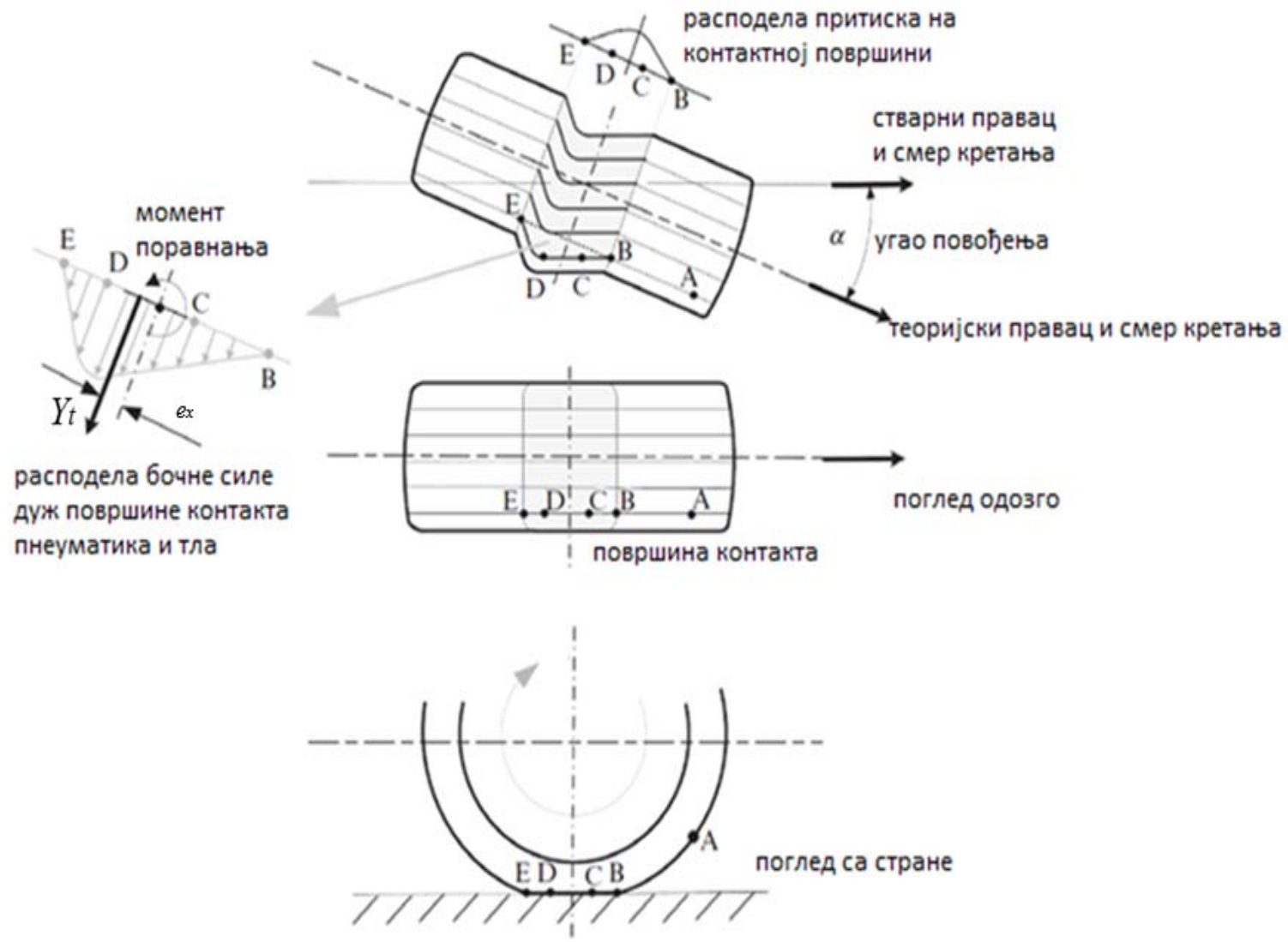
Бочна сила

У контакту пнеуматика се појављује сила која је управна на правац кретања возила и ова сила омогућава возилу, односно пнеуматику да скреће. Елементи који су повезани са бочном силом у пнеуматику су:

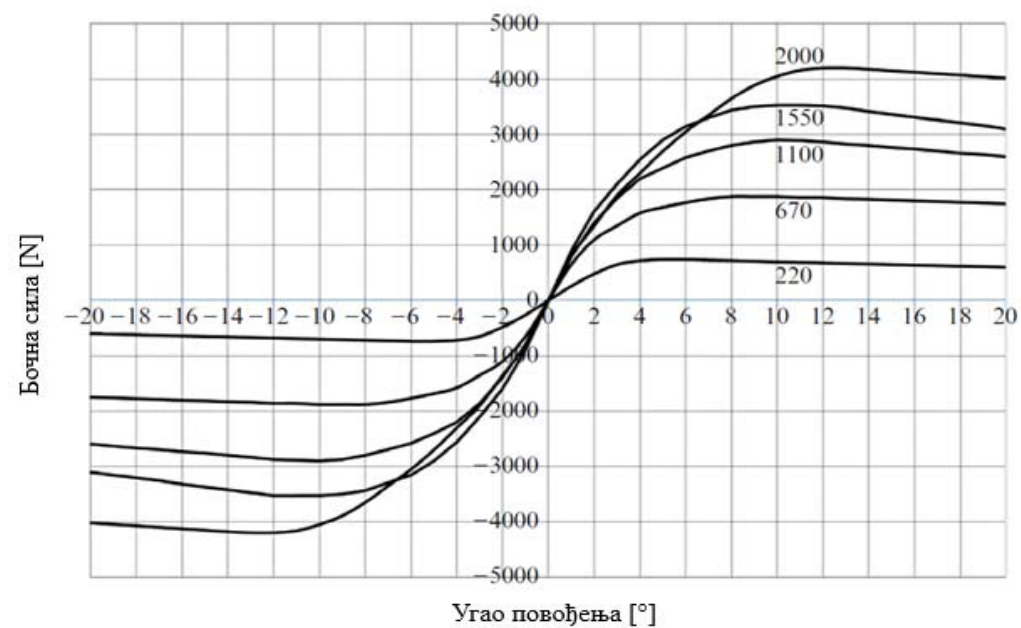
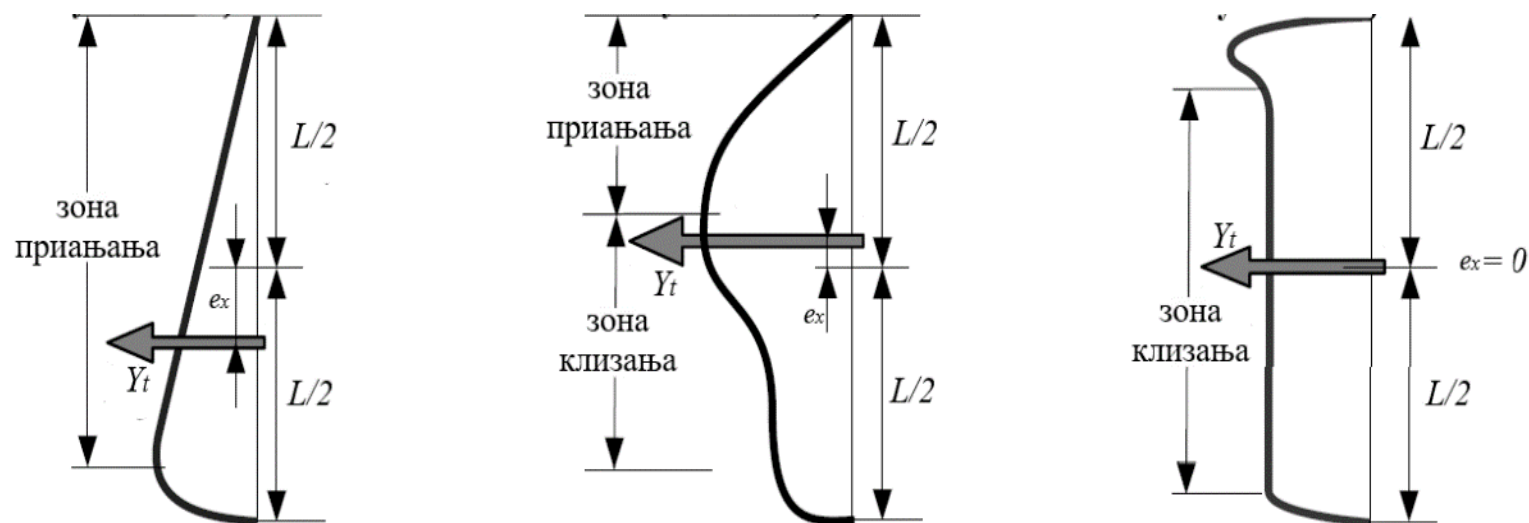
- Повођење точка (угао повођења точка - *slip angle*) – као последица скретања точка и
- Бочни нагиб точка услед ког се ствара бочна реакција у контакту пнеуматика и тла (*camber thrust*).

Повођење точка

Угао повођења се јавља због бочног клизања (деформације) точка приликом скретања у кривини због чега се јавља разлика између стварног правца кретања точка и подужне осе точка (теоријског правца кретања точка).

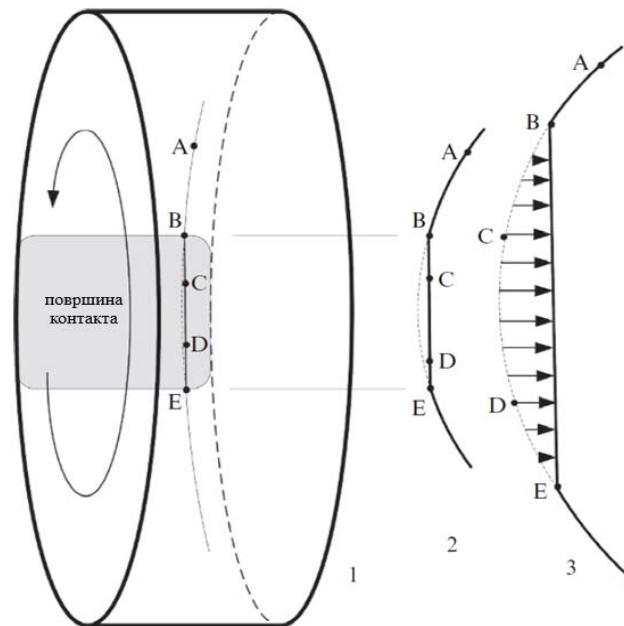
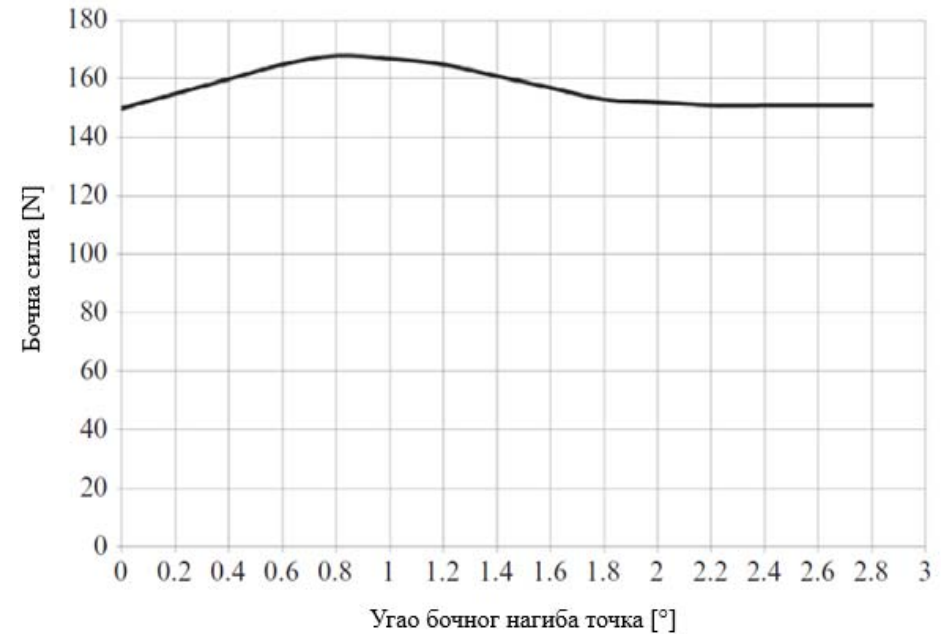
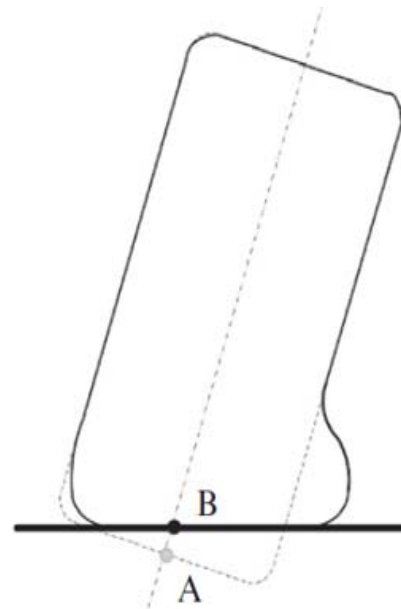
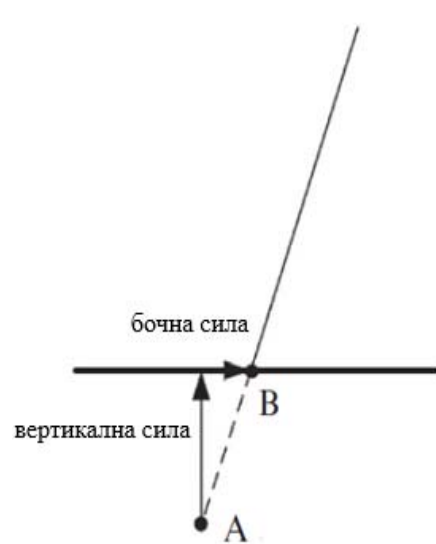


Повођење точка



Промена бочне силе у зависности од угла повођења и вертикалног оптерећења точка

Бочни нагиб точка

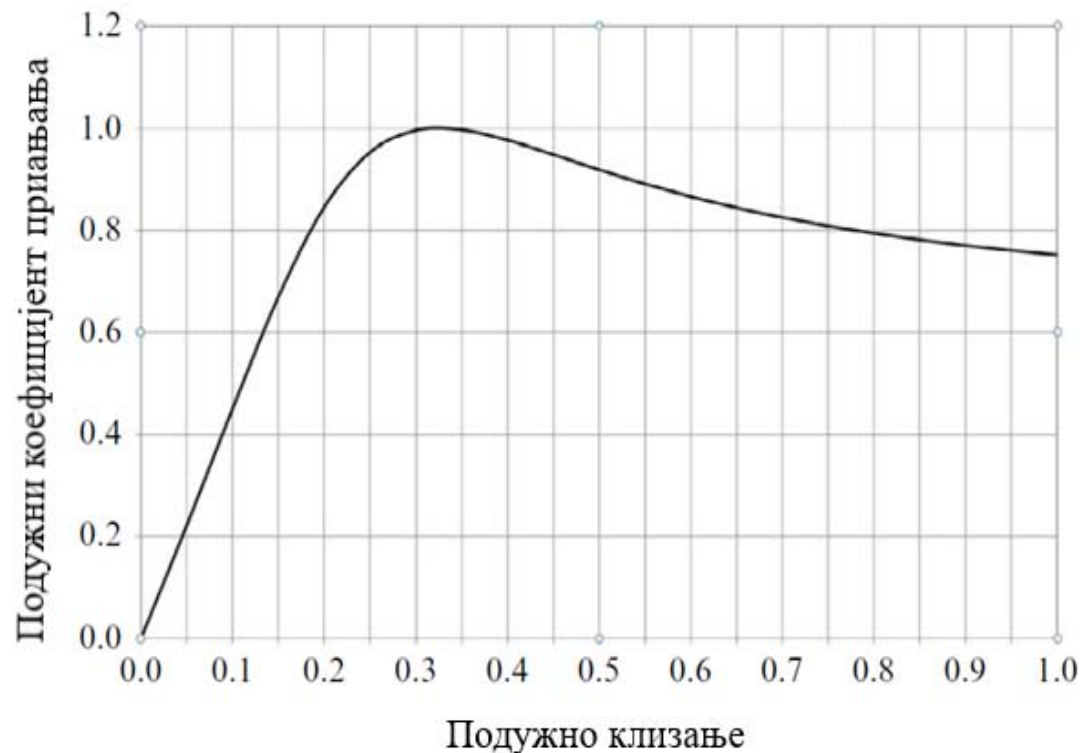


Ако точак има бочни нагиб, тачка А се из положаја тачке Б у положај тачке Е (дуж контактне површине) неће кретати испрекиданом (лучном) путањом већ пуном праволинијском (В-С-Д-Е) што генерише додатну бочну силу. На дијаграму та сила расте до (негативног) бочног нагиба од $0,8^\circ$ због чега се веће вредности угла бочног нагиба и непримењују.

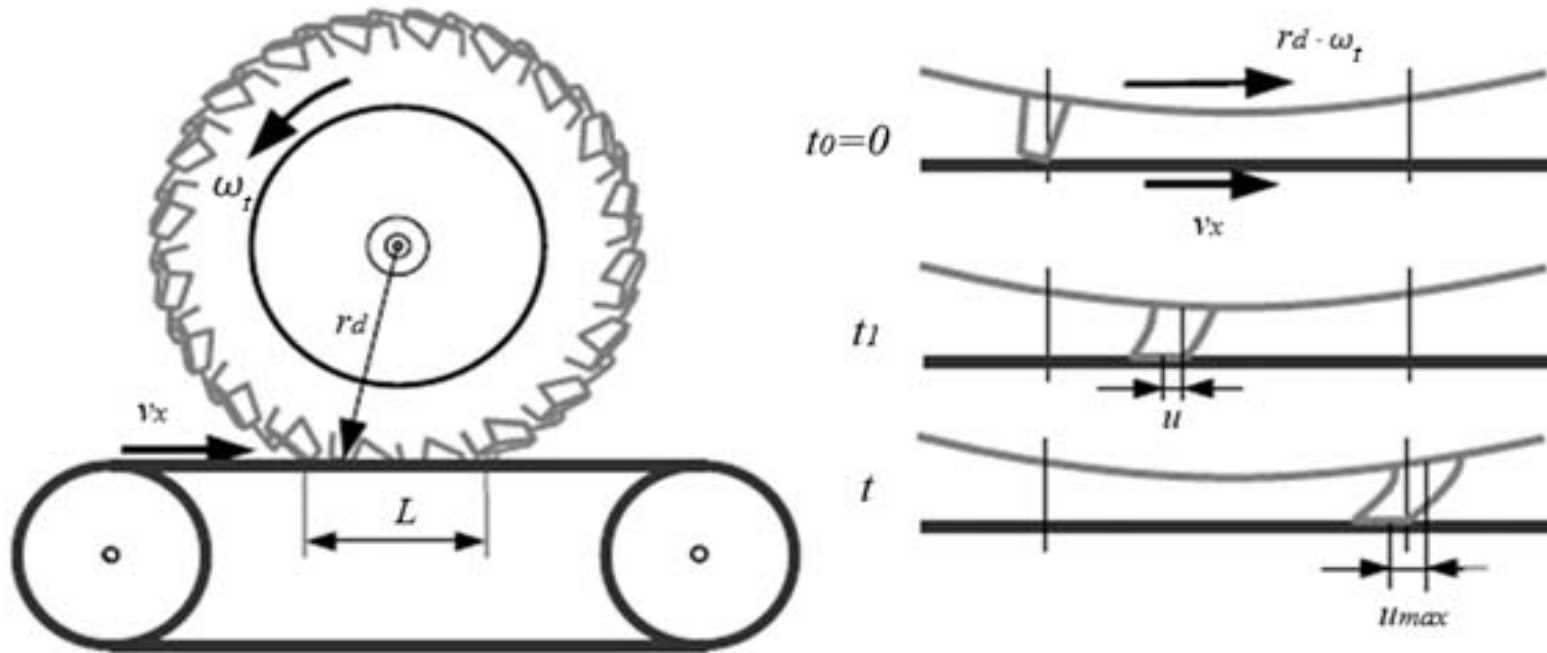
Подужна сила (подужно клизање)

Подужно клизање точка може бити угаоно и транслаторно. Угаоно клизање се јавља приликом погона (убрзавања возила), а транслаторно клизање се јавља приликом кочења (успоравања возила).

Подужно клизање се у случају погона може израчунати према изразу: $\lambda = \frac{v_t - v_s}{v_t} = 1 - \frac{v_s}{v_t} = 1 - \frac{v}{\omega_t \cdot r_d}$
у случају кочења према изразу: $\lambda = \frac{\omega_o - \omega_k}{\omega_o} = \frac{v_s - v_t}{v_s} = 1 - \frac{v_t}{v_s} = 1 - \frac{\omega_t \cdot r_d}{v}$



Подужна сила (подужно клизање)



деформација: $u = (r_d \cdot \omega_t - v_x) \cdot t$

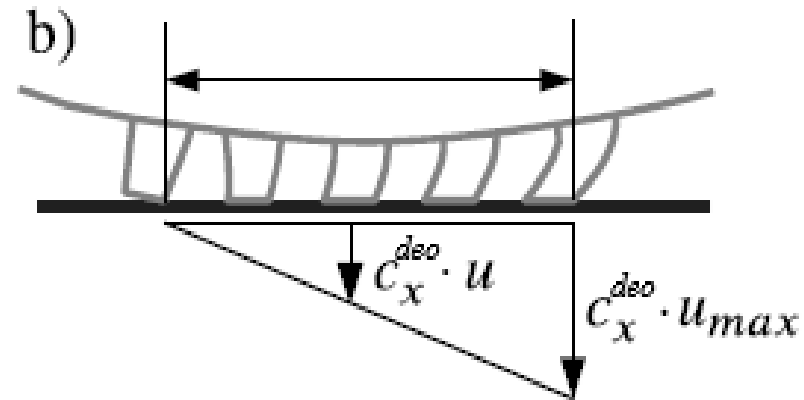
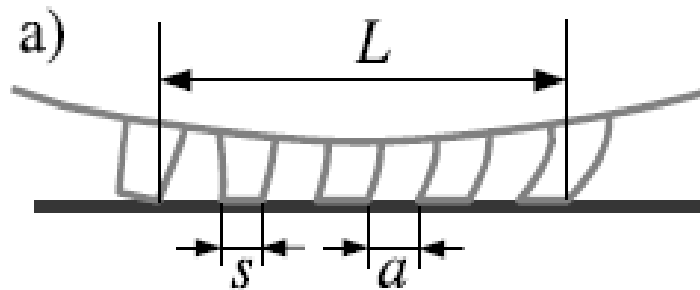
време које делић пнеуматика проведе у контакту са подлогом: $T = \frac{L}{r_d \cdot |\omega_t|}$

мах. деформација: $u_{\max} = u(t = T) = (r_d \cdot \omega_t - v_x) \cdot T = (r_d \cdot \omega_t - v_x) \cdot \frac{L}{r_d \cdot |\omega_t|}$

У деформисаном делићу пнеуматика ствара се сила која делује на пнеуматик и која зависи од крутости делића пнеуматика у подужном правцу и деформације дела пнеуматика:

$$X_t^{deo} = c_x^{deo} \cdot u$$

Подужна сила (подужно клизање)



број делића пнеуматика у контакту са тлом: $p = \frac{L}{s + a}$

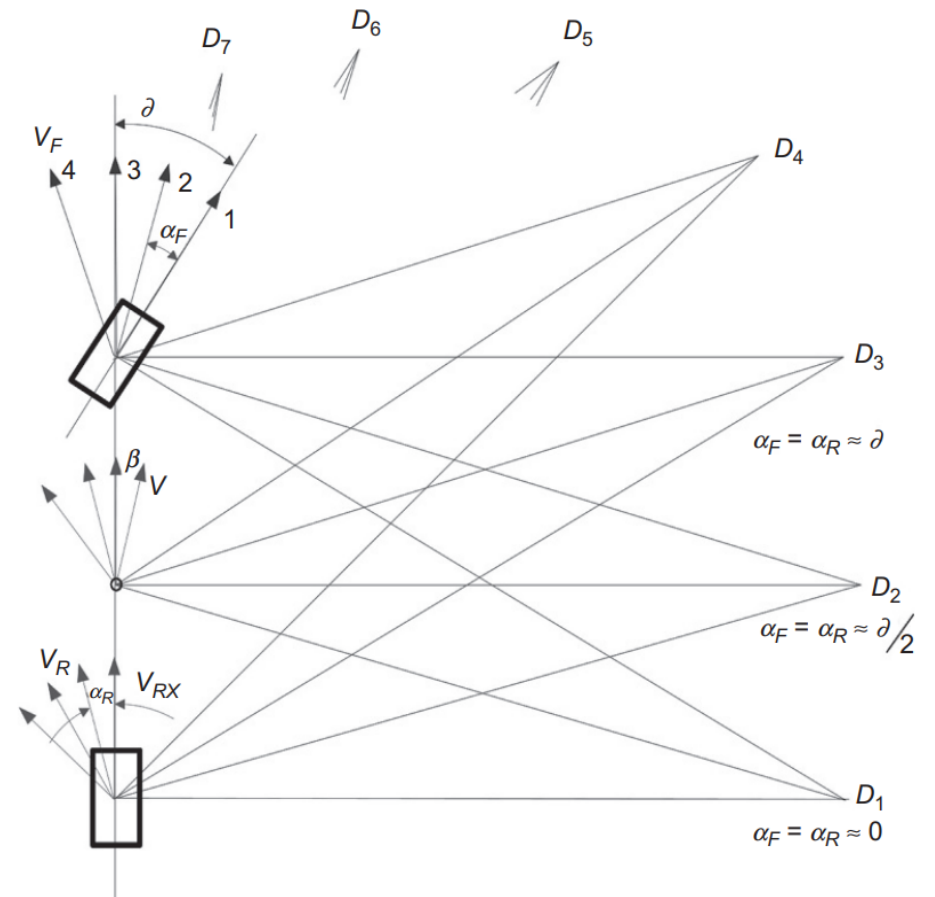
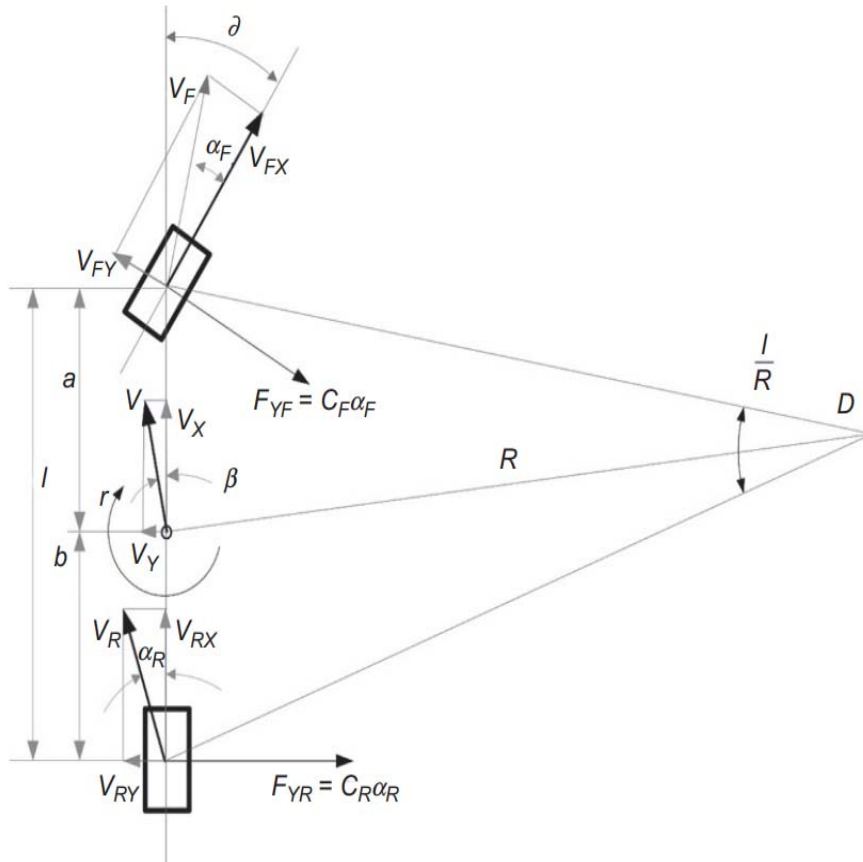
резултантна сила у подужном правцу за p делића у контакту: $X_t = \frac{1}{2} \cdot p \cdot c_x^{deo} \cdot u_{max}$

односно када се замени p тј. L и u_{max} : $X_t = 2 \cdot \frac{r_0}{s + a} \cdot \frac{c_x^{deo}}{c_z} \cdot Z_t \cdot \frac{r_d \cdot \omega_t - v_x}{r_d \cdot |\omega_t|}$

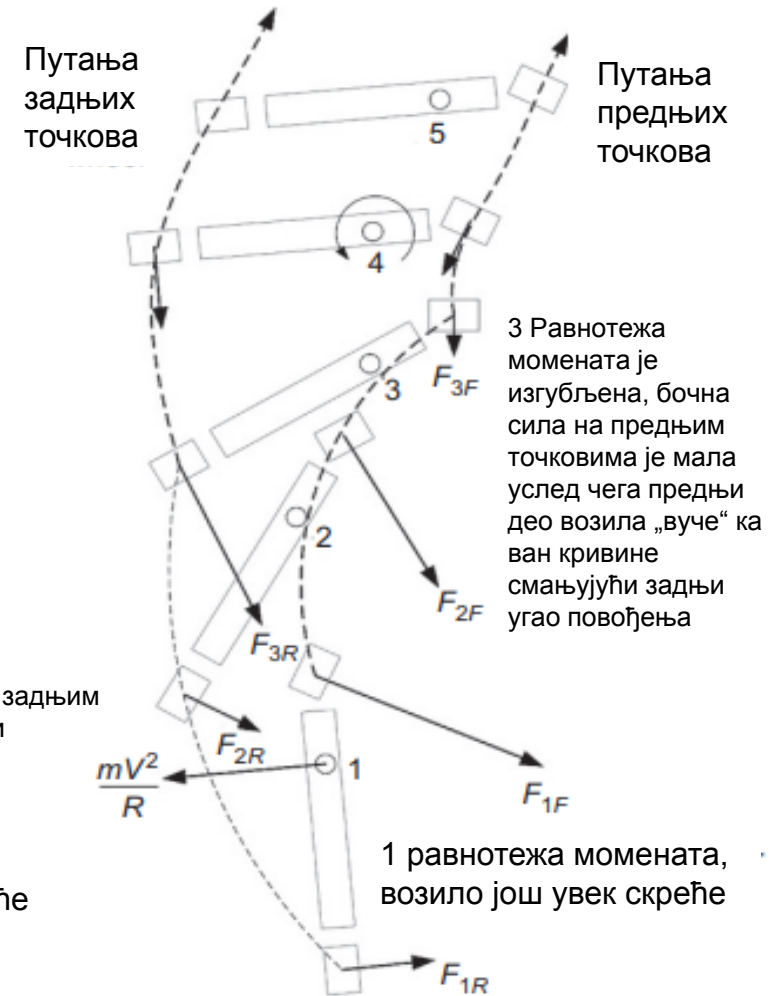
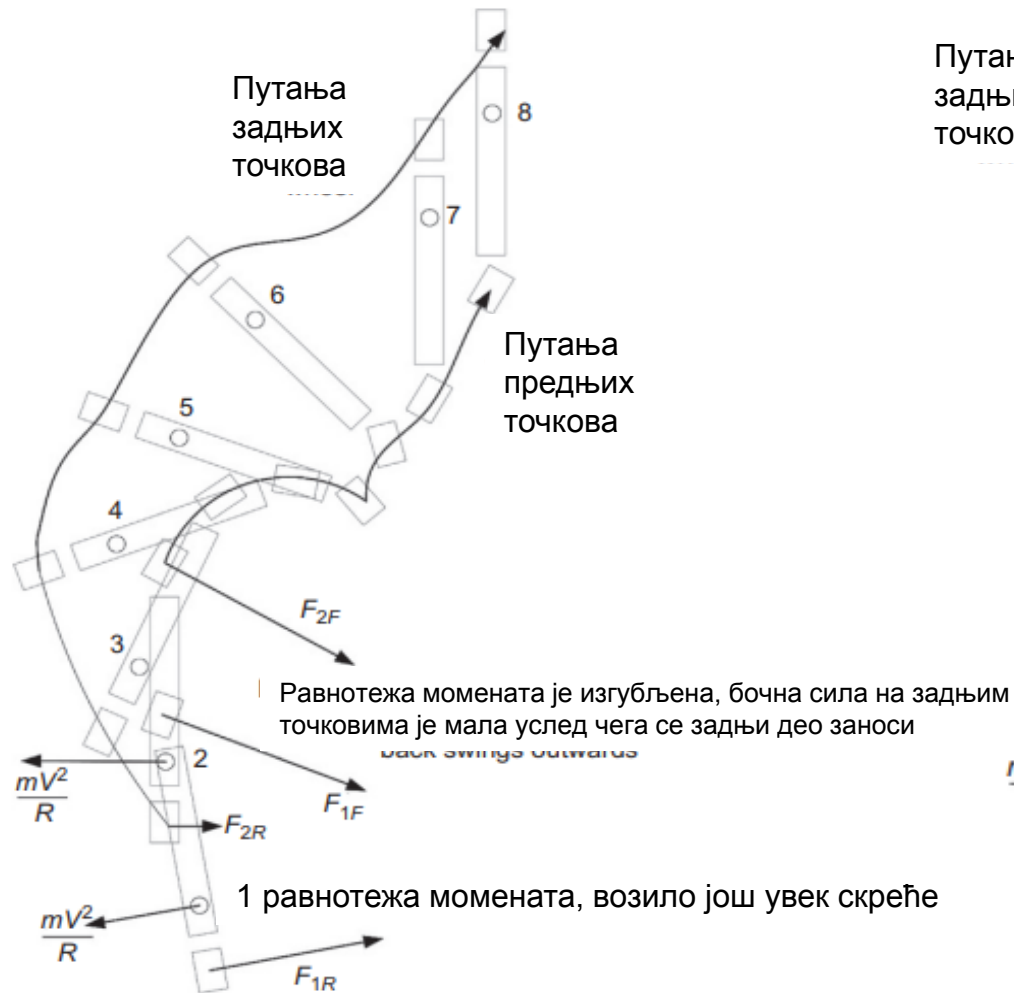
а имајући у виду да је дужина контактне површине пнеуматика и тла: $L^2 = 4 \cdot r_0 \cdot \frac{Z}{c_z}$

следи коначан израз за подужну силу у контакту пнеуматика и тла: $X_t = k \cdot Z_t \cdot \lambda$

Пролазак возила кроз кривину



Пролазак возила кроз кривину



Путања возила које има надуправљиво понашање (лево) и подуправљиво понашање (десно)